

HERRAMIENTAS DIGITALES EN LA FORMULACIÓN DE PROBLEMAS DE FRACCIONES POR FUTUROS MAESTROS DE PRIMARIA

Digital tools on posed problems with fractions by pre-service primary teachers

Embid, S. y Perdomo-Díaz, J.

Universidad de La Laguna

Resumen

La formación matemática de los docentes de primaria es un tema que preocupa e interesa a nivel educativo, de investigación, político y social. En este trabajo se presenta un estudio exploratorio cuyo objetivo general es identificar diferencias entre problemas de fracciones formulados por futuros docentes de primaria sin y con la herramienta digital Polypad. El estudio está acotado al ámbito de las fracciones y en él se compara el número de problemas sin errores matemáticos y con información suficiente que 71 futuros maestros de primaria formulan en dos escenarios: sin tecnología y usando la herramienta indicada. Los resultados muestran que el 38% de los sujetos formula más problemas con estas características cuando utiliza Polypad. Además, la herramienta hace visibles dificultades conceptuales asociadas a las fracciones que con lápiz y papel permanecían ocultas.

Palabras clave: formulación de problemas, herramientas digitales, fracciones, formación docente

Abstract

The mathematical training of primary school teachers is a topic of concern and interest at educational, research, political, and social levels. This paper presents an exploratory study whose main objective is to identify differences in how future primary school teachers approach fraction problems with and without the digital tool Polypad. The study is constrained to the field of fractions and compares the number of problems without mathematical errors and with sufficient information that 71 future primary school teachers pose in two scenarios: one without technology and one using that digital tool. Results show that 38% of the subjects indicate more plausible problems meeting these criteria when using Polypad. Moreover, the use of the tool makes visible some conceptual difficulties associated with fractions that remained hidden with pencil and paper methods.

Keywords: problem posing, digital tools, fractions, teacher training

INTRODUCCIÓN

La incorporación de la formulación de problemas en el aula ha ido en aumento en los últimos años debido, en parte, a que es una actividad que permite acceder al pensamiento de los estudiantes y evaluar su comprensión (Cai y Hwang, 2020). Esto ha contribuido a que la formulación de problemas por parte del profesorado en formación se haya convertido en una línea de investigación sobre la que se están realizando numerosas contribuciones (p.e. Chico et al., 2022; Sosa-Martín et al., 2024; Liljedahl y Cai, 2021). Entre las inquietudes a nivel de investigación está estudiar cómo el formato y las diferentes variables que aparecen en las actividades de formulación de problemas influyen en las características de los problemas formulados (Cai y Leikin, 2020; Sosa-Martín et al., 2024; Zhang et al., 2022).

Los aportes de la tecnología a la formulación de problemas también han sido estudiados, aunque en menor medida. Dichas investigaciones señalan que el uso apropiado de herramientas digitales puede motivar y servir de apoyo en actividades de formulación de problemas, puesto que trabajar en

entornos de tecnología favorece la experimentación y la exploración de fenómenos y situaciones diversas (por ejemplo, Abramovich y Cho, 2015; Santos-Trigo, 2019). Sin embargo, integrar herramientas digitales en educación resulta un desafío dado que para usarlas eficientemente se requiere de una serie de saberes y capacidades específicas (OCDE, 2018).

En este manuscrito incluimos un estudio exploratorio que forma parte de una investigación más amplia, de la que ya se han obtenido algunos resultados parciales (Embid et al., 2023a; Sosa-Martín et al., 2024). Este trabajo complementa la información obtenida hasta el momento, al incorporar una herramienta digital concreta para la formulación de problemas y contrastar los problemas que emergen de su uso con los que se habían realizado a lápiz y papel.

MARCO TEÓRICO

En esta investigación, usamos la expresión formulación de problemas para referirnos al diseño, la creación o la invención de problemas matemáticos, que pueden ser completamente nuevos o surgir a partir de la reformulación de otros problemas (Silver, 1994). Las actividades de formulación de problemas incluyen una situación y un requerimiento o *prompt* (Cai et al., 2022). La situación es el punto del que parte la actividad de formulación de problemas, esto es la información inicial (p.e. un contexto o un dato numérico). La situación puede ser abierta, semi-estructurada o estructurada (Stoyanova y Ellerton, 1996). Una situación abierta sería aquella en la que se da únicamente una información general; la situación semi-estructurada proporciona una imagen o una estructura matemática; y la situación estructurada un problema. Por su parte, el requerimiento es la solicitud que se hace (p.e. formula un problema usando tecnología y otro sin usarla).

En cuanto a los problemas formulados, Leavy y Hourigan (2020) indican un conjunto de características deseables para los mismos, entre las que se encuentran una formulación correcta en el sentido de no contener errores matemáticos, un lenguaje cuidado, cierta demanda cognitiva y la promoción del razonamiento. En este sentido, Grundmeier (2015) establece cuatro categorías de problema: a) no plausible, si contiene afirmaciones no válidas, no pudiendo ser resuelto aun cuando se añada más información; b) plausible sin información suficiente si puede resolverse asumiendo información que no aparece de forma explícita; c) plausible con información suficiente de una tarea si para resolverlo se requiere un único paso; y d) plausible con información suficiente de varias tareas matemáticas si requiere más de un paso para su resolución.

Por su parte, Abramovich y Cho (2015) trabajan desde un marco centrado en la coherencia didáctica de los problemas formulados con herramientas digitales. La coherencia didáctica de un problema refiere, entre otros aspectos pedagógicos, a la resolubilidad formal del problema según el nivel o etapa educativa para el que es planteado. Centradas en estas consideraciones, el estudio que proponemos tiene por objetivo general identificar diferencias entre problemas de fracciones formulados por futuros docentes de primaria sin y con la herramienta digital *Polypad*. Particularmente, analizar los cambios en el número de problemas plausibles y con información suficiente para ser resueltos que formulan los futuros docentes, al pasar de escenarios analógicos a escenarios digitales.

METODOLOGÍA

En este trabajo se utiliza una metodología de tipo mixto, combinando e integrando los enfoques cuantitativo y cualitativo (Creswell, 2012).

Participantes e instrumento

La investigación de la que surge este estudio está siendo realizada con estudiantes de 3.º del Grado en Maestro en Educación Primaria de la Universidad de La Laguna. Para la recolección de datos se diseñó un cuestionario del que se generaron dos versiones, una para ser realizada sin tecnología (ST) y otra para resolverse con tecnología (CT), en concreto con la herramienta *Polypad*. Cada versión

está formada por tres actividades de formulación de problemas de fracciones. En este documento, presentamos un análisis de los datos obtenidos a partir de la actividad 1 de cada versión. La situación es abierta para ambas versiones (incluir $1/4$ y $3/8$ en ST; $1/3$ y $2/9$ en CT) y el *prompt* análogo, aunque exigiendo evidencias de *Polypad* en CT:

Actividad 1 (ST). Formula tres problemas, de diferente dificultad, en los que aparezcan los números $1/4$ y $3/8$. Cada uno de estos números puede ser un dato o una solución. Recuerda que puedes añadir cualquier tipo de información (numérica, de contexto...).

Actividad 1 (CT). Formula tres problemas, de diferente dificultad, en los que aparezcan los números $1/3$ y $2/9$. Cada uno de estos números puede ser un dato o una solución. Recuerda que puedes añadir cualquier tipo de información (numérica, de contexto...). Debes adjuntar las imágenes de lo que hayas realizado con *Polypad* en cada problema planteado.

Los cuestionarios se aplicaron mientras los participantes estaban cursando la asignatura Didáctica de la Numeración, la Estadística y el Azar, en la que no habían recibido formación explícita sobre formulación de problemas y sí habían utilizado *Polypad*. Se hizo con una semana de diferencia, comenzando por la versión ST y dispusieron de un máximo de 15 minutos por actividad.

Proceso de análisis de los datos

Para atender al objetivo de este estudio concreto, se decidió analizarlos datos de estudiantes que cumplieran las siguientes condiciones: haber formulado tres problemas en la actividad 1, para cada versión del cuestionario (ST y CT), que fueran de fracciones, tal y como pedía la actividad, y haber incluido evidencias del uso de *Polypad* para todos los problemas en la versión CT. De esta forma, los datos analizados corresponden a 71 participantes y un total de 426 problemas (6 problemas por cada participante, 3 ST y 3 CT).

Para cada uno de los problemas se analizaron varias características, que fueron codificadas mediante un proceso de codificación ciega entre pares (Embid et al., 2023a; Sosa-Martín et al., 2024). En este estudio concreto interesa una de ellas: la plausibilidad y suficiencia de datos del problema (Grundmeier, 2015). Para analizar los cambios en la plausibilidad de los problemas formulados sin y con tecnología se definieron, para cada participante, dos variables: "número de problemas plausibles y con información suficiente formulados sin tecnología" y "número de problemas plausibles y con información suficiente formulados con *Polypad*". Esas variables pueden tomar los valores 0, 1, 2 o 3, lo que nos permitió asignar a cada uno de los 71 participantes una categoría que indicara cuántos problemas plausibles y con información suficiente para ser resueltos había formulado en cada una de las versiones del cuestionario, ST y CT (Tabla 1).

Tabla 1. Categorías definidas según el número de problemas plausibles con información suficiente

Categoría	Descripción
0-P	0 problemas plausibles con información suficiente para ser resueltos.
1-P	1 problema plausible con información suficiente para ser resuelto.
2-P	2 problemas plausibles con información suficiente para ser resueltos.
3-P	3 problemas plausibles con información suficiente para ser resueltos.

Así, la categoría 0-P se asigna a aquellos participantes que formulan cero, uno, dos o tres problemas con falta de información y el resto con errores matemáticos. La categoría 1-P se asigna a aquellas personas que han formulado únicamente 1 problema sin errores matemáticos y que puede resolverse sin añadir información. En la categoría 2-P estarían los futuros maestros y maestras que formularon dos problemas sin errores matemáticos y sin falta de información. Por último, en 3-P estarían los sujetos que no indicaron problemas no plausibles y/o sin información suficiente.

ANÁLISIS Y RESULTADOS

En primer lugar, presentamos un análisis global de lo que se observa en los datos correspondientes a cada una de las dos versiones del cuestionario (ST y CT). Un primer resultado obtenido es que los 71 estudiantes considerados en este estudio formularon al menos un problema plausible y con información suficiente en alguna de las dos versiones y que 14 de ellos (19,71%) formularon tres problemas plausibles y con información suficiente en ambas versiones (Tabla 2).

En el cuestionario ST, algo menos de la mitad del alumnado (47,89%) formula 2 problemas plausibles y completos (2-P). En cambio, en el cuestionario CT, algo más de la mitad de los participantes (50,70%) formuló 3 problemas plausibles y con información suficiente (3-P). Esto parece mostrar una mejora al formular problemas CT. Sin embargo, fueron 5 participantes (7,04%) los que en CT formularon sus tres problemas con errores o falta de información (0-P) frente a los 3 participantes (4,23%) que hicieron lo análogo en la versión ST.

Tabla 2. Número (porcentaje sobre el total) de participantes por categoría

ST	CT				Total
	0-P	1-P	2-P	3-P	
0-P	0 (0,00)	1 (1,41)	1 (1,41)	1 (1,41)	3 (4,23)
1-P	3 (4,23)	3 (4,23)	3 (4,23)	6 (8,45)	15 (21,13)
2-P	1 (1,41)	4 (5,63)	14 (19,72)	15 (21,13)	34 (47,89)
3-P	1 (1,41)	2 (2,82)	2 (2,82)	14 (19,72)	19 (26,76)
Total	5 (7,04)	10 (14,08)	20 (28,17)	36 (50,70)	71 (100,00)

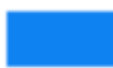
En un análisis más detallado, diferenciamos tres regiones de datos según su posición con respecto a la diagonal (en gris) de la Tabla 2: (i) por debajo; (ii) sobre ella y (iii) por encima.

En esta primera región (i), se muestra el número (porcentaje) de participantes que en la versión CT formularon un menor número de problemas plausibles con información suficiente frente a ST. En la región sombreada en gris (ii), los participantes que no reflejaron cambios en la plausibilidad y suficiencia de datos de los problemas formulados en la versión ST frente a los formulados en la versión CT. Finalmente, en (iii) se muestran los participantes que en la versión CT formularon un mayor número de problemas plausibles y completos frente a su predecesora ST.

Particularmente 13 de los 71 participantes considerados en este estudio (18,31%) formularon más problemas plausibles y con información suficiente en la versión ST según datos de la región (i). Precisando, un 12,68% del total de participantes formuló un problema plausible y completo menos al usar la herramienta digital *Polypad* frente al 4,23% que formuló dos problemas menos.

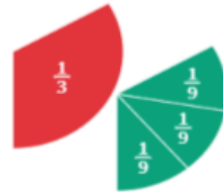
Un único alumno (1,41%) formuló sus tres problemas de CT sin aportar datos suficientes o con errores matemáticos. Mostramos en la Tabla 3 los problemas formulados por este alumno que indicó tres problemas plausibles y con información suficiente en ST (3-P) y dos problemas con errores matemáticos y uno con información insuficiente en la versión CT (0-P). Todos los problemas propuestos en ST responden a operativas adecuadas y son perfectamente resolubles siendo el 1 y el 3 problemas centrados en la estructura operador y el 2 en la estructura aditiva. En la versión CT, en cambio, presenta errores matemáticos en los problemas 1 y 3; falta de información en el problema 2. En el problema 1, el diámetro se define sobre el círculo en vez de la circunferencia sin indicar si las fracciones $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{9}$ refieren al diámetro o al área del círculo. El problema 2 no especifica unidades de medida y no concreta qué significan las fracciones ni si van a operar sobre cantidades enteras. Por último, el problema 3 no proporciona unidad de medida común para poder comparar los regalices y operar con las fracciones asociadas. En cualquier caso, el participante no aprovecha la potencia de *Polypad* para representar barras y círculos de fracciones, sino que más bien lo utiliza para formas geométricas (problemas 1 y 2) y expresión de fracciones con cajas numéricas (problema 3) resultando en un uso ineficiente de la herramienta digital.

Tabla 3. Problemas de las versiones ST y CT formulados por sujeto en la región (i)

ST	CT	
	Enunciado	Adjunto
1. Paula tiene 80€ que le dejó su abuela. Quiere destinar $\frac{3}{8}$ del total a una ONG y $\frac{1}{4}$ de lo que queda a comprarse una mochila. ¿Cuánto dinero destina para cada cosa? ¿Sobra algo finalmente?	1. El diámetro de esta circunferencia es de 18 cm. Calcula cuánto sería la porción de $\frac{1}{3}$ y de $\frac{2}{9}$.	
2. Mi padre me dio dos billetes de monopoly. Dice que uno de ellos vale $\frac{1}{4}$ y el otro $\frac{3}{8}$. ¿Cuánto dinero del monopoly tengo en total?	2. Halla el área de esta figura sabiendo que un lado mide $\frac{1}{3}$ y otro $\frac{2}{9}$.	
3. La edad de Sofi es $\frac{3}{8}$ que la edad de Jesús y la de este es $\frac{1}{4}$ que la edad de Emma. Sabiendo que Emma tiene 64 años. ¿Cuántos años tiene Jesús? ¿Y Sofía?	3. Si Pablo tiene $\frac{1}{3}$ de regalices rojos y Alana tiene $\frac{2}{9}$ de regalices azules. ¿Qué porcentaje de regalices tienen entre los dos?	

En la segunda región (ii), se observa que 31 participantes (43,66%) formularon el mismo número de problemas plausibles y con suficiencia de información en ambas versiones. Concretamente, un 4,23% de los sujetos formuló un problema plausible y completo para cada cuestionario frente al 39,43% que formuló dos o tres problemas (19,72% en cada caso). Mostramos en la Tabla 4 problemas enunciados por un estudiante que indicó un problema plausible con datos suficientes en ST (problema 3) y un problema plausible con datos suficientes en CT (problema 1).

Tabla 4. Problemas de las versiones ST y CT formulados por sujeto en la región (ii)

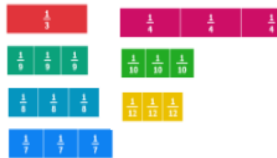
ST	CT	
	Enunciado	Adjunto
1. Ayer fue el cumpleaños de Aaron y lo celebró en su casa con sus amigos. En la fiesta había una tarta la cual estaba dividida en trozos para que cada persona se comiera 2 trozos, pero al final Javier se comió 3 trozos, Acaymo 1 trozo, Luis 2 trozos y Aaron 2 trozos. ¿Qué porción de tarta se comió Javier? Representa la fracción.	1. Pedro y María fueron a comer una salchicha de metro por su aniversario. Cuando el camarero les trajo la salchicha, estos la partieron en 9 trozos. Marta se comió $\frac{2}{9}$ de salchicha y Pedro se comió $\frac{1}{3}$ de la salchicha. Representa las porciones de salchicha que se come cada uno y calcula cuántos trozos sobraron que no se comieron.	
2. Si me comí $\frac{1}{4}$ de golosinas y Juan se comió el doble, ¿cuántas golosinas se comió Juan?	2. En el cumpleaños de María compraron una tarta para nueve niñ@s. Todos los niños comieron tarta, pero sobró $\frac{1}{3}$ de la tarta que compraron para el cumpleaños de María. ¿Cuántas porciones se comieron? Representa si es necesario.	
3. Si tengo 12 canicas y pierdo $\frac{1}{4}$ de esas canicas, ¿cuántas me quedan? Representa con un dibujo $\frac{1}{4}$ de 12 y escribe la porción de canicas que quedan.	3. Si partimos la tarta en tres trozos, y separamos $\frac{1}{3}$ de la tarta. ¿Cuántas porciones de nueve trozos de $\frac{1}{3}$ de tarta que separamos podríamos comer?	

En los problemas 1 y 2 formulados sin tecnología, se aprecia falta de información al no indicar la igual de los trozos en que se divide la tarta y el monto total de golosinas, respectivamente. El problema 3, en cambio, trata sobre canicas y es perfectamente resoluble con la información proporcionada. Con los problemas formulados con *Polypad*, evidenciamos varios hechos. En el problema 1 se usa la herramienta digital para indicar gráficamente el proceso de resolución siendo un problema plausible

y completo. El problema 2, en cambio, no está completo ya que no se indica el número de porciones en que estaba dividida la tarta y aunque se tome $1/9$ de referencia no tienen por qué corresponder a 9 porciones iguales (podrían ser 18, 27, etc.). Por último, el problema 3 contiene errores conceptuales al referir a “nueve trozos de $1/3$ ” e indicar que esta cantidad va a ser $1/3$ cuando en realidad se corresponde con tres tartas completas.

Finalmente, en la región (iii) se observa que 27 participantes (38,03%) formulan un mayor número de problemas plausibles y con información suficiente para ser resueltos en la versión del cuestionario con *Polypad*. En cifras, un 26,76% de los sujetos indicaron un problema plausible y completo más en CT frente al 9,86% que indicaron dos más y al 1,41% que indicó tres más. Este último porcentaje se corresponde con un único estudiante del que extraemos la información referente a todos sus problemas en la Tabla 5.

Tabla 5. Problemas de las versiones ST y CT formulados por sujeto en la región (iii)

ST	CT	
	Enunciado	Adjunto
1. Tengo dos tartas y las dividimos en 4 trozos y en 8 trozos. Yo quiero comerme $1/4$ de la tarta que dividimos en 4 trozos. Mi hermano quiere comerse $1/8$ de la tarta que dividimos en 8 trozos. ¿Cuántos trozos nos hemos comido entre los dos? ¿Quién ha comido más tarta?	1. Pedro tiene $1/3$ de su caja de galletas y a Marta le quedan $2/9$ de ellas. ¿Quién tiene más cantidad de galletas?	
2. Manu ha ido a una tienda y ha cogido una bolsa y ha colocado $3/8$ de chuches. Cuando sale de la tienda quiere darle $1/4$ a su amigo. ¿Cuántas le da a su amigo?	2. Manolo tiene una tarta y se come $2/9$ y Paola se come $1/3$ más. ¿Qué porción queda de esa tarta?	
3. Tengo $3/8$ de una caja de chocolate, el resto me lo he comido. De esa cantidad me como hoy $1/4$ más. ¿Cuántos chocolates me quedan?	3. Quiero dividir una barra de fracción de $1/3$ en tres barras de fracciones que tengan su mismo tamaño, es decir, al sumarlas tiene que dar $1/3$. ¿Cómo lo llevarías a cabo?	

En la versión ST, el participante formuló tres problemas plausibles con falta de información. En el problema 1, no indicó la igualdad de las partes en un contexto de tartas; en cambio, en los problemas 2 y 3 le faltó indicar la unidad de referencia en contextos de chuches y chocolates, respectivamente. Al completar la versión CT y utilizar *Polypad*, el estudiante pudo incluir representaciones que complementan la información dada en los enunciados. Ante la falta de información (igualdad de las partes) del problema 1 en ST, tenemos el problema 2 en CT en el que el círculo de fracciones visibiliza esa igualdad. Asimismo, el problema 1 en CT muestra que la unidad de referencia para Pedro y María es la misma por las barras de fracciones empleadas (en contraposición a los problemas 2 y 3 de ST). Por último, el problema 3 de CT presenta un enunciado sobre fracciones equivalentes con representaciones que facilitan la resolución pudiendo disponer las barras unas sobre otras y comparar gráficamente. Solamente sería fracción equivalente a $1/3$, $3/9$ de entre las fracciones representadas con las barras.

CONCLUSIONES

Este estudio exploratorio nos ha permitido conocer ciertos aspectos sobre la forma en que los futuros maestros de primaria abordan la formulación de problemas de fracciones, centrando la atención en el efecto que tiene el uso de la herramienta tecnológica *Polypad*. La investigación se realizó a partir de la actividad 1 de un cuestionario con dos versiones: una para ser realizada sin tecnología (ST) y otra para resolverse con tecnología (CT). A cada uno de los 71 futuros docentes se le asignó una categoría

para indicar cuántos problemas plausibles y con información suficiente para ser resueltos había formulado en cada una de las versiones del cuestionario (Tabla 1).

En relación con el objetivo propuesto, los datos evidenciaron que un porcentaje considerable de participantes (38,0%) formuló un menor número de problemas con errores matemáticos y/o información suficiente utilizando *Polypad* (Tabla 2). Sin embargo, en más de la mitad de los casos, la tecnología parece no haber facilitado el proceso de formulación de problemas puesto que el número de problemas plausibles y completos se ha mantenido (43,66%) o ha disminuido (18,31%). Si bien el uso de herramientas digitales induce procesos de experimentación (Santos-Trigo, 2019), ciertos participantes aún muestran dificultades para aprovechar plenamente las prestaciones de *Polypad*. Lo ilustramos en la Tabla 3 donde un estudiante no emplea los *applets* específicos para el trabajo con fracciones (barras y círculos interactivos) y se limita a incluir elementos geométricos y cajas numéricas. Este hecho sugiere que la tecnología puede no ser beneficiosa para todos los estudiantes por igual. El informe TALIS (OCDE, 2018) enfatiza la necesidad de desarrollar ciertos saberes y capacidades para un uso eficiente de la tecnología y trabajos previos sobre los modos de uso de la herramienta *Polypad* para la formulación de problemas de fracciones (Embid et al., 2023b) coincidieron en la necesidad de proporcionar instrucción o apoyo específico para el uso eficiente de las herramientas digitales que se pretendan integrar en el aula de matemáticas. Conjeturamos que la tecnología puede facilitar la formulación de problemas matemáticos, proporcionando un apoyo visual y de representación que ayude a clarificar los enunciados como sucede en casos como el descrito en la Tabla 5. No obstante, este estudio preliminar se limita al análisis de una única variable sobre plausibilidad y suficiencia de datos en sujetos que formulan problemas en escenarios con y sin tecnología digital. Así, para valorar los aportes y el impacto del uso de tecnología en la formulación de problemas proponemos estudios exhaustivos que involucren, por ejemplo, variables relativas al uso de representaciones gráficas (ausente, círculos o barras) y a la relación de la tecnología con los problemas formulados (imprescindible o complemento en los datos o la resolución). Estas dimensiones se están analizando actualmente, por lo que no han podido incluirse en este estudio.

Formular problemas es una tarea que pone de manifiesto qué comprenden y qué dificultades tienen los futuros maestros (Xie y Masingila, 2017); por lo que es importante considerar las necesidades individuales de los estudiantes al integrar la tecnología en la enseñanza de las matemáticas y proporcionar el apoyo adecuado para maximizar su efectividad.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado gracias al Proyecto PID2022-139007NB-I00 y al contrato predoctoral PREP2022-000959 financiados por MCIN/AEI /10.13039/501100011033 /FEDER, UE y FSE+.

Referencias

- Abramovich, S. y Cho, E.K. (2015). Using digital technology for mathematical problem-posing. En Singer, F., F. Ellerton, N. y Cai, J. (Eds.), *Mathematical Problem Posing* (pp. 72-102). *Research in Mathematics Education*. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6258-3_4
- Cai, J. y Hwang, S. (2020). Learning to teach mathematics through problem posing: Theoretical considerations, methodology, and directions for future research. *International Journal of Educational Research*, 102. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.01.001>
- Cai, J., Koichu, B., Rott, B., Zazkis, R. y Jiang, C. (2022). Mathematical problem posing: Task variables, processes and products. En C. Fernández, S. Llinares, A. Gutiérrez y N. Planas (Eds.), *Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol 1, pp. 119-145). PME.
- Cai, J. y Leikin, R. (2020). Affect in mathematical problem posing: Conceptualization, advances, and future directions for research. *Educational Studies in Mathematics*, 105, 287–301.

- Chico, J., Montes, M. y Badillo, E. (2022). Transformaciones de la información en la formulación de problemas: una mirada hacia los futuros maestros. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas y J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 219-227). SEIEM.
- Creswell, J. W. (2012). *Educational Research: Planning, Conducting, and Evaluating Quantitative and Qualitative Research*. Pearson.
- Embid, S., Perdomo-Díaz, J., Bruno, A., García-Alonso, I. y Sosa-Martín, D. (2023a) Errores en la formulación de problemas de fracciones y efectos de la variable situación en futuros docentes de educación primaria. En C. Jiménez-Gestal, Á.A. Magreñán, E. Badillo y P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 219 – 226). SEIEM.
- Embid, S., García-Alonso, I. y Bruno-Castañeda, A. (2023b). El uso de herramientas digitales en la formulación de problemas sobre fracciones: un estudio exploratorio con futuros maestros. *XV Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática (FPIEM)*, 89-99
- Grundmeier, T. A. (2015). Developing the problem-posing abilities of prospective elementary and middle school teachers. En F. M. Singer, N. Ellerton y J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing* (pp. 411-431). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6258-3_20
- Leavy, A. y Hourigan, M. (2020). Posing mathematically worthwhile problems: developing the problem-posing skills of prospective teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 23, 341-361. <https://doi.org/10.1007/s10857-018-09425-w>
- Liljedahl, P. y Cai, J. Empirical research on problem solving and problem posing: a look at the state of the art. *ZDM Mathematics Education*, 53, 723–735 (2021). <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01291-w>
- OCDE (2018). Talis 2018. Estudio internacional de la enseñanza y el aprendizaje. Informe español.
- Santos-Trigo, M. (2019). Mathematical Problem Solving and the Use of Digital Technologies. En P. Liljedahl y M. Santos-Trigo (Eds.), *Mathematical Problem Solving: Current Themes, Trends, and Research* (pp. 63-89). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-10472-6_4
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19–28.
- Sosa-Martín, D., Perdomo-Díaz, J., Bruno, A., Almeida, R. y García-Alonso, I. (2024). The influence of problem-posing task situation: Prospective primary teachers working with fractions. *The Journal of Mathematical Behavior*, 73, <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2024.101139>
- Stoyanova, E. y Ellerton, N.F. (1996). A framework for research into students' problem posing in school mathematics. En P. C. Clarkson (Ed.), *Technology in mathematics education* (pp. 518-525). Mathematics Education Research Group of Australasia
- Xie, J. y Masingila, J.O. (2017). Examining interactions between problem posing and problem solving with prospective primary teachers: A case of using fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 96, 101-118. <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9760-9>
- Zhang, L., Cai, J., Song, N., Zhang, H., Chen, T., Zhang, Z. y Guo, F. (2022). Mathematical problem posing of elementary school students: The impact of task format and its relationship to problem solving. *ZDM-Mathematics Education*, 54, 497–512. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01324-4>