

# INVESTIGACIÓN DE DISEÑO PARA REFINAR UN TALLER FORMATIVO SOBRE PRÁCTICAS DE NOMBRAR Y EXPLICAR EN LA ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD<sup>2</sup>

## Design-based research for refining a developmental workshop on practices of naming and explaining in probability teaching

Alfonso, J. M. y Planas, N.

Universitat Autònoma de Barcelona

### Resumen

*Presentamos una investigación de diseño para mejorar un taller formativo que apoye a profesores de matemáticas de secundaria en su comprensión del potencial didáctico de prácticas matemáticas-lingüísticas de nombrar y explicar en la enseñanza de la probabilidad. Hemos diseñado e implementado los materiales de una primera iteración, centrados en la introducción de dos retos comunes en el aprendizaje escolar de la probabilidad (i.e. sesgos de equiprobabilidad y de representatividad) seguida de tareas profesionales relativas a prácticas de nombrar y explicar para ayudar a los alumnos a superar estos retos. El análisis de datos de la discusión conjunta en el taller está sirviendo para refinar los materiales y su gestión en una segunda iteración. Si bien las tareas promovieron la participación de los profesores en discusiones sobre nombrar y explicar probabilidad, apenas se mencionaron relaciones con retos en el aprendizaje de los alumnos.*

**Palabras clave:** *investigación de diseño, talleres con profesores de matemáticas, prácticas matemáticas-lingüísticas de nombrar y explicar, enseñanza de la probabilidad en secundaria.*

### Abstract

*We present a design-based research aimed at improving a developmental workshop that supports secondary-school mathematics teachers in their understanding of the didactical potential of mathematical-linguistic practices of naming and explaining in probability teaching. We have designed and implemented the materials of a first iteration, addressing the introduction of two common challenges in the school learning of probability (i.e. equiprobability and representativity biases) followed by professional tasks relative to naming and explaining for supporting students in overcoming these challenges. The analysis of data from the workshop group discussion is being used as a means for refining the materials and their implementation towards a second iteration. Whereas the tasks enacted the teachers' participation in the discussion of practices of naming and explaining probability, relationships with student learning challenges were hardly mentioned.*

**Keywords:** *design-based research, workshops with mathematics teachers, mathematical-linguistic practices of naming and explaining, secondary-school probability teaching*

### INTRODUCCIÓN

El problema de formar al profesorado de matemáticas de secundaria se ha estudiado desde distintas perspectivas, algunas de las cuales se sitúan en la tradición epistemológica sociocultural y destacan la importancia de trabajar los modos de comunicación matemática en las prácticas de enseñanza. Neumayer De Piper et al. (2021) y Adler et al. (2023), por ejemplo, han desarrollado sendas propuestas formativas centradas en el trabajo de los modos lingüístico –oral y escrito– y visual de la

---

<sup>2</sup> Estudio realizado con fondos del Proyecto PID2019-104964GB-I00, MICIU, y GIPEAM, 2021SGR-00159, AGAUR.

comunicación matemática en la enseñanza, mientras que Smith y Stein (2018) se han centrado en el trabajo del modo lingüístico oral en las discusiones matemáticas con los alumnos en clase.

En 2020 iniciamos un proyecto de investigación y formación del profesorado sobre cómo promover prácticas lingüísticas de nombrar y explicar en la enseñanza de contenidos matemáticos orientadas a facilitar un aprendizaje con comprensión de estos contenidos en los alumnos. Hemos diseñado, desarrollado y analizado talleres con profesores de matemáticas centrados en contenidos del currículo de secundaria (e.g., ángulos en Rave-Agudelo y Planas, 2022; ecuaciones lineales, fracciones e isometrías planas en Planas y Alfonso, 2023) y un módulo de enseñanza con futuras maestras (relación entre área y volumen en Caro y Planas, 2021). En este texto, presentamos el proceso para el diseño y desarrollo de un taller sobre nombrar y explicar en la enseñanza de la probabilidad. Con base en datos de una primera iteración del taller y de acuerdo con el objetivo de crear un entorno formativo que facilite discusiones sobre el potencial didáctico de vocabulario y explicaciones matemáticamente relevantes en la enseñanza de la probabilidad, planteamos dos preguntas: (1) ¿Cómo el taller ha promovido que los profesores reflexionen sobre las prácticas de nombrar y explicar en la enseñanza de la probabilidad? (2) ¿Cómo el taller ha promovido que los profesores relacionen estas prácticas con retos específicos de los alumnos en el aprendizaje de la probabilidad?

## MARCO TEÓRICO

En el proyecto y en esta investigación, la noción de práctica es básica, entendida como un conjunto de actividades con significado en una cierta cultura y orientadas a determinados fines sociales. Las prácticas matemáticas-lingüísticas en la enseñanza son actividades que movilizan conocimientos matemáticos y recursos de una o más lenguas, por lo que adquieren significado en el contexto de cultura de la matemática escolar, con fines de facilitación del aprendizaje. Estas prácticas se insertan en prácticas comunicativas más amplias y se articulan con prácticas pedagógicas, entre otras. Hay pocos estudios sobre las prácticas matemáticas-lingüísticas de nombrar y de explicar en la enseñanza, a pesar de ser las que sostienen otras prácticas lingüísticas como las de definir y argumentar matemáticamente. Por otra parte, tampoco abundan los estudios sobre el trabajo en torno a nombrar y explicar con el profesorado de matemáticas (Adler et al., 2023).

### Prácticas matemáticas-lingüísticas de nombrar y explicar

Las prácticas matemáticas-lingüísticas de nombrar son más que utilizar vocabulario. Nombrar interactúa con lo que nombramos, de modo que los nombres o expresiones que utilizamos para referirnos a un objeto o actividad contribuyen a la comunicación de significado. La forma de nombrar  $x=5$ , por ejemplo, y lo que luego hacemos con este nombre en relación con otros nombres y los objetos que representan, es un mediador de significado. Nombrar  $x=5$  como ecuación, ecuación lineal o solución, entre otros nombres con sentido en el registro matemático escolar en lengua castellana, tiene un impacto distinto en los procesos de construcción de significado. En la enseñanza, un objeto o actividad se caracterizan por presentarse y discutirse mediante una diversidad de nombres y significados que responden a distintas versiones de la pregunta ‘¿Qué es esto?’ (Halliday, 1978; Planas y Alfonso, 2023). Describir no es más que una secuencia de nombres que aluden a características de un mismo objeto o actividad. Ahora bien, la función de nombrar es referencial y descriptiva, no es explicativa. ‘Ecuación’ moviliza y delimita significados en la cultura de la matemática escolar, además de contribuir a fijar la atención en lo que se nombra y sus significados.

Incluso ciñéndonos al modo lingüístico, lo que se entiende por una explicación matemática sigue siendo motivo de debate en el área (Weber et al., 2008). En nuestra investigación, las prácticas matemáticas-lingüísticas de explicar movilizan enunciados, con formas de mayor o menor complejidad gramatical, y conocimientos matemáticos que responden a distintas versiones de la pregunta ‘¿Por qué ocurre esto?’ (Halliday, 1978; Planas y Alfonso, 2023). Así, explicar se refiere a movilizar recursos lingüísticos y, en particular nombres, para ofrecer relaciones que se dan entre significados matemáticos. Una explicación sería decir que  $x=5$  y  $3x=15$  son ecuaciones equivalentes

porque comparten solución. También sería una explicación decir que  $x=5$  y  $3x=15$  son la misma ecuación, porque se puede partir de una y realizar operaciones sobre ella hasta llegar a la otra. En el primer ejemplo, la equivalencia de ecuaciones se relaciona con el conjunto de soluciones de cada ecuación. En el segundo ejemplo, la equivalencia de ecuaciones se relaciona con los principios de transformación de una ecuación. Lingüísticamente, las expresiones ‘ecuaciones equivalentes’ o ‘la misma ecuación’ son nombres con función referencial que admiten distintas explicaciones, cada una de ellas generadoras de relaciones entre significados.

### **Talleres formativos con profesores sobre la enseñanza de contenidos matemáticos**

Batanero et al. (2004) identificaron varias de las razones por las cuales la enseñanza de la probabilidad resulta difícil para los profesores de matemáticas y argumentaron la necesidad de apoyar aprendizajes profesionales al respecto. Un instrumento para el aprendizaje profesional del profesorado son los talleres formativos, en particular para aprender aspectos de la enseñanza de contenidos matemáticos específicos. Holm Knudtzon (2019) realizó y analizó dos talleres con dos grupos de profesores sobre la enseñanza de la probabilidad, en 2010 y 2016. Los talleres iban acompañados de materiales con contenidos que el formador presentaba y con tareas para la reflexión que se iniciaban con la resolución de un problema, e.g., “¿Cuál es la probabilidad de sacar un caramelo rojo y uno amarillo de una bolsa con dos caramelos rojos y dos amarillos?” (p. 3). Tras la resolución del problema por escrito e individualmente, se pedía a los profesores del taller que, en pequeños grupos o en parejas, discutieran y propusieran tres maneras de abordar el trabajo del problema en el aula, que respectivamente contribuyeran a promover razonamientos experimentales, combinatorios y probabilísticos. Aunque la participación en cada taller solo ocupó una tarde, esta autora documentó aprendizajes en los dos grupos de profesores acerca de la importancia de seleccionar problemas de probabilidad cuya resolución con los alumnos admita razonamientos experimentales, combinatorios y probabilísticos.

El Proyecto MARBLE –Mathematics in Australian Reform-Based Learning Environments– (Watson et al., 2012) también puso en marcha talleres formativos con grupos de profesores acerca de la enseñanza de la probabilidad y de otros contenidos matemáticos (e.g., numeración, razonamiento proporcional, medida). MARBLE fue un proyecto de investigación y de desarrollo profesional con acciones puntuales mediante talleres y una acción sostenida durante tres años con un grupo estable de profesores de matemáticas. Con los recursos de los que se disponía se plantearon talleres, en distintas escuelas de primaria y de secundaria, para que una mayor cantidad de profesores de matemáticas pudiera participar en discusiones sobre la enseñanza de contenidos matemáticos en un contexto de reforma curricular con especial énfasis en aspectos de la comunicación matemática. Un resultado del Proyecto, recogido con datos de una encuesta, fue que los profesores que habían participado en un taller dijeron haber aprendido estrategias de enseñanza útiles para sus clases y estar dispuestos a participar en más talleres formativos sobre otros contenidos del currículum.

### **PARTICIPANTES Y MÉTODOS**

Seis profesores de matemáticas (P1 a P6) en centros de secundaria participaron en la primera iteración del taller en mayo de 2023. Cinco de estos profesores eran licenciados en matemáticas, mientras que otro era ingeniero. Los años de experiencia en la enseñanza de las matemáticas variaban entre 4 y 10 años. Los materiales escritos del taller consistieron en tarjetas de presentación de los sesgos de equiprobabilidad y representatividad y tareas profesionales. El primer autor actuó de formador (F). Antes de entregar los materiales, empezó introduciendo la dinámica y el propósito del taller. Luego presentó tareas matemáticas para trabajar la probabilidad en la etapa de secundaria obligatoria. Las tareas iban acompañadas de preguntas relativas a prácticas lingüísticas de nombrar y explicar matemáticamente relevantes en aulas donde hubiera alumnos con razonamientos sesgados de equiprobabilidad y de representatividad. La Tabla 1 muestra una tarea profesional.

Tabla 1. Ejemplo de tarea profesional en el taller

<p>A. Una caja contiene 2 bolas negras, 2 blancas y 2 azules. Se cogen 4 bolas de una en una al azar. Cada vez que se coge una bola, se anota el color y se devuelve a la caja. Si las primeras tres son negras, ¿de qué color es menos probable que sea la cuarta?</p> <p>a. Blanca b. Azul c. Negra d. Todos los colores son igual de probables</p> <p>Un estudiante responde que la opción correcta es la c.</p>	
¿Cómo le ayudarías a entender que no es así?	¿Qué expresiones y explicaciones utilizarías?
<p>B. Una ruleta está dividida en cinco áreas iguales numeradas del 1 al 5. ¿Cuál de los siguientes resultados es más probable cuando giramos la ruleta tres veces?</p> <p>a. 2, 1, 5 en este orden b. 2, 1, 5 en cualquier orden c. 1, 1, 5 en cualquier orden d. a, b y c son igual de probables</p> <p>Un estudiante responde que la opción correcta es la d.</p>	
¿Cómo le ayudarías a entender que no es así?	¿Qué expresiones y explicaciones utilizarías?

La Tabla 2 muestra una de las tarjetas informativas sobre los sesgos para favorecer la interpretación y la toma de decisiones en las tareas profesionales. Cada tarjeta contenía una definición sencilla del sesgo respectivo y una respuesta a una tarea matemática guiada por un razonamiento sesgado.

Tabla 2. Ejemplo de tarjeta sobre el sesgo de equiprobabilidad

Definición	
Tendencia a pensar los resultados posibles de un experimento como resultados con igual probabilidad	
Información	
<p>Una urna contiene cuatro bolas negras y una blanca. En una extracción, ¿qué es más probable?</p> <p>a. Sacar una bola negra b. Sacar una bola blanca c. Sacar bola negra y sacar bola blanca es igual de probable</p> <p>El sesgo de equiprobabilidad puede conducir a la opción c porque los dos resultados son posibles</p>	
Sesgo de equiprobabilidad	

En la última tarea profesional, se pedía a los profesores que valoraran las respuestas escritas de otros participantes a una tarea anterior, como paso previo a la discusión final en grupo. Se les preguntaba, por ejemplo, si podían completar alguna de las explicaciones matemáticas elaboradas por otros participantes, o si había expresiones en las que ellos no habían pensado y que les parecían útiles para aulas de matemáticas con alumnos en proceso de aprendizaje de la probabilidad. Durante la parte final del taller, el formador invitó a compartir comentarios en torno a lo que se había trabajado. Para promover la discusión y orientarla hacia las prácticas de nombrar y explicar en la enseñanza de la probabilidad, algunas de las preguntas fueron las siguientes: ¿Qué uso hacéis en clase de la palabra equiprobable? ¿Ha surgido la diferencia entre posible y probable en vuestras respuestas? Cuando decís que utilizáis lenguaje simple para explicar y que os entiendan, ¿qué queréis decir?

Para responder a nuestra primera pregunta (¿Cómo el taller ha promovido que los profesores reflexionen sobre las prácticas de nombrar y explicar en la enseñanza de la probabilidad?), transcribimos la discusión conjunta en la parte final del taller y nos familiarizamos con los datos leyendo varias veces la transcripción. Luego buscamos los momentos en los cuales los profesores se referían a prácticas de nombrar y/o explicar en la enseñanza de la probabilidad. Tras identificar estos momentos en la transcripción, buscamos evidencias de si estas prácticas de enseñanza se comentaban

en relación con los sesgos de equiprobabilidad y representatividad introducidos en el taller o bien en relación con otros retos en el aprendizaje de la probabilidad. De este modo, pudimos responder a nuestra segunda pregunta (¿Cómo el taller ha promovido que los profesores relacionen estas prácticas con retos específicos de los alumnos en el aprendizaje de la probabilidad?). En todo este proceso, aplicamos métodos cualitativos de análisis deductivo del contenido (Harwood y Garry, 2003) para “ver”, en los datos de la transcripción, menciones a: (i) vocabulario y prácticas de nombrar, (ii) explicaciones y prácticas de explicar (iii) dificultades y sesgos en el razonamiento de los alumnos en situaciones de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad. Los contenidos identificados sobre nombrar y explicar y sobre relaciones con el sesgo de equiprobabilidad, el de representatividad u otro fueron validados por los dos autores en reuniones dedicadas a compartir los resultados del análisis que cada uno había obtenido independientemente y a su triangulación.

## ANÁLISIS Y DISCUSIÓN

La primera iteración del taller ha promovido que los profesores identifiquen, interpreten y propongan prácticas de nombrar y explicar en la enseñanza de la probabilidad, como ocurrió con los profesores participantes en los talleres sobre ecuaciones lineales, fracciones e isometrías planas (Planas y Alfonso, 2023). En esta sección, primero ilustramos las discusiones en torno a la expresión ‘incierto’ y a la explicación de teoremas de probabilidad. El tercer resultado se refiere a la ausencia de relaciones entre estas prácticas y los sesgos de equiprobabilidad y representatividad en la discusión final.

### Prácticas de nombrar: ‘Incierto’ en la enseñanza de la probabilidad

Una de las tareas profesionales partía de una tarea habitual en la introducción de contenidos de probabilidad. Se proporcionaron expresiones, de una lista que abarcaba distintas probabilidades, y se pidió a los profesores que asignaran un valor numérico a cada expresión dentro del intervalo  $[0, 1]$ , con 0 ya asignado a ‘imposible’ y 1 a ‘seguro’. Del total de 12, dos de las expresiones eran ‘cierto’ e ‘incierto’. Para evitar la sugerencia de un orden, las expresiones de la lista se colocaron en filas y columnas. Esta tarea profesional, con las preguntas en torno a la tarea matemática y su resolución, se diseñó para orientar la atención de los profesores hacia identificar, interpretar y proponer prácticas de nombrar probabilidades con expresiones lingüísticas no numéricas, incluyendo expresiones que no estuvieran en la lista y que surgieran en el taller. Se esperaba generar discusión sobre las ventajas comunicativas, pero también las ambigüedades, de asociar expresiones verbales con numéricas. Además, se esperaba hacer notar que la lengua no permite asignar expresiones únicas a valores del intervalo  $(0, 1)$  como 0.5, 0.01 y 0.99. Ni siquiera para el 0 o el 1, las expresiones son únicas si se utilizan expresiones fuera del registro matemático, ya que la lengua permite nombrar el 0 como ‘imposible’ y ‘totalmente imposible’ y el 1 como ‘seguro’ o ‘absolutamente seguro’.

Los profesores notaron que nombres como ‘posible’ tienen la ventaja de comunicar una probabilidad distinta de 0 en situaciones en las que no se tiene información para fijar un valor numérico, mientras que nombres como ‘incierto’ o ‘bastante probable’ son ambiguos. Al preguntarles cuáles de las expresiones utilizaban en sus clases, cuáles no y por qué, sin embargo, los profesores no justificaron sus prácticas de nombrar con respecto a los efectos potenciales en el desarrollo del razonamiento probabilístico de sus alumnos. Reproducimos un fragmento de la transcripción que se corresponde con el momento en el cual la atención de los profesores se centró en la variabilidad del significado de ‘incierto’ y en la distinción entre las nociones de probabilidad y de incertidumbre.

- P3: Cierto, incierto, tampoco lo suelo usar mucho.  
P4: Sí, yo tampoco.  
P2: Incertidumbre.  
P3: Algo es cierto y es verdad o mentira, ¿no?

- P4: Justo.
- P3: En probabilidad, no sé por dónde va.
- P5: Con incierto me ha pasado a mí. Cuando algo es incierto es que no lo sabes, ¿no? No sabes... ¿qué es? ¿Poco probable, muy probable?
- P2: Se queda en duda.
- P5: ¿Dónde lo situas?
- P4: Parece... un poco los alumnos pueden tomarlo como lo contrario a cierto, y en realidad no es eso porque... o no lo sé, pero vamos, algo incierto, un futuro incierto no significa que no se vaya a cumplir, significa que no sabes lo que va a ocurrir.
- P2: Justamente con ese ejemplo del futuro puede ser que lo entiendan mejor que con un ejemplo más de probabilidad. Si tú les dices tu futuro es incierto, yo creo que ellos mismos son capaces de pensar, vale, no sé qué va a pasar en mi futuro, entonces no puedo decir ni que no ni que sí. No sé lo que va a pasar. A lo mejor justo ese es el ejemplo que hay que usar con ellos.

### **Prácticas de explicar: Teoremas en la enseñanza de la probabilidad**

En las distintas tareas profesionales se buscó centrar la atención en las prácticas de explicar durante la enseñanza de la probabilidad (ver, e.g., la tarea de la Tabla 1). Los profesores, durante la discusión final del taller, empezaron refiriéndose a prácticas de explicar en la enseñanza de otros contenidos matemáticos. Cuando el formador recondujo la conversación al cabo de unos minutos, surgió la cuestión de la explicación de teoremas como el de Bayes y el de la probabilidad total. Los profesores notaron que dar explicaciones mediante razonamientos a modo de diagramas de árbol es una práctica distinta a dar o aplicar técnicamente las fórmulas algebraicas, que por sí solas no explican los teoremas. Los razonamientos basados en diagramas de árbol con los alumnos se consideraron como prácticas de explicación de los teoremas, esto es, explicaciones acerca de por qué son como son las fórmulas y cuál es el papel de sus distintos elementos. Los profesores del taller vieron estas prácticas de explicar como maneras de facilitar el aprendizaje con comprensión de los teoremas. No se mencionaron tablas de doble entrada o de contingencia.

Es importante que los profesores notaran no solo que nombres del registro matemático de la probabilidad tienen que explicarse durante la enseñanza, sino que también las fórmulas algebraicas tienen que explicarse. Las fórmulas sin explicaciones asociadas se relacionaron con las dificultades de los alumnos con la lectura y comprensión de la lengua simbólica de los teoremas de la probabilidad para la representación de conceptos a su vez complejos (e.g., nombraron el concepto ‘probabilidad de la intersección’). Así, las prácticas de explicar fórmulas se relacionaron con las prácticas de explicar conceptos representados mediante símbolos matemáticos en las fórmulas. La atención a las dificultades de los alumnos estuvo, por tanto, presente en la discusión final, pero no se volvió sobre los sesgos de equiprobabilidad y de representatividad introducidos por el formador. Reproducimos un fragmento de la transcripción que se corresponde con el momento en el cual la atención de los profesores se centró en la explicación del Teorema de Bayes y del Teorema de la probabilidad total, así como en la distinción entre explicar teoremas y dar fórmulas.

- F: Algún ejemplo de alguna palabra o concepto que explicáis en clase.
- P2: Es que como probabilidad se lo explico a los mayores y siempre acabamos igual...
- P6: A mí me pasa con el Teorema de Bayes, el Teorema de la probabilidad total. Como empiezas con la fórmula, has terminado, las fórmulas son infumables. Entonces tú empiezas con las ramas y empiezas con los caminos, y este camino lleva por aquí, y este camino lleva por acá. Y arriba qué te pone, la probabilidad de la intersección, y arriba qué te pone, la probabilidad de... Pues venga, intersección, camino, estoy mirando por aquí. Intersección asociada al camino. La probabilidad de abajo, qué camino me lleva a la probabilidad de que sea chico, que sea chica,

venga, cuántos caminos hay y tal. Cuando ya has practicado varios ejercicios con eso, entonces dices, a ver esto qué tiene que ver con la fórmula. Entonces ya muestras la fórmula y dices, a ver aquí pone la multiplicación de esto por esto. Ah, pues yo creo que hemos hecho justo aquí con este camino. Y esto que aparece aquí abajo creo que es lo que hemos hecho aquí abajo. Entonces al final ellos asocian.

### **Interpretaciones amplias de las prácticas de nombrar y explicar**

El taller se diseñó para promover que los participantes identificaran, interpretaran y propusieran prácticas de nombrar y explicar que pudieran favorecer el aprendizaje con comprensión de la probabilidad en los alumnos, y en particular, la superación de sesgos de equiprobabilidad y representatividad en los razonamientos. Se esperaba que, a lo largo del taller, emergieran prácticas lingüísticas de nombrar y explicar que los profesores consideraran matemáticamente relevantes para facilitar el aprendizaje de los alumnos en relación con los sesgos. Por un lado, las tarjetas en el material del taller incorporaban definición de los sesgos y ejemplos de posibles respuestas de alumnos suponiendo que razonaran de forma errónea debido a alguno de estos sesgos. Por otro lado, las tareas profesionales incluían vocabulario y explicaciones matemáticas en situaciones hipotéticas de aula en torno a la resolución de tareas donde estos sesgos podían mostrarse. El formador también había comentado los sesgos de equiprobabilidad y de representatividad, pero se pensó que no era conveniente insistir demasiado en las dificultades de los alumnos para no crear un discurso general del taller que fuera penalizador con respecto a la enseñanza y sus efectos en el aprendizaje.

El resultado fue una interpretación amplia de las prácticas de nombrar y explicar en la enseñanza, desligada del impacto en la superación de sesgos comunes en el aprendizaje de la probabilidad (Batanero et al., 2004). El análisis de las respuestas de los profesores, guiadas por las preguntas en las tareas profesionales, indica interpretaciones de posibles dificultades en la enseñanza de la probabilidad relativas al uso de palabras como ‘incierto’, o a la ausencia de explicaciones de teoremas. No obstante, en la discusión final, los sesgos no se relacionaron con prácticas específicas de nombrar y explicar. No hubo, por ejemplo, propuestas de nombres para referirse a la no equiprobabilidad (e.g., dado trucado, moneda desequilibrada), ni de explicaciones para referirse a experimentos no equiprobables (e.g., si se lanza un dado pocas veces es difícil saber si está trucado porque hay mucha variabilidad). Como las futuras maestras en Caro y Planas (2021), los profesores del presente estudio se implicaron en la discusión y elaboración de prácticas matemáticas-lingüísticas, pero no decidieron maneras de nombrar y explicar relevantes para la superación de sesgos en el aprendizaje.

### **CONCLUSIONES**

A pesar de que un taller de una tarde tiene necesariamente un impacto limitado en el aprendizaje profesional de cualquier grupo de profesores (Holm Knudtson, 2019; Watson et al., 2012), las discusiones documentadas señalan la atención a prácticas específicas de nombrar y explicar, tal como también se observó en Planas y Alfonso (2023). Si bien los profesores del taller reflexionaron sobre prácticas de nombrar y explicar relevantes en la enseñanza de la probabilidad, apenas asociaron estas prácticas con su potencial como apoyo a la superación de sesgos de equiprobabilidad y representatividad en los razonamientos de los alumnos. Esto sugiere que no se logró, en la línea de Smith y Stein (2018), vincular suficientemente la reflexión sobre la enseñanza con el aprendizaje.

En la segunda iteración del taller, estamos considerando cambios en el diseño de las tareas profesionales y en el momento de introducción de los sesgos. Vemos importante presentar los sesgos al inicio del taller, dedicándoles más tiempo, e incluir sistemáticamente preguntas a lo largo de las tareas profesionales donde se pida a los profesores que interpreten las prácticas de nombrar y explicar que hayan identificado o propuesto con respecto a su función potencial en el apoyo a la superación de los sesgos en los razonamientos de los alumnos. Cada una de las tareas profesionales, habrá de incluir preguntas orientadas a la identificación de prácticas de nombrar y explicar, preguntas orientadas a la interpretación de la relevancia de estas prácticas con respecto a los sesgos y preguntas

orientadas a la toma de decisiones que lleven a propuestas de nombrar y explicar que completen las prácticas identificadas y cuya relevancia se relacione con los sesgos introducidos. Otro cambio que estamos considerando es la gestión más pautada de la discusión final, con preguntas que requieran la revisión de las respuestas a cada tarea. La discusión final ocupará más tiempo porque se facilitará la reflexión conjunta de las respuestas de identificación de prácticas de nombrar y explicar y de interpretación y toma de decisiones en relación con los sesgos introducidos al inicio del taller. Como hemos mostrado en este texto, los profesores de la primera iteración del taller compartieron reflexiones importantes acerca del papel de nombrar y explicar en la enseñanza de la probabilidad. No obstante, creemos que los futuros talleres que se diseñen e implementen estarán mejor enfocados si los materiales y la discusión guían más explícitamente la asociación entre las prácticas matemáticas-lingüísticas en la enseñanza y el aprendizaje matemático de los alumnos.

## Referencias

- Adler, J., Mwadzaangati, L. y Takker, S. (2023). From defining as assertion to defining as explaining meaning: teachers' learning through theory-informed lesson study. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 12(1), 38–51. <https://doi.org/10.1108/IJLLS-02-2022-0029>
- Batanero, C., Godino J. D. y Roa, R. (2004). Training teachers to teach probability. *Journal of Statistics Education*, 12(19), 1–15. <https://doi.org/10.1080/10691898.2004.11910715>
- Caro, A. y Planas, N. (2021). Estudio exploratorio con futuras maestras sobre lenguas matemáticas para enseñar la relación entre área y volumen. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 19, 117–131. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i19.361>
- Halliday, M. A. K. (1978). *Language as social semiotic: The social interpretation of language and meaning*. Edward Arnold.
- Harwood T. G. y Garry T. (2003). An overview of content analysis. *The Marketing Review*, 3, 479–498. <https://doi.org/10.1362/146934703771910080>
- Holm Knudtzon, S. (2019). Pitfalls and surprises in probability: The battle against counterintuition. In U. T. Jankvist, M. van den Heuvel-Panhuizen y M. Veldhuis (Eds.), *Proceedings of the 11<sup>th</sup> Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1–8). Utrecht University.
- Neumayer De Piper, J., Louie, J., Nikula, J., Buffington, P., Tierney-Fife, P. y Driscoll, M. (2021). Promoting teacher self-efficacy for supporting English learners in mathematics: Effects of the Visual Access to Mathematics professional development. *ZDM–Mathematics Education*, 53, 489–502. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01227-4>
- Planas, N. y Alfonso, J. M. (2023). Secondary-school teachers' noticing of aspects of mathematics teaching talk in the context of one-day workshops. *The Journal of Mathematical Behavior*, 71, 101084. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2023.101084>
- Rave-Agudelo, J. G. y Planas, N. (2022). Concepto de ángulo: Una revisión de literatura para diseñar tareas profesionales. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas y J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 479–487). SEIEM.
- Smith, M. S. y Stein, M. K. (2018). 5 practices: Professional development guide. En M. S. Smith y M. K. Stein (Eds.), *5 practices for orchestrating productive mathematics discussions* (pp. 80–94). The National Council of Teachers of Mathematics.
- Watson, J., Beswick, K. y Brown, N. (2012). *Educational research and professional learning in changing times: The MARBLE experience*. Springer.
- Weber, K., Maher, C., Powell, A. y Lee, H. S. (2008). Learning opportunities from group discussions: Warrants become the objects of debate. *Educational Studies in Mathematics*, 68, 247–261. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9114-8>