

# La formación matemático-didáctica en el Grado de Maestro de Educación Infantil. Análisis y propuesta desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico<sup>1</sup>

T. A. Sierra Delgado (UCM)<sup>2</sup>

## Resumen

*En este trabajo se plantea cómo enunciar y abordar el problema de la formación matemático-didáctica de los estudiantes del Grado de Maestro de Educación Infantil. Considerando que este problema es una cuestión abierta, nos proponemos buscar elementos de respuesta a dicho problema. Para ello, se desarrolla una propuesta desde el ámbito de Teoría Antropológica de lo Didáctico basada en la dialéctica entre el planteamiento de cuestiones que surgen de la propia formación, relacionadas con la profesión, y la construcción de elementos de respuesta a dichas cuestiones. Posteriormente, se considera la carga docente de dicha formación en la Facultad de Educación de la Universidad Complutense de Madrid, y se muestra un Recorrido de Formación experimentado al impartir la asignatura “Desarrollo del pensamiento lógico-matemático y su Didáctica I” durante el 1er cuatrimestre del curso 2010-11. Dicho Recorrido lo ejemplificamos con el desarrollo del tema “El número en la Educación Infantil”. Para terminar señalamos algunas condiciones o restricciones, que quedan fuera del alcance del profesor, que dificultan la puesta en práctica del Recorrido propuesto.*

## 1.- El problema de la formación matemático-didáctica del Grado de Maestro de Educación Infantil.

Cuando queremos abordar la formación matemático-didáctica de los estudiantes del Grado de Maestro de Educación Infantil, nos planteamos, al igual que en Bosch y Gascón (2009), y empleando la terminología que se utiliza actualmente, la siguiente pregunta:

*¿Qué conocimientos o competencias son necesarios (o por lo menos útiles) para que los maestros de Educación Infantil puedan intervenir de manera efectiva y pertinente en la formación matemática de los alumnos de Educación Infantil y qué se puede hacer para ayudar a los estudiantes de Grado a que construyan o adquieran dichos conocimientos o competencias?*

Como nosotros trataremos este problema de la formación matemático-didáctica en el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (en adelante, TAD), reformularemos la pregunta anterior del siguiente modo:

*¿Cuál es el conjunto de praxeologías necesarias (o por lo menos útiles) para que los maestros de Educación Infantil puedan intervenir de manera efectiva y pertinente en la formación matemática de los alumnos de EI y qué se puede hacer para ayudar a que los estudiantes de Grado dispongan de ellas?*

Hablamos de *praxeologías* – unión de los términos griegos *praxis* y *logos* – para referirnos a cualquier estructura posible de actividad y conocimiento, ya que suponemos que toda actividad humana se puede describir en términos de praxeologías, asumiendo así que, desde esta perspectiva antropológica, toda práctica o “saber hacer” (toda *praxis*)

---

<sup>1</sup> Algunas de las ideas desarrolladas en este trabajo han sido previamente expuestas en (Sierra, Bosch y Gascón, en prensa)

<sup>2</sup> tomass@edu.ucm.es.

aparece siempre acompañada de un discurso o “saber” (un *logos*), es decir una descripción, explicación o justificación mínima sobre lo que se hace, cómo se hace y porqué.

La ventaja de la noción de praxeología es que unifica el saber-hacer (*praxis*) y el saber (*logos*) en una misma palabra, y además de mostrar, en su propia expresión, su significado, valora del mismo modo cada uno de sus componentes.

Además, dado que debería cobrar un papel fundamental la razón de ser de los saberes enseñados -es decir, las cuestiones a las que dichos saberes son una buena respuesta (Chevallard 2004a, 2007)-, expresaremos las preguntas anteriores en términos de *cuestiones* a las que la Formación del Maestro de Educación Infantil debe aportar elementos de respuesta. Por ello, para evitar caer, en la medida de lo posible, en crear un proyecto de formación que esté más basado en lo que el formador puede ofrecer que en lo que los estudiantes de Grado necesitan para poder ejercer una buena práctica profesional, centraremos el problema de la formación en la búsqueda de elementos de respuesta a la pregunta siguiente:

*¿Cuáles son las cuestiones problemáticas clave a las que debe hacer frente el Maestro de Educación Infantil en su práctica docente de matemáticas y qué se puede hacer en la formación matemático-didáctica del Grado para ayudar a los estudiantes a construir eficaces elementos de respuesta a dichas cuestiones?*

## **2.- Una formación organizada en torno a un conjunto de cuestiones**

Siguiendo los principios de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, en la que se enmarca nuestro trabajo (Chevallard 2001, 2004a, 2004b y 2007), y en claro acuerdo con la mayoría de enfoques educativos actuales, postulamos que cualquier proceso de formación toma sentido a partir del estudio de un conjunto de *cuestiones problemáticas* al que se necesita que los estudiantes puedan aportar elementos de respuesta. La dialéctica entre el planteamiento de *cuestiones problemáticas* y la *construcción de elementos de respuesta* constituye así la razón que fundamenta el proceso de formación.

Cuando hablamos de basar la formación del profesorado de matemáticas en el estudio de las cuestiones problemáticas, nos referimos a las cuestiones y dificultades que surgen no tanto como necesidades *personales* de los futuros profesores, sino a aquellas que son propias de la *profesión de profesor de matemáticas*, en nuestro caso del de EI (Llinares 1998, Fernández Enguita 2001, Blanco 2002 y Cirade 2006). Con esto queremos subrayar, por un lado, el carácter *abierto* de la *problemática de la profesión de profesor* (en el sentido de que no existen respuestas *definitivas* y *completas* a las cuestiones que constituyen dicha problemática) y, por otro, el hecho de que se trata de una problemática *institucional* antes que *personal*. Así pues, el primer problema que planteamos es el de *determinar cuáles son las cuestiones problemáticas a las que debe responder la formación del profesorado de matemáticas de EI y cómo pueden estructurarse para organizar un programa de formación*.

Postulamos que la Didáctica de las Matemáticas puede (y debe) ocuparse de todas las cuestiones de la problemática docente en cuya respuesta intervienen las matemáticas en alguna medida y que, además, se presenta de momento como la única disciplina capaz de integrar las cuestiones relativas al “hacer” y al “enseñar” matemáticas (Puig 2005)<sup>3</sup>.

---

<sup>3</sup> Hasta el curso 2008-09, la formación matemático-didáctica de la Diplomatura de Maestro de EI en la Universidad Complutense de Madrid estaba formada por tres asignaturas: Una de carácter matemático: “Fundamentos de Matemáticas” (6 créditos) y dos de carácter didáctico: “Desarrollo del Pensamiento matemático y su Didáctica” (9 créditos) y “Didáctica de las Matemáticas en la EI” (6 créditos). Sin embargo, nosotros creemos que debe hacerse una formación que integre lo didáctico y lo matemático.

Para ello es importante partir de cuestiones que hacen referencia a las matemáticas como un todo o, al menos, a alguna de las áreas<sup>4</sup> en que se estructuran las matemáticas en la EI:

1. *Actividades lógicas*
  - 1.1. Simbolización
  - 1.2. Clasificaciones y ordenaciones
  - 1.3. Estudio de las regularidades (ritmos y algoritmos)
2. *El número natural*
  - 2.1. Número cardinal
  - 2.2. Número ordinal
3. *Iniciación a la medida*
  - 3.1. Iniciación a las medidas de longitud
  - 3.2. Iniciación a las medidas de tiempo
  - 3.3. Iniciación a las medidas de capacidad
  - 3.4. Iniciación a las medidas de peso
  - 3.2. Iniciación a las medidas de superficie
4. *Conocimientos espaciales y geométricos*
  - 4.1. Posiciones relativas de los objetos en el espacio
  - 4.2. Desplazamientos orientados
  - 4.3. Estudio de formas geométricas planas
  - 4.4. Estudio de formas geométricas tridimensionales

Sin pretender ser exhaustivos, proponemos algunas de las cuestiones matemático-didácticas que creemos deben formar parte de la problemática docente del maestro de EI:

- *¿Cómo se interpretan las matemáticas en la EI? ¿Cómo condiciona esta interpretación la forma de enseñar matemáticas?*

Dentro de la profesión de Maestro, tiene una importancia fundamental ser capaz de explicitar lo que llamaremos el *modelo epistemológico dominante* (Gascón 2001), es decir, el conjunto de nociones, herramientas y creencias que se usan para describir, interpretar, organizar, desarrollar y evaluar las matemáticas que se enseñan. ¿En qué medida dicho modelo epistemológico es explícito? ¿Cuáles son los términos y el lenguaje que se utilizan, por ejemplo en los documentos curriculares oficiales? ¿En qué medida son profesionalmente útiles y funcionales? ¿Qué modelos alternativos se utilizan (por ejemplo en didáctica de las matemáticas) o podrían utilizarse?

- *¿Cuál es la función de las matemáticas en nuestra Sociedad?*

¿Por qué hay que estudiar matemáticas? ¿Para qué sirven los conocimientos matemáticos? ¿Qué significa hacer matemáticas en EI? ¿Por qué unas actividades reciben el calificativo de matemáticas y otras no?

- *¿Qué matemáticas hay que enseñar en la EI y su prolongación a los primeros cursos de la Educación Primaria?*

¿Cuáles son las cuestiones cruciales para la EI en cuya respuesta intervienen de manera central las matemáticas? ¿Cuáles de dichas cuestiones tienen una fuerte legitimidad funcional, en el sentido de que facilitarán el acceso a los contenidos de Primaria? ¿Cómo abordar el estudio de las matemáticas en cada curso de la EI? ¿Qué significa enseñar las matemáticas en EI de forma globalizada?

---

<sup>4</sup> Para la propuesta de estas áreas en la EI, en el caso de la Universidad Complutense de Madrid, hemos utilizado como referencia los currículos de EI de Francia (Eduscol 2002) y de España (MEC 2007) y las investigaciones realizadas por Guy Brousseau y sus colaboradores en la Escuela Michelet de Talence (Bordeaux).

- *¿Qué tipo de actividad matemática es posible realizar en la EI?*

¿Qué cuestiones permiten dar sentido a (constituyen la “razón de ser” de) los contenidos matemáticos de la EI? ¿Qué diferencia hay entre las cuestiones que permiten al alumno construir conocimiento matemático y las que requieren el dominio de dicho conocimiento? ¿Qué diferencias hay entre las actividades funcionales, las rituales, los juegos de sociedad y aquellas diseñadas para que el alumno construya un conocimiento determinado? ¿Qué papel juegan los materiales didácticos, como por ejemplo: regletas, bloques lógicos, etc., en el estudio de las matemáticas en la EI? De qué modo podemos integrar el uso de las nuevas tecnologías en el estudio de las cuestiones en las que intervienen las matemáticas en la EI?

- *¿Qué relación existe entre los conocimientos espaciales y los geométricos?*

¿Cuál es el origen de los conocimientos *espaciales* (Gálvez 1985, Berthelot y Salin 1992, Salin 2004)? ¿Y de los *geométricos*? ¿Cuándo se puede decir que un problema es *espacial* y cuándo que es *geométrico*? ¿En qué medida los problemas espaciales son la *razón de ser* de los conocimientos geométricos? ¿Qué conocimientos geométricos son una buena herramienta para resolver problemas espaciales?

- *¿Cuáles son las cuestiones cuya respuesta requiere poner en funcionamiento las actividades lógicas que forman parte del currículum de la EI?*

¿Qué se entiende por actividades lógicas en la EI? ¿Por qué hay que enseñar los conocimientos lógicos en la EI? ¿Cómo hay que gestionar la *lógica natural* de los “predicados amalgamados” (Orús 1992)? ¿Cuáles son los objetivos que se pretenden con el estudio de los rudimentos de la lógica? ¿Los conocimientos lógicos son importantes en sí mismos o son más bien un instrumento para el estudio del número y de la medida de magnitudes continuas? ¿Qué relación hay entre el estudio de la simbolización y el del número? ¿Qué relación existe entre los conocimientos espaciales y geométricos y el estudio de las regularidades? ¿Y entre el estudio de las regularidades y el estudio del número?

- *¿Qué tipo de cuestiones permiten la iniciación al estudio de la medida de magnitudes?*

¿Qué tipo de magnitud (longitud, área, tiempo, peso, volumen, etc.) es la más apropiada para iniciar el estudio de la medida de magnitudes? ¿Qué características especiales tienen las cuestiones que deben utilizarse en este inicio?

- *¿Cómo se puede relacionar el estudio del número con el de las clasificaciones y ordenaciones, la medida de magnitudes y el estudio de las regularidades?*

¿En qué medida las cuestiones utilizadas para el estudio de las clasificaciones y ordenaciones constituyen una preparación para el estudio del número? ¿En qué se diferencian las cuestiones que se utilizan para el estudio del número natural de las utilizadas para dar sentido al estudio de la medida de magnitudes continuas?

- *En EI, ¿qué se entiende por “contar”? ¿qué significa enseñar a contar?*

¿Cuáles son las cuestiones que dan origen al estudio de las actividades denominadas “pre-numéricas”? ¿Cómo se relacionan estas cuestiones con las que dan origen a la actividad de contar propiamente dicha?

Consideramos que cualquier proyecto de formación de Maestros de Educación Infantil debería abordar la construcción de elementos de respuesta a este conjunto de cuestiones

(y otras del mismo tipo que no hemos incluido aquí), aunque es evidente que, dadas las restricciones curriculares, no pueden tratarse todas con la misma profundidad.

### **3.- La propuesta de formación matemático-didáctica en el Grado de Maestro de Educación Infantil en la Universidad Complutense de Madrid**

El actual plan de estudios diseñado por la Universidad Complutense para el Grado de Maestro de Educación Infantil se inició el curso 2009-10, por lo que, en este momento, se están impartiendo ya los dos primeros cursos.

La formación matemático-didáctica de los estudiantes de Grado se ha estructurado en dos asignaturas obligatorias:

- “Desarrollo del pensamiento lógico-matemático y su didáctica I”, de 6 créditos, en el 1º cuatrimestre del 2º curso.
- “Desarrollo del pensamiento lógico-matemático y su didáctica II”, de 6 créditos en el 1º cuatrimestre del 3º curso.

Por otro lado, los estudiantes de 2º, 3º y 4º curso pueden cursar también dos asignaturas optativas:

- “Construcción del Espacio y de la Geometría en Educación Infantil”, de 6 créditos.
- “Diseño y Gestión de Situaciones Didácticas con Contenido Matemático en Educación Infantil”, de 6 créditos.

En cuanto al programa de las asignaturas obligatorias, hasta el momento sólo ha sido aprobado por el Departamento de Didáctica de las Matemáticas el de la asignatura de 2º curso. Dicho programa contiene los siguientes objetivos y contenidos:

#### **BREVE DESCRIPTOR:**

Contenidos matemáticos recursos metodológicos y materiales en el desarrollo del pensamiento matemático.

Fundamentación matemática de los conceptos lógico-matemáticos incluidos en los currículos de Educación Infantil.

Teorías de Didáctica para la enseñanza y aprendizaje de estos conceptos.

Metodología, estrategias y recursos didácticos para trabajar con alumnos de Educación Infantil.

#### **OBJETIVOS:**

1. Conocer el objeto y los métodos de la Didáctica de las Matemáticas, así como la fundamentación de las tendencias actuales en esta disciplina.
2. Identificar los fenómenos que caracterizan la relación didáctica y deducir de su análisis los principios y pautas para la actuación en el aula.
3. Establecer las bases teóricas necesarias para fundamentar los contenidos matemáticos que propone el currículo oficial de Educación Infantil.
4. Conocer la distribución de los contenidos matemáticos en la Educación Infantil, atendiendo a la graduación matemática y el desarrollo de los alumnos.
4. Capacitar al futuro maestro para seleccionar los medios y las técnicas que se adapten mejor al desarrollo evolutivo del niño de Educación Infantil.
5. Ser capaz de elaborar progresiones didácticas correspondientes a la enseñanza en el área de Matemáticas en Educación Infantil, en las que se ponga en relación las situaciones diseñadas con los objetivos y la evaluación de las mismas.
6. Capacitar al futuro maestro para analizar, seleccionar y construir materiales didácticos apropiados a los contenidos matemáticos de la Educación Infantil.

#### **CONTENIDOS TEMÁTICOS:**

TEMA 1. (1 crédito): DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS Y LA EDUCACIÓN INFANTIL: la actividad matemática.

- 1.1. El currículo de matemáticas en la Educación Infantil. Análisis y justificación.

1.2. Aportaciones de la Didáctica de las Matemáticas para el análisis y diseño de secuencias didácticas en la Educación Infantil.

TEMA 2. (2 créditos): LAS ACTIVIDADES LÓGICAS EN LA EDUCACIÓN INFANTIL.

2.1 Designación y simbolización. Análisis de situaciones que dan sentido a la simbolización y a la representación en la Educación Infantil.

2.2 Elaboración y codificación de algoritmos. Análisis de situaciones que dan sentido al estudio de regularidades y algoritmos en la Educación Infantil.

2.3. Selección, clasificación, seriación y ordenación. Relaciones binarias: relaciones de equivalencia y orden. Análisis de situaciones que dan sentido a selecciones, clasificaciones secuenciaciones y ordenaciones en Educación Infantil. Órdenes pluridimensionales.

TEMA 3. (3 créditos): EL NÚMERO NATURAL EN LA EDUCACIÓN INFANTIL.

3.1 El número natural en el currículum de Educación Infantil.

3.2 Construcción del número natural. Elementos matemáticos.

3.3 Designaciones oral y escrita de los números naturales.

3.4. La conservación de la cantidad. La cuotidad. La enumeración.

3.6 Situaciones que dan sentido a la enumeración. Situaciones que dan sentido al aspecto cardinal del número natural.

3.7 Situaciones que dan sentido al aspecto ordinal del número natural.

3.8 El número para anticipar.

Para una información más detallada se puede consultar:  
<http://www.ucm.es/pags.php?a=estudios&d=muestragrado3&idgr=24>

El programa de la asignatura obligatoria de 3º que se impartirá por primera vez en el curso 2011-12, aún no ha sido aprobado por el Departamento de Didáctica de las Matemáticas en su forma definitiva, pero, por ahora, sólo sabemos que sus contenidos temáticos serán:

TEMA 1. (2'5 Créditos): INICIACIÓN A LAS MAGNITUDES Y SU MEDIDA.

TEMA 2. (3'5 Créditos): ESPACIO Y GEOMETRÍA EN EDUCACIÓN INFANTIL.

### **3.1. Una primera experimentación de la asignatura “Desarrollo del pensamiento lógico-matemático y su didáctica I”**

Sabiendo que tenemos que impartir el programa aprobado de forma oficial y partiendo de la propuesta esbozada en el apartado 1, según el punto de vista de la TAD, hemos empezado, dentro de cada tema del curso, por describir la praxeología u organización matemática que es posible construir en la institución de EI, así como la praxeología u organización didáctica que permita reconstruirla con sentido en dicha institución. Una vez tengamos elementos para responder a dichas cuestiones quedará todavía el problema de cómo incorporarlos en un proceso concreto de formación del Maestro de EI.

Por lo tanto nos estamos planteando dos problemas profundamente relacionados entre sí y, de hecho, inseparables:

- (a) Un problema de ingeniería matemática: la construcción detallada de los componentes de la praxeología matemática que está en juego.
- (b) Un problema de ingeniería didáctica: el diseño de una praxeología didáctica que haga posible que una organización matemática como la anterior se genere, viva y se desarrolle adecuadamente en la institución de EI.

Para formular y buscar elementos de respuesta a ambos problemas nos situaremos en el ámbito de la TAD y utilizaremos herramientas y resultados obtenidos dentro de la Teoría de las Situaciones Didácticas (en adelante, TSD).

En lo que sigue describiremos de forma aproximada el *Recorrido de Formación* que hemos llevado a cabo en la formación matemático-didáctica de los estudiantes de 2º del Grado de Maestro de Educación Infantil.

El Recorrido de Formación va a estar guiado por una dialéctica entre cuestiones problemáticas y (elementos para elaborar) respuestas a dichas cuestiones. Como en todo proceso de formación, el núcleo del estudio lo constituyen las cuestiones que van apareciendo a medida que avanza el proceso. Dado que las que se han presentado no siempre pueden determinarse de antemano, parece claro que las que han surgido aquí pueden modificarse y ampliarse en función de la dialéctica concreta que se establezca en cada proceso concreto de estudio.

El Recorrido de Formación se ha desarrollado sobre los tres temas del programa. Hemos decidido tratar primero el tema 3 y luego el tema 2. Para ello, hemos seguido el mismo esquema de planteamiento de cuestiones y búsqueda de elementos de respuesta, teniendo en cuenta las propias características y peculiaridades de cada tema. Por otro lado, el tema 1 lo hemos tratado de forma transversal, de modo que tanto el estudio y discusión del currículum como el empleo de las herramientas que nos proporciona la Didáctica de las Matemáticas para el análisis y diseño de las situaciones o praxeologías didácticas han sido tratados al mismo tiempo que elaborábamos las praxeologías matemáticas y didácticas en torno al número natural, la designación y simbolización, las clasificaciones y ordenaciones y los algoritmos.

A continuación, intentaremos mostrar el trabajo desarrollado a lo largo del curso, ejemplificándolo con el estudio que hemos realizado del “Número en la Educación Infantil”.

### **3.2. Proceso de estudio en torno al tema 3: “EL NÚMERO EN LA EDUCACIÓN INFANTIL”**

La primera actividad que hemos llevado a cabo ha sido analizar el currículum de Educación Infantil, buscando de manera específica lo relativo a los contenidos matemáticos y hemos planteado las siguientes cuestiones:

*¿Cuáles son las Áreas de conocimiento de la EI? ¿En qué área se encuentran los conocimientos matemáticos? ¿Cuáles son los objetivos y contenidos de dicha Área? ¿Cuáles son los criterios de evaluación de dicha Área? ¿Por qué en EI las áreas no están organizadas según las diferentes disciplinas como Lengua, Matemáticas, etc. como sucede en Educación Primaria o Secundaria? ¿Qué carencias encuentras en el currículum de EI? ¿Cuáles son los conocimientos numéricos que el currículum propone que se deben estudiar en la EI? etc.*

Los estudiantes han buscado posibles respuestas a las cuestiones anteriores, y hemos realizado una discusión con toda la clase. La última pregunta hace referencia a los conocimientos numéricos porque es el tema que pretendemos analizar y estudiar a continuación. Esta misma cuestión nos la volveremos a plantear cuando tratemos el estudio de las actividades lógicas en la EI.

Hemos elegido como elemento para *el primer encuentro* con el estudio del tema 3, la presentación y discusión sobre las dos situaciones siguientes<sup>5</sup> propuestas a alumnos de 5 años:

**PRIMERA SITUACIÓN:**

**Material:** Diversas colecciones de objetos (lápices, pelotas, muñecos, etc.). Fichas con dibujos de colecciones de objetos donde se pide escribir el número o, inversamente, con la escritura del número dibujada y un hueco donde el alumno debe dibujar la colección de objetos correspondiente.

**Desarrollo:**

Los niños están sentados en círculo en la alfombra y la maestra les muestra una de estas colecciones y les pregunta: *¿Cuántos elementos hay en esta colección?*

Los niños, en clases anteriores, ya han visto las escrituras hasta el 6 y hoy la maestra quiere introducir las escrituras 7 y 8.

Para ello, la maestra pide a los alumnos que formen colecciones de 7 u 8 objetos y a la inversa que digan cuántos objetos hay en las colecciones que muestra.

Después de algunos ejercicios de este tipo, la maestra les va a decir: *“Bien, hoy os voy a enseñar a escribir los números 7 y 8”*.

Los niños van a aprender el grafismo de las cifras 7 y 8 y luego hacen ejercicios del tipo anterior en fichas, donde aparece una colección de elementos dibujados y el alumno debe escribir el número de elementos de dicha colección o donde aparece escrito el número de elementos que tiene una colección y el alumno debe dibujar dicha colección de la que se conoce el número. Cuando los alumnos son capaces de realizar bien las fichas pedidas, el proceso didáctico continúa de manera similar con el aprendizaje del 9.

**SEGUNDA SITUACIÓN: “El juego de poner la mesa”**

**Material:** Una colección de 20 platos, una caja con una colección de 25 cubiertos de cada clase (cucharas, tenedores, vasos y cuchillos de plástico, una mesa y cuatro cestas para transportar los cubiertos. Papel y lápiz para escribir los mensajes.

**Desarrollo:** El juego se lleva a cabo en varias etapas:

**Primera etapa:** La actividad se realiza en un taller de 4 alumnos. La maestra coloca los platos en la mesa y propone a cada uno de los alumnos que traigan los cubiertos necesarios para que haya uno para cada plato. En esta primera etapa la caja de los cubiertos está al lado de la mesa donde se han colocado los platos.

**Segunda etapa:** Se propone la misma actividad en taller de 4 alumnos, pero ahora la caja de los cubiertos está en un lugar desde donde no es posible ver los platos. La consigna que da la maestra es: *“Debéis traer justo los cubiertos necesarios para que haya exactamente uno para cada plato”*. Entonces, un alumno irá a buscar las cucharas, otro los tenedores, etc. En un primer momento los alumnos pueden realizar los viajes que deseen, pero posteriormente la maestra debe proponer: *“Debéis traer en un solo viaje justo los cubiertos necesarios para que haya exactamente uno para cada plato”*.

Cuando cada alumno trae su colección de cubiertos en la cesta, la maestra pregunta: *¿Crees que traes justo un cubierto para cada plato? A continuación los compañeros y el mismo alumno pueden comprobar si han resuelto bien la tarea propuesta o no.*

**Tercera etapa:** El juego se convierte en una situación de comunicación escrita.

La maestra dice: *“Hoy, tú no irás a buscar los cubiertos sino que se lo encargarás a un compañero mediante un mensaje escrito. Para ello, yo te daré una colección de platos y deberás indicar a tu compañero (que no ve la colección de platos) mediante un mensaje escrito que traiga justo los cubiertos necesarios para que haya exactamente uno para cada plato”*. La maestra realiza un sorteo para asignar a cada alumno emisor un compañero receptor. Una vez que el alumno receptor trae la colección de cubiertos pedidos, ambos alumnos comprueban si la tarea pedida ha sido bien resuelta o no. El juego se realizará varias veces intercambiando los papeles de los alumnos.

Las primeras impresiones y los intentos de análisis iniciales de estas situaciones provocan en los estudiantes la necesidad de buscar información que les permita llevar a cabo un análisis didáctico de las dos situaciones. Todos llegan a la conclusión de que

<sup>5</sup> El diseño de estas dos situaciones lo hemos realizado a partir de Gairín-Calvo (1988) la primera y de Briand, Loubet y Salin (2004) la segunda.

con ambas situaciones el maestro pretende que los alumnos aprendan a contar, aunque los estudiantes no disponen de una idea clara de lo que significa contar.

Ante el resultado de la discusión, el profesor propone, como punto de partida, la siguiente cuestión generatriz:

**Q:** *En Educación Infantil ¿qué se entiende por “contar” y qué significa enseñar a contar?*

### **La razón de ser de las matemáticas a estudiar en Educación Infantil**

La problemática inicial en torno a las posibles razones de ser de las praxeologías matemáticas depende, en primera instancia, de sus usos y funciones más básicos. Dicha problemática la hemos concretado en el siguiente conjunto inicial de cuestiones.

**Q1:** *¿Cuáles son los tipos de problemas que dan sentido al número natural en sus aspectos cardinal y ordinal? ¿Cuáles son las cuestiones (la “razón de ser”) cuya respuesta requiere como estrategia óptima en EI el uso de los primeros números naturales? ¿Cuáles son los diferentes usos que realizamos con los números naturales? ¿Para qué sirven en EI los números naturales? ¿Existe algún tipo de tarea que es previa y que prepara y ayuda a la construcción del número natural?*<sup>6</sup>

Para dar respuesta a estas cuestiones, hemos dedicado un tiempo, dentro y fuera del aula, para la búsqueda de posibles elementos de respuesta en algunos de los textos de que disponemos como los siguientes: Fuson, Richards y Briars (1982), Castro, Rico y Castro (1988), Ermel (1990), Bermejo y Lago (1991), Dubois, Fénichel y Pauvert 1993, Briand y Chevalier (1995), Pierrard (2002), Martin (2003a y 2003b), Briand, Loubet y Salin (2004), Fernández (2004a y 2004b), Chamorro, Belmonte, Ruiz Higuera y Vecino (2005), Valentin (2005a y 2005b), Noirfalise y Matheron (2009), Aguilar, Ciudad, Láinez y Tobaruela (2010.). La búsqueda de información, en general, ha sido dirigida por el profesor, indicando los capítulos de los libros donde podían encontrar datos e información relevantes sobre tema o cuestión a estudiar.

Luego hemos establecido una discusión en pequeños grupos, para terminar en una puesta en común con toda la comunidad de estudio, es decir, con toda la clase, donde se ha llegado a una síntesis e institucionalización de los diferentes tipos de problemas que dan sentido al número<sup>7</sup>.

Así hemos llegado a la propuesta de posibles cuestiones que puede generar la praxeología matemática en torno al conteo. También ha surgido la noción de *variable didáctica* como elemento que puede manejar el maestro con el objetivo de provocar la evolución progresiva de la praxeología matemática que se está construyendo.

### **Las técnicas matemáticas en torno a la iniciación al número natural en la EI**

Como la génesis y el desarrollo de las praxeologías matemáticas están asociados al desarrollo de las técnicas, han aparecido cuestiones relativas a los posibles tipos de técnicas matemáticas que pueden utilizarse en la institución de EI para llevar a cabo las tareas que permiten iniciar a los alumnos de EI en el conteo.

---

<sup>6</sup> Entre las situaciones que podemos considerar pre-numéricas están las de enumeración (Briand 1993 y Briand, Loubet y Salin 2004). En Briand, Loubet y Salin (2004) y en Chamorro, Belmonte, Ruiz Higuera y Vecino (2005) se pueden encontrar situaciones que permiten el estudio específico de la enumeración.

<sup>7</sup> Para poder tener una propuesta más detallada de este Recorrido de Formación puede consultarse Sierra, Bosch y Gascón (en prensa). Allí, también, puede encontrarse algunos de los tipos de problemas que dan sentido al número.

**Q<sub>2</sub>:** *¿De qué técnicas matemáticas disponen los alumnos de EI para llevar a cabo las tareas presuntamente útiles para iniciarse en el conteo y en la utilización funcional de los números naturales? ¿Qué otras técnicas de cardinación mejoran en eficacia y en economía la técnica del conteo? ¿Qué relación existe entre dichas técnicas? ¿Podría esquematizarse un proceso de desarrollo progresivo de las mismas?*

Los estudiantes han comenzado a realizar un análisis de la bibliografía, ya utilizada previamente, que les ha permitido reconocer y dar nombre a algunas de dichas técnicas. Por otro lado, también el profesor ha facilitado a los estudiantes el acceso a las diferentes técnicas proporcionando un listado<sup>8</sup> para su estudio y análisis. Hemos iniciado la discusión a partir de las técnicas matemáticas que están disponibles en la institución (o en otras instituciones) y que, por lo tanto, los alumnos de EI pueden utilizar para llevar a cabo las tareas o problemas encontrados anteriormente.

La discusión ha continuado abordando el problema de la posible “jerarquía” entre dichas técnicas y el consiguiente “desarrollo” progresivo de las mismas en manos de los alumnos de Educación Infantil. Se trata, en definitiva, del problema de diseñar una Organización Didáctica en Educación Infantil que provoque el desarrollo de dichas técnicas en la dirección adecuada.

Llegados a aquí, y dado que este desarrollo resulta muy difícil de llevar a cabo por los propios estudiantes de manera completamente autónoma, el profesor ha planteado la cuestión general de las condiciones que debe cumplir una *organización didáctica* (o una *situación de aprendizaje*) en EI a fin de que, además de integrar la “razón de ser” de la organización matemática que se quiere reconstruir, sea capaz de potenciar el desarrollo del proceso de estudio en una dirección adecuada.

**Q<sub>3</sub>:** *¿Cuáles son las diferentes formas de aprendizaje y qué condiciones debe tener una situación para permitir que los alumnos puedan construir un conocimiento dándole sentido? En la terminología de la TAD, ¿qué características debe tener un proceso de estudio para poderse considerar como “funcional”?*

Para dar respuesta a estas cuestiones hemos establecido de nuevo una discusión en pequeños grupos y ha aparecido la necesidad de analizar, en general, qué tipos de *situaciones de aprendizaje matemático* pueden presentarse en la EI.

Como en ocasiones anteriores, una breve revisión bibliográfica nos ha proporcionado algunos elementos de respuesta a dicha cuestión. Aquí hemos combinado informaciones generales (válidas para cualquier organización matemática) con otras más específicas relativas al caso de los números naturales en EI.

Después de esta discusión general relativa a las condiciones que debe satisfacer una situación de aprendizaje, creemos que los estudiantes ya han adquirido las condiciones que les van a permitir poder realizar un análisis organizado y fundamentado de las dos situaciones didácticas propuestas al principio del tema.

### **Análisis de situaciones didácticas de iniciación a la actividad de contar**

Dado que los criterios con los que puede analizarse una organización didáctica son difíciles de construir espontáneamente por los futuros maestros de EI, hemos propuesto un conjunto de cuestiones relativas a cada una de las situaciones descritas. Pensamos que el estudio de estas cuestiones va a ayudar a construir una *técnica didáctica de análisis de situaciones de enseñanza*. Por ello, en primer lugar, hemos propuesto a los

---

<sup>8</sup> El listado proporcionado a los alumnos, aparece en el anexo 1 de este documento.

alumnos analizar las dos situaciones del principio, buscando elementos de respuesta a las siguientes cuestiones:

- Q4:** (a) *¿Cuál es el tipo de problemas que se propone a los alumnos?*
- (b) *¿Qué características de la situación son propias de una situación de aprendizaje por familiarización o de aprendizaje por adaptación al medio?*
- (c) *¿Cuáles son las variables didácticas?, es decir, ¿cuáles son los elementos de la situación que pueden ser modificados por el maestro y que afectan a la jerarquía de estrategias de resolución (por el coste, la validez, la complejidad)?*
- (d) *¿Cuáles son las posibles técnicas que puede utilizar el alumno para realizar las tareas que se proponen? ¿Cuál es la técnica inicial o técnica de base que permite al alumno entrar en el problema y empezar a resolverlo? ¿Cuáles son las técnicas más eficaces, más económicas? ¿Cuál es la óptima? ¿Cómo se relaciona la evolución de las técnicas con las variables didácticas? ¿Cómo podrían desarrollarse las técnicas hasta producir la técnica óptima?*
- (e) *¿Quién valida las posibles soluciones aportadas por los alumnos al problema? ¿De qué técnicas de validación disponen los alumnos?*

El análisis de diferentes situaciones didácticas que han sido aportadas a la clase, tanto por el profesor como por los propios estudiantes, ha seguido realizándose con la búsqueda de elementos de respuesta a las cuestiones anteriores. Las situaciones didácticas que se han analizado a lo largo del curso se han obtenido de Briand, Loubet y Salin (2004), y de algunos vídeos (no comercializados) de experimentaciones realizadas en escuelas infantiles de Francia. Dichos análisis se han realizado unas veces individualmente y otras en pequeños grupos, para terminar en una puesta en común con toda la comunidad de estudio.

El objetivo que hemos pretendido con este estudio es que los estudiantes lleguen a ser competentes no sólo en el análisis, sino también en el diseño de una organización didáctica para iniciar a los alumnos de EI en el uso funcional de los números naturales<sup>9</sup>. El desarrollo del curso ha continuado con un formato semejante para el tema 2 y como ya hemos dicho, el tema 1 lo hemos tratado de forma transversal, a la vez que íbamos estudiando los temas 2 y 3.

Al principio del curso hemos organizado a los alumnos por grupos de entre 4 y 6 componentes cada uno.

Los grupos se han encargado de realizar el acta de cada sesión de clase por turno voluntario. Del mismo modo, cada grupo debía plantear una pregunta cada quincena relacionada con estudio de las matemáticas en EI, pero este dispositivo sólo se ha llevado a cabo dos veces en el cuatrimestre, debido a que lo hemos supeditado a poder terminar el estudio de todo el programa.

La evaluación del curso se ha realizado del siguiente modo:

- El número de actas realizadas y la calidad de la expresión escrita de las mismas realizado por el grupo: 10%

---

<sup>9</sup> En un trabajo anterior hemos diseñado una organización o praxeología didáctica para el primer ciclo de la Educación Primaria en (Sierra 2006, pp. 267-296), utilizando las investigaciones llevadas a cabo por Guy Brousseau y sus colaboradores en el ámbito de la TSD. Ahora lo que pretendemos es que nuestros estudiantes lo hagan para el caso de la Educación Infantil con la ayuda del material contenido en el CD-ROM de Briand, Loubet y Salin (2004).

- Las preguntas de la quincena<sup>10</sup> dan lugar a una calificación global del grupo en función de la calidad de las preguntas formuladas. La calidad, la riqueza y la relevancia de las cuestiones formuladas por cada grupo de estudiantes es un indicador de la calidad del aprendizaje del grupo: 10%
- Prueba escrita que los estudiantes deberán realizar individualmente respondiendo a cuestiones que hagan referencia a la problemática estudiada a lo largo del curso: 80%

A lo largo del curso se han realizado dos pruebas escritas: la primera sobre lo estudiado hasta la mitad del curso y la segunda sobre todo el curso. De modo que los alumnos que no habían aprobado la primera parte han podido recuperarla en la segunda prueba o prueba final.<sup>11</sup>

#### **4.- Dificultades y restricciones encontradas. Conclusiones**

El “*Recorrido de Formación*” que hemos llevado a cabo consiste esencialmente en un proceso de estudio generado por una cuestión “umbilical” para la formación matemático-didáctica del Grado de maestro de EI. Hemos partido del postulado que toda formación debe organizarse en torno al estudio de un conjunto de cuestiones problemáticas (que constituyen el corazón del proceso de estudio) y de la consiguiente dialéctica entre cuestiones y respuestas tentativas.

Hemos tomado como ejemplo una de dichas cuestiones, la que hace referencia al “contar” y al “enseñar a contar” en EI, y hemos descrito un *Recorrido de Formación* guiado por algunas cuestiones generadas a lo largo del proceso de estudio<sup>12</sup>.

A lo largo de este proceso hemos observado la gran dificultad que tienen los alumnos para plantear cuestiones en torno al tema que están estudiando. Por tanto, consideramos que esto debe ser un elemento a mejorar, buscando dispositivos adecuados que favorezcan el planteamiento de cuestiones por parte de los estudiantes.

Por otro lado, si se quiere que el estudio de la asignatura se lleve a cabo dentro de una comunidad de estudio, donde el profesor ejerce de director del estudio, creemos que el *tiempo* asignado dentro del plan de estudios es claramente insuficiente. Se necesita un tiempo suficiente para que los estudiantes puedan encontrar las posibles respuestas que hay disponibles en la cultura. Posteriormente será necesario analizarlas y discutir las con todo el grupo de clase.

Hemos tenido dificultades para llevar a cabo de manera adecuada la actividad de las “Preguntas de la Quincena”. Este dispositivo necesita un tiempo de búsqueda elementos de respuesta por parte de los grupos y un tiempo de discusión por parte de toda la comunidad de estudio. Por otra parte, los estudiantes están muy poco habituados a realizar este tipo actividad.

---

<sup>10</sup> Este dispositivo lo hemos puesto en marcha para probar su funcionamiento en el Grado Maestro. Para obtener más información sobre sus objetivos puede consultarse Bosch y Gascón (2009).

<sup>11</sup> En el anexo 2 aportamos las pruebas escritas propuestas a los estudiantes.

<sup>12</sup> Este tipo de formación se está experimentando parcialmente en España desde el curso 2004/2005 en la Universidad Complutense de Madrid y, más recientemente, en la Universidad de Jaén (Ruiz y García 2008) en lo que hace referencia a la Enseñanza Infantil y Primaria. El equipo del Instituto Universitario de Formación de Maestros de Marsella dirigido por Yves Chevallard lo lleva implementando desde el curso 2002/2003 y ha dado lugar a un extenso trabajo de investigación para el caso de la formación de profesores de secundaria (Cirade 2006).

También se echa de menos una infraestructura adecuada para este tipo de estudio, que favorezca el acceso a la información y la posterior evaluación de dicha información. Ello es difícil de conseguir con clases de entre 80 y 100 alumnos y aulas con mobiliario que no facilita ni el trabajo ni la discusión en pequeños grupos y carentes de dispositivos que permitan el acceso a la información necesaria, como libros de texto, ordenadores, libros de Didáctica de las Matemáticas, etc.

Por ello, proponemos para dicha asignatura:

- Una asignación de 9 créditos a lo largo de todo el curso y no durante un solo cuatrimestre (igualmente proponemos que se asignen 9 créditos a la asignatura de 3º curso del Grado) con el objetivo de que los estudiantes puedan irse adaptando de modo progresivo a este tipo de estudio.
- Un número de alumnos no superior a 40.
- Un aula con dispositivos de acceso fácil y rápido a la información.

También creemos que dicha asignatura debería tener una relación explícita con las “Prácticas docentes” ya que es en dicho ámbito en el que tomarán cuerpo las cuestiones docentes y en el que el estudiante en formación debe ensayar las posibles respuestas encontradas en su estudio de la materia. Además si ello fuera así, el dispositivo de las “Preguntas de la quincena” adquiriría pleno sentido, ya que es en el Practicum donde surgen muchas de las cuestiones relacionadas con la profesión de Maestro, y que en este momento los programas de formación de Maestro de EI no contemplan.

Sabemos que la propuesta didáctica que hemos implementado de esta asignatura aún requiere ser mejorada y esperamos poder hacerlo en sucesivas experimentaciones. Pero, también creemos que esto no es una tarea que deba depender siempre de un profesor concreto sino que es toda la comunidad de profesores e investigadores en Didáctica de las Matemáticas la que debe participar en la búsqueda y posterior oferta de buenas praxeologías didácticas.

En definitiva, la formación del maestro de EI desvela una problemática docente muy rica y nada trivial que requiere de manera imperiosa no sólo importantes esfuerzos de investigación en didáctica de las matemáticas, sino también que la propia *profesión* de maestro de Educación Infantil la tome en consideración y contribuya a hacerla evolucionar.

## Referencias bibliográficas

- Aguilar, B., Ciudad, A., Láinez, M.C. y Tobaruela, A. (2010). *Construir, jugar y compartir. Un enfoque constructivista de las matemáticas en educación infantil*. Jaén: Enfoques Educativos, S.L.
- Bermejo, V., y Lago, M. O. (1991). *Aprendiendo a contar: Su relevancia en la comprensión y fundamentación de los primeros conceptos matemáticos*. Madrid: CIDE.
- Berthelot R. y Salin M.H. (1992) *Représentation de l'espace chez l'enfant et enseignement de la géométrie dans la scolarité obligatoire. Didactique des mathématiques*. Thèse. Université de Bordeaux I.
- Blanco, L. (2002) Educación matemática y formación inicial del profesorado de primaria, secundaria y bachillerato. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, nº 43. (pp. 173 - 179).Universidad de Zaragoza.

- Bosch, M. & Gascón, J. (2009). Aportación de la Teoría antropológica de lo didáctico a la formación del profesorado de matemáticas de Secundaria. En González, M. T. & Murillo, J. (Coords.) *XIII Simposio de la SEIEM. Investigación en Educación Matemática*. (pp. 89-113)
- Briand, J. (1993). *L'énumération dans le mesurage des collections : un dysfonctionnement dans la transposition didactique*. Tesis doctoral. Ladist. Université Bordeaux I.
- Briand, J. Y Chevalier, M.C. (1995). *Les enjeux didactiques dans l'enseignement des mathématiques*. París: Hatier.
- Briand, J. ; Loubet, M. ; Salin, M.H. (2004). *Apprentissages mathématiques en maternelle* [Cédérom]. Paris : Hatier. 1 cédérom + 1 notice (15 p.). Hatier pédagogie.
- Castro, E., Rico, L. y Castro, E. (1988). *Números y operaciones. Fundamentos para una aritmética escolar*. Madrid. Síntesis.
- Chamorro, M.C.; Belmonte, J. M.; Ruiz Higuera, L.; Vecino, F. (2005). “*Didáctica de las matemáticas para educación infantil*”. Madrid : Pearson Educación.
- Chevallard, Y. (2001). Aspectos problemáticos de la formación docente. *XVI Jornadas del Seminario Interuniversitario de Investigación en Didáctica de las Matemáticas*, Huesca. Disponible en: [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/YC\\_2001\\_-\\_Osca.pdf](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/YC_2001_-_Osca.pdf). (Última consulta realizada el 24/02/2011)
- Chevallard, Y. (2004a). La place des mathématiques vivantes dans l'éducation secondaire: transposition didactique des mathématiques et nouvelle épistémologie scolaire. 3<sup>e</sup> Université d'été Animath, Saint-Flour (Cantal), 22 al 27 août 2004.
- Chevallard, Y. (2004b). « Vers une didactique de la codisciplinariété. Notes sur une nouvelle épistémologie scolaire ». Disponible en [http://www.aix-mrs.iufm.fr/formations/form\\_formateur/documents/YC0906.pdf](http://www.aix-mrs.iufm.fr/formations/form_formateur/documents/YC0906.pdf) (Última consulta realizada el 22/02/2011)
- Chevallard, Y. (2007). *Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique*. En Ruiz-Higuera, L.; Estepa, A. Y García, F.J. (Eds). Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la teoría Antropológica de la Didáctica. (705-746). Jaén: Servicio de publicaciones de la Universidad de Jaén.
- Chevallard, Y. ; Bosch, M. Y Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona: ICE de Barcelona-Horsori.
- Cirade, G. (2006). *Devenir professeur de mathématiques : entre problèmes de la profession et formation en IUFM. Les mathématiques comme problème professionnel*. Thèse de doctorat, Université Aix-Marseille I, Marseille, France.
- Dubois, C. ; Fenichel, M. Y Pauvert, M. (1993). *Se former pour enseigner les mathématiques. (2. Maternelle, grandeur et mesure)*. Paris: Armand Colin.
- Ermel (1990). *Apprentissages numériques. (Grande section de maternelle)*. Paris: Hatier.

- Eduscol, (2002). *Vers les mathématiques : quel travail en maternelle?* [http://www.ia94.ac-creteil.fr/mathematiques/pdf\\_math/vers\\_les\\_math.pdf](http://www.ia94.ac-creteil.fr/mathematiques/pdf_math/vers_les_math.pdf) (Última consulta realizada el 25/02/2011)
- Fernández, C. (2004a). *Análisis didáctico de la secuencia numérica*. Málaga: Dykinson.
- Fernández, C. (2004b). *Pensamiento numérico y su didáctica*. Málaga: Dykinson.
- Fernández Enguita, M. (2001). A la busca de un modelo profesional para la docencia: ¿liberal, burocrático o democrático? *Revista Iberoamericana de Educación*, N° 25
- Fuson, K., Richards, J., & Briars, D. (1982). The acquisition and elaboration of the number word sequence. En C. Brainerd (Ed.), *Children's logical and mathematical cognition: Progress in cognitive development* (pp. 33-92). New York: Springer Verlag.
- Gairin-Calvo, S. (1988). *Les nombres au CP. Avec ou sans logiciel*. Bordeaux: Irem de Bordeaux. Université de Bordeaux I
- Gálvez, G. (1985) *El aprendizaje de la orientación en el espacio urbano : una proposición para la enseñanza de la geometría en la escuela primaria*. Tesis. México.
- Gascón, J. (2001). Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes. *Relime* 4(2) 129 - 159.
- Gelman, R. (1983). Les bébés et le calcul. *La Recherche*. 149 (83), 1382-1389
- Llinares, S. (1999). La investigación sobre el profesor de matemáticas. Aprendizaje del profesor y práctica profesional. *Aula. Revista de enseñanza e investigación educativa*, vol. 10, 153 – 179.
- Martin, F. (2003a). *Apprentissages mathématiques : jeux en maternelle*. Livre du maître. Bordeaux : CRDP d'Aquitaine.
- Martin, F. (2003b). *Apprentissages mathématiques : jeux en maternelle*. Fichier d'illustrations. Bordeaux : CRDP d'Aquitaine.
- Matheron, Y. y Noirfalise, A. (2009): *Enseigner les mathématiques à l'école primaire: Les 4 opérations sur les nombres entiers*. Ed. Vuibert. Paris.
- MEC (2007). Real decreto 1630/2006 de 29 de diciembre sobre las enseñanzas mínimas del 2º ciclo de Educación Infantil. *BOE n°4* , 474 - 482
- Orús, P. (1992). *Le raisonnement des élèves dans la relation didactique; effets d'une initiation à l'analyse classificatoire dans la scolarité obligatoire*. Tesis Doctoral. Université de Bordeaux.
- Ruiz, L. Y García, F.J. (2008). Didáctica de las matemáticas y formación de maestros. Respuestas y desafíos desde la TAD. En *Segundo Congreso Internacional de la TAD*. Uzés. Francia. (En prensa).
- Pierrard, A. (2002). *Faire des mathématiques à l'école maternelle*. Grenoble: CRDP de l'Académie de Grenoble. 246 p.
- Puig, L.(2005). Enseñar a enseñar las matemáticas. *El País digital*. 11/07/2005. [http://divulgamat2.ehu.es/index2.php?option=com\\_content&do\\_pdf=1&id=4958](http://divulgamat2.ehu.es/index2.php?option=com_content&do_pdf=1&id=4958) (Última consulta realizada el 26/02/2011)

- Salin, M.H. (2004). La enseñanza del espacio y la geometría en la escuela elemental. En *Números, formas y volúmenes en el entorno del niño*. Madrid: Instituto Superior de Formación del Profesorado, Ministerio de Educación y Ciencia.
- Sierra, T. A. (2006). *Lo matemático en el diseño y análisis de organizaciones didácticas. Los sistemas de numeración y la medida de magnitudes*. Tesis Doctoral. UCM. Madrid. Recuperable en <http://www.ucm.es/BUCM/tesis/edu/ucm-t%2029075.pdf> (Última consulta realizada el 25/02/2011)
- Sierra, T.A., Bosch, M. y Gascón, J. (en prensa). *La formación matemático-didáctica del maestro de educación infantil: El caso de “enseñar a contar”*. Revista de Educación. MEC. [http://www.revistaeducacion.mec.es/doi/357\\_059.pdf](http://www.revistaeducacion.mec.es/doi/357_059.pdf) (Última consulta realizada el 25/02/2011)
- Valentin, D. (2005a). *Découvrir le monde avec les mathématiques : situations pour la grande section de maternelle*. Paris: Hatier.
- Valentin, D. (2005b). *Découvrir le monde avec les mathématiques, grande section de maternelle : matériel pour la classe*. Paris: Hatier.

## ANEXO 1

### Las técnicas elementales de iniciación al número y la numeración

Para clarificar cada una de las técnicas matemáticas de iniciación al número y a la numeración que deberán ser construidas por los alumnos de EI y primer ciclo de EP, damos a continuación una descripción de cada una de ellas.

**“La correspondencia término a término” o “correspondencia uno a uno”** consiste en ir asociando o relacionando cada objeto de la primera colección con un objeto distinto de la segunda colección, de modo que cada objeto de la primera colección tenga asociado un único elemento de la segunda colección y que cada elemento de la segunda colección esté relacionado con un solo elemento de la primera colección.

**“La correspondencia grupo a grupo”** consiste en ir asociando a cada grupo o subconjunto de la primera colección un subconjunto o grupo equipotente distinto de la segunda colección. Esta técnica es utilizada cuando el tamaño de las colecciones aumenta. En otras palabras, esta técnica es una generalización de la anterior donde cada término en lugar de reducirse necesariamente a un solo elemento, es un grupo o subconjunto.

**“La estimación puramente visual”** consiste en comparar la colección con otra presente o no, utilizando su disposición espacial. Esta técnica es muy poco fiable.

**“El reconocimiento inmediato de la cantidad”** consiste en enunciar rápidamente el número de elementos de una colección sin necesidad de realizar un conteo de modo explícito. Esta técnica puede ser utilizada para colecciones cuyo número de elementos no sea mayor de 5 ó 6.

**“La técnica de conteo”** consiste en realizar la siguiente serie de tareas:

Distinguir dos elementos diferentes de un conjunto dado.

Reconocer la pertenencia o no de todos los elementos a la colección.

Elegir un primer elemento de la colección.

Enunciar la primera palabra-número (uno).

Determinar un sucesor en el conjunto de elementos no elegidos aún.

Atribuir una palabra-número (la siguiente de la anterior en la serie de palabras número) al sucesor.

Conservar en la memoria las elecciones anteriores.

(Volver a comenzar en 5) y 6 sincronizándoles.

Discernir cuando se ha elegido el último elemento.

Enunciar la última palabra-número.

Considerar que la última palabra dicha es el cardinal de toda la colección<sup>13</sup>.

En otras palabras, *el conteo* es un medio de cardinar<sup>14</sup> una colección y para ello hay que poner en correspondencia uno a uno cada objeto de la colección con una y una sola palabra-número, lo que supone dominar la enumeración. Además, hay que memorizar la cantinela numérica (uno, dos, tres,...) en el buen orden y tener en cuenta que la última palabra-número enunciada en el conteo designa una propiedad de la colección de objetos (principio cardinal), Gelman, (1983).

También podemos decir que *el conteo* es un procedimiento de *cardinación* que utiliza la cantinela siguiendo los cinco principios siguientes:

Principio de adecuación única. Decir una designación y una sola para cada objeto.

Principio de orden estable: La serie de palabras de la cantinela debe ser siempre la misma y dicha siempre en el mismo orden.

Principio cardinal: Asignar la última palabra pronunciada al número de objetos de la colección.

Principio de abstracción: Hay que hacer abstracción de la naturaleza de los objetos.

Principio de la no pertinencia del orden: El comienzo del conteo con un objeto u otro de la colección no tiene ninguna consecuencia sobre el resultado.

**“Escritura aditiva con agrupamientos no necesariamente equipotentes”** consiste en realizar agrupamientos o paquetes no necesariamente equipotentes y a continuación expresar el número de elementos de la colección mediante la expresión oral o escrita del número de elementos de cada paquete o agrupamiento. Así, por ejemplo, para una colección de 65 elementos, se puede decir que tiene 12 y 9 y 8 y 13 y 7 y 10 y 6 elementos, o también,  $12+9+8+13+7+10+6$  elementos.

**“Escritura aditiva con agrupamientos equipotentes”** consiste en realizar agrupamientos equipotentes y expresar el número de elementos de una colección mediante la expresión oral o escrita del número de elementos de cada grupo. Así para una colección de 65 elementos, podremos decir que hay 9 y 9 y 9 y 9 y 9 y 9 y 9 y 2 elementos, o también,  $9+9+9+9+9+9+9+2$  elementos.

**“Escritura aditiva con agrupamientos equipotentes y el mismo tipo de agrupamiento para todas las colecciones”**

**“Escritura aditivo-multiplicativa”** consiste en realizar agrupamientos equipotentes y luego contar el número de grupos equipotentes y el número de elementos sueltos, de modo que la expresión del número de elementos de la colección va a contener dos tipos de símbolos, uno que indicará el número de agrupamientos y el otro el número de elementos que tiene cada grupo. Así para la colección de 65 elementos, se puede expresar que tiene 7 grupos de 8 y 9 elementos, o también, de

---

<sup>13</sup> Se trata del paso de considerar la última palabra-número enunciada como una propiedad del último elemento, a considerarla como una propiedad (el cardinal) de toda la colección.

<sup>14</sup> “Cardinar una colección” consiste en atribuir a una colección el nombre o la escritura de su cardinal (el número de sus elementos), por cualquier procedimiento.

forma más reducida, 7 de 8 y 9 elementos. Se trata de escribir el número en la forma “ $n$  de  $b$  y  $a$ ”, donde  $b \geq 2$  y  $n$  y  $a$  números cualesquiera.

**“Escritura aditivo-multiplicativa del tipo “ $n$  de  $b$  y  $a$ ”, donde  $b \geq 2$ ,  $a < b$  y  $n$  cualquiera”.**

**“Escritura aditivo-multiplicativa del tipo “ $n$  de  $b$  y  $a$ ”, donde  $b = 10$ ,  $a < b$  y  $n$  cualquiera”.**

**“Escritura posicional en base 10”** donde cada uno de los agrupamientos realizados (siempre ya de 10, de 100, de 1000, etc.) viene indicado por las distintas posiciones y las cifras que aparecen en cada una de las posiciones indican la cantidad de dichos agrupamientos. De este modo, una colección de 325 elementos indica que hay 3 grupos de 100, 2 grupos de 10 y 5 elementos sueltos.



Departamento de Didáctica  
de las Matemáticas

## ANEXO 2

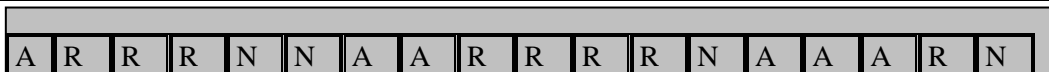
29 de noviembre de 2010 - Examen Parcial  
DESARROLLO DEL PENSAMIENTO  
MATEMÁTICO Y SU DIDÁCTICA I  
2º GRADO DE EDUCACIÓN INFANTIL (M3)

Nombre y Apellidos: .....

1.-Se propone a alumnos de 5-6 años la situación siguiente:

**“Los Trenes”**

Cada alumno recibe un modelo de tren que tiene vagones de 2, 3, 4 ó 5 colores diferentes. Cada alumno debe ir a buscar en un solo viaje todos los cubos necesarios para realizar dicho tren. El modelo de tren se entrega en una banda de papel o cartón como la siguiente:



A = Amarillo, R = Rojo, N = Negro

**Material:**

- Quince modelos de tren diferentes.
- Cubos encajables de cinco colores diferentes.
- Pequeñas bandejas para ir a buscar los cubos.

**Desarrollo del juego:**

Cada alumno recibe uno de los quince modelos de tren al azar. Se les da siguiente consigna: “Tenéis que ir a buscar los cubos necesarios para luego realizar el tren con ellos, encajándolos o colocándolos juntos igual que en el modelo que habéis recibido”

Primero realizan la actividad en tantos intentos como necesitan, hasta que consiguen realizar el modelo. Después se les pide que vayan a buscar los cubos necesarios con la bandeja que tiene cada uno pero en un solo viaje.

Cuando el alumno considera que ha terminado de realizar el modelo pedido, avisa a la maestra para que ella anote en la hoja de evaluación el modelo de tren obtenido y la actividad continúa con la realización de otro modelo por parte del alumno. Así hasta haber realizado todos los modelos propuestos.

Se pide:

- a) ¿Es una **situación de aprendizaje por adaptación al medio**? **Explicar** por qué. (3p)
- b) Indicar cuáles son las **posibles variables didácticas** relacionándolas con las **posibles estrategias de resolución**. (4p)
- c) ¿**Qué modificaciones** será necesario llevar a cabo en dicha situación **para provocar que el alumno utilice como técnica óptima** para resolverla **la escritura aditiva**? **Explicar y justificar la respuesta**. (3p)

- 2.- a) Explicar la **relación** que existe entre **la acción de contar y la de enumerar**. (3p)
- b) Explicar las **analogías o diferencias** que hay entre las técnicas “**Estimación puramente visual**” y “**Subitización o reconocimiento inmediato de la cantidad**”. (3p)
- c) Proponer un ejemplo de **situación de aprendizaje por adaptación al medio** que permita a los alumnos de Educación Infantil dar sentido al **número en su aspecto ordinal**. **Justificar** la respuesta, explicando brevemente **en qué consiste la situación** (*materiales, consigna, desarrollo y variables didácticas relacionándolas con las estrategias de resolución*) y **porqué es de aprendizaje por adaptación al medio**. (4p)



Departamento de Didáctica  
de las Matemáticas

8 de febrero de 2011- Examen Final  
DESARROLLO DEL PENSAMIENTO  
MATEMÁTICO Y SU DIDÁCTICA I  
2º curso Grado de Educación Infantil (M3)

Nombre y Apellidos: .....

1) Se propone la siguiente situación a alumnos de 5 años:

**Un tren está compuesto de vagones decorados con motivos. Es el tren de referencia. A distancia el niño dispone de los mismos motivos, en una bolsa, y de un tren que tiene el mismo número de vagones, pero no decorados. El niño debe tomar un motivo de la bolsa al azar, venir a ver el tren de referencia y volver a colocar dicho motivo en el tren que tiene que decorar, luego continúa con un segundo motivo, etc.  
El niño puede verificar su acción colocando los dos trenes el uno junto al otro.**

- 1a) ¿Es una situación de aprendizaje por adaptación al medio? Justificar la respuesta. (2p)  
1b) Explicar cuáles son las variables didácticas esenciales de la situación relacionándolas con las técnicas posibles de resolución. (3p)  
1c) En el juego de las flores, explicar cómo se puede provocar en el alumno que emplee la técnica de la escritura aditiva. Justificar la respuesta. (2p)  
1d) Se propone a alumnos de 4-5 años la actividad siguiente:

**“El juego del reparto de folletos de publicidad”  
“Cada alumno dispone, en una mesa delante de él, de una colección de buzones idénticos con una pequeña abertura que permite el paso de folletos de propaganda, sin ver el interior del buzón. Estos folletos de propaganda, en gran cantidad, están en una cesta en la misma mesa. Se trata de colocar un folleto y uno solo en cada buzón, y saber cuándo se ha terminado. Al final, si hay un solo folleto en cada buzón y si ninguno está vacío, entonces el alumno ha ganado.”**

Explicar si es una situación de aprendizaje por adaptación al medio e indicar cuáles son las posibles variables didácticas explicando su relación con las posibles estrategias de resolución. (3p)

- 2a) Explicar los diferentes procedimientos de conteo que es posible llevar a cabo para resolver una situación de adición o sustracción. En las situaciones que dan sentido a la adición o sustracción, explicar una variable didáctica que puede provocar que los alumnos lleguen a construir la técnica de sobreconteo. (2p)  
2b) En la situación didáctica “juego de la caja vacía”, explicar qué tipo de problema o problemas se plantea a los alumnos y cuáles son las variables didácticas relacionándolas con las técnicas que puede utilizar el alumno para resolver dicha situación. (3p)  
2c) Explicar qué es un algoritmo y qué tipo de algoritmos pueden trabajarse en la Educación Infantil. Poner un ejemplo de cada uno de ellos. (1p)  
2d) En una clase de Infantil (5 años) hemos ido a recoger hojas del bosque, y tenemos una colección numerosa de hojas de cinco tipos diferentes y queremos organizarlas primero para luego poder mostrarlas en una exposición.  
¿Qué tipo de situación de aprendizaje por adaptación al medio podemos plantear a los alumnos con el objetivo de organizar lo recogido? Explicar las condiciones (materiales, consigna, desarrollo) en que se puede plantear dicha situación para que sea una situación aprendizaje por adaptación al medio. Justificar por qué es una situación de aprendizaje por adaptación al medio. (3p)  
2e) Explicar en qué consiste la reconstrucción escolar de las matemáticas. (1p)