

DE LOS PATRONES CUANTITATIVOS AL PENSAMIENTO FUNCIONAL

From quantitative patterns to functional thinking

Fuentes, S.^a, Cañadas, M. C.^a y Anglada, L.^b

^aUniversidad de Granada, ^bCentro Universitario María Inmaculada de Antequera

Resumen

Esta investigación se enmarca en un proyecto de investigación sobre pensamiento algebraico en educación infantil y primaria realizado en España (www.pensamientoalgebraico.es). Describimos el trabajo de alumnos de último curso de infantil y primer curso de primaria al abordar una tarea de generalización con patrones cuantitativos. Diseñamos cuatro y cinco sesiones para cada curso, respectivamente. Implementamos las sesiones con las clases completas: 25 alumnos de 5 años y 26 de 6 años. Analizamos el trabajo en una sesión en la que propusimos una tarea que involucra la función $f(n)=n+2$. Nos centramos en las evidencias que mostraron los alumnos desde los casos particulares hacia la generalización, encontrando una regularidad. Utilizaron expresiones como “siempre son dos más” o “hay que sumarle dos al anterior”.

Palabras clave: *early algebra, educación infantil, educación primaria, patrones cuantitativos, pensamiento funcional.*

Abstract

This research is part of a project on algebraic thinking in early childhood and primary education carried out in Spain (www.pensamientoalgebraico.es/en). We describe the work of the students in the last year of kindergarten and the first year of primary school in tackling a generalization task with quantitative patterns. We designed four and five sessions for each grade, respectively. We implemented the sessions with the whole classes: 25 5-year-olds and 26 6-year-olds. We analyzed the work in one session in which we set a task involving the function $f(n)=n+2$. We focused on the evidence that students showed from particular cases to generalization, finding a regularity. They used expressions such as "it is always two more" or "you have to add two to the previous one".

Keywords: *childhood education, early algebra, functional thinking, primary school, quantitative patterns.*

INTRODUCCIÓN

Esta investigación está inmersa en el *early algebra*, una propuesta curricular que fomenta el trabajo con tareas algebraicas desde infantil, introduciéndolo de forma gradual durante la educación primaria, de forma que se mitiguen las dificultades manifiestas en educación secundaria con el álgebra. En educación infantil se trabajan patrones de diferentes tipos, incluyendo los que se hacen con base en atributos cualitativos y en atributos cuantitativos. Específicamente, nos enfocamos aquí en el paso desde el trabajo con patrones cuantitativos al pensamiento funcional. Por tanto, involucramos dos de los enfoques propuestos por algunos autores (e.g., Drijvers, 2003; Kaput et al., 2008) para introducir el álgebra escolar en educación infantil: patrones y funciones.

En España, se incorporó al currículo de educación primaria el sentido algebraico (Ministerio de Educación y Formación Profesional, 2022a). En él se establece que los alumnos de primaria deben desarrollar nociones algebraicas como establecer relaciones entre variables. En educación infantil no se explicita el sentido algebraico, pero sí hay referencia al trabajo con secuencias, predecir, o analizar, entre otras nociones matemáticas que deben ser desarrolladas en el aula (Ministerio de Educación y Formación Profesional, 2022b).

Los patrones se han trabajado de forma habitual en las aulas españolas de educación infantil. Abordarlo desde la propuesta *early algebra* implica ver más allá de ubicar un elemento faltante; es predecir qué elemento sigue, identificar cuál es la unidad que se repite o identificar qué cambio ocurre de un elemento a otro del patrón. La literatura reciente se ha interesado en los procesos algebraicos que los alumnos de infantil evidencian en el trabajo con tareas de patrones (e.g., Acosta y Alsina, 2018; Anglada et al., 2023; Fuentes y Cañadas, 2023) y también en los alumnos de los primeros cursos de primaria (e.g., Fuentes y Cañadas, 2024; Morales et al., 2018), donde los alumnos parecen tener ciertas habilidades para generalizar sin haber recibido instrucción directa previa. En la mayoría de estas investigaciones intervenían dos variables, es decir, se buscaba que desarrollaran el pensamiento funcional, aunque las actividades podían ser abordadas desde los patrones cuantitativos, lo que se evidenciaba en las estrategias recursivas que utilizaban los alumnos para solucionar los problemas planteados. Surge aquí nuestro problema de investigación al plantearnos cómo hacer la transición de los patrones al pensamiento funcional en los primeros niveles educativos. Esta investigación contribuye a esta línea de trabajo, centrándose en alumnos de 5 y 6 años y fijando su interés en el trabajo de los estudiantes para pasar desde patrones cuantitativos al pensamiento funcional.

El objetivo principal de esta investigación es describir el trabajo de los alumnos ante una tarea de generalización con patrones cuantitativos y las estrategias que utilizan para generalizar.

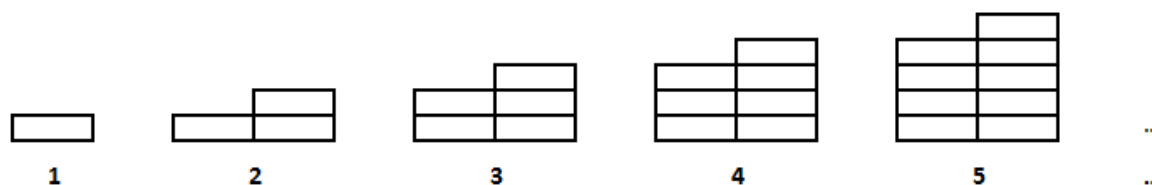
ANTECEDENTES Y MARCO CONCEPTUAL

El objetivo principal del *early algebra* es promover el pensamiento algebraico desde los primeros años de escolarización. Dos de los enfoques para ello son los patrones y el pensamiento funcional. En esta investigación proponemos a los alumnos una tarea que puede ser abordada desde ambos enfoques, pasando de la repetición del patrón a lo funcional.

Para Papic et al. (2011), el término patrón hace alusión a cualquier regularidad replicable. Trabajar un patrón de crecimiento en una secuencia de elementos, como una relación entre cada elemento y su posición en la secuencia es un ejemplo de pensamiento funcional. En los estudios de Kaput (2008), los alumnos de infantil trabajaban con patrones que los llevaban a pensar algebraicamente a través de la generalización. “La exploración de patrones se puede considerar como una especie de trampolín útil para promover la generalización” (Acosta et al., 2022, p. 92).

En esta investigación adoptamos la noción de patrón como una secuencia de elementos donde se observa una regularidad. Por tanto, se involucra un único conjunto de datos o variable. Por otro lado, en las funciones es fundamental evidenciar la relación entre dos o más variables que covarían.

Figura 1



En la Figura 1, podemos ver construcciones de ladrillos que van creciendo. Si enfocamos esta actividad desde los patrones, se van agregando 2 ladrillos de una construcción a la siguiente. Pero si lo vemos desde el enfoque funcional, se podría expresar como $f(n)=n+(n-1)$, $f(n)=2n-1$, o $f(n)=2(n-1)+1$. Estas expresiones son equivalentes y se corresponden con diferentes formas de ver la función que relaciona el número de ladrillos con el número de posición de la construcción de ladrillos correspondiente. Por tanto, los patrones y las funciones son dos enfoques del pensamiento algebraico estrechamente relacionados.

El pensamiento funcional es una actividad cognitiva que se centra en las funciones como noción matemática, se basa en la construcción, representación y razonamiento con y sobre las funciones y los elementos que las constituyen (Blanton y Kaput, 2004; Cañadas y Molina, 2016; Smith, 2008).

METODOLOGÍA

Esta investigación es de carácter descriptivo y exploratorio (Hernández et al., 2010). Descriptivo porque recopilamos, analizamos y presentamos los datos del trabajo de los alumnos en la tarea propuesta. Dado que hay pocas las investigaciones que se centran en esta temática, este trabajo constituye un estudio exploratorio.

Trabajamos con 25 alumnos de infantil-5 años y con 26 alumnos de 1.º de primaria, en el último trimestre del curso 21-22. Diseñamos e implementamos sesiones de trabajo, 4 y 5, respectivamente, en un colegio público de Granada. La selección del centro fue intencionada, por la disponibilidad de la comunidad educativa a participar. En cuanto a los conocimientos previos del alumnado de 5 y 6 años, ya han trabajado el conteo de series numéricas, por ejemplo, de dos en dos, de tres en tres y están consolidando el concepto de sumar y restar, agregando o quitando elementos de un conjunto, también han trabajado con patrones geométricos.

En las sesiones se abordaron diferentes patrones en diversas situaciones (Ver Tabla 1). El alumnado no había tenido instrucción directa previa sobre este tipo de tareas.

Tabla 1. Sesiones

Sesión	5 años de infantil	1.º de primaria
1	Loro Gruñón Patrones ABC y ABB	El Loro Gruñón Patrones ABC, ABBC
2	Loro Gruñón Patrones ABC y ABB	El Loro Gruñón Patrones ABC, ABB y ABBC
3	Loro Gruñón Patrones AB, ABC, ABB y ABBC	Croc y Quito Patrones numéricos 1-3-5...
4	Croc y Quito Patrones numéricos 1-3-5... 16-14-12...	Croc y Quito Patrones numéricos 16-14-12...
5	-	Mesas y Sillas Patrones geométricos

Miembros del proyecto de investigación en el que se enmarca este trabajo diseñamos, validamos e implementamos las sesiones. Tres investigadoras entraron al aula: dos dirigieron las sesiones y una se encargó de su grabación. Las sesiones tuvieron una duración aproximada de 50 minutos.

Nos centramos en el cuento de la rana Croc y el mosquito Quito. Croc tenía que subir torres de cubos para alcanzar a Quito, quien trataba de escapar cuando Croc se acercaba. Como se observa en la Tabla 1, se corresponde con la sesión 4 en 5 años y las sesiones 3 y 4 en 1.º de primaria. A continuación, describimos las 5 fichas que trabajamos en ambos cursos en estas sesiones.

Aunque las fichas eran iguales para los dos cursos, la metodología fue distinta. En 5 años, compartimos las fichas en la pizarra digital y, de forma oral, los alumnos contestaban a cada una de ellas, respetando el turno de palabra que daba la investigadora. Después de terminar con las 5 fichas, les facilitamos una base de ábaco y cubos apilables, para que pudieran libremente hacer un patrón de cubos que ayudara a Croc a alcanzar el mosquito. Después les pedimos a algunos alumnos que explicaran al resto de la clase lo que habían hecho. En 1.º de primaria les entregamos un cuadernillo con las 5 fichas y una bolsita con pegatinas con las que construyeron las torres que les pedimos. Proyectamos las fichas y las fuimos realizando en grupo. Primero, les leímos las preguntas de las fichas y les dábamos tiempo para que las resolvieran. Después, las discutimos en grupo. Para fomentar

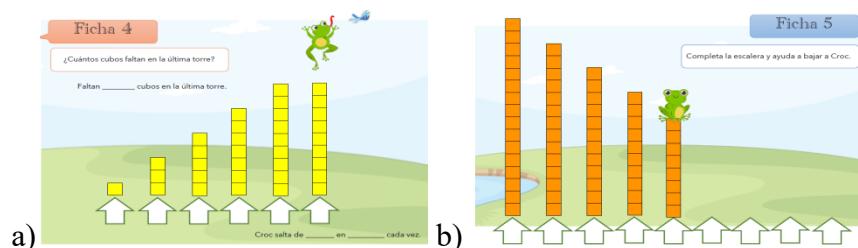
el debate, les pedimos a algunos alumnos que en el transcurso de la resolución de la ficha habían utilizado diferentes estrategias, la compartieran con sus compañeros.

Figura 2: Fichas 1, 2 y 3



En la ficha 1 (Figura 2a), representamos torres que se correspondía con la secuencia 1-3-5-7-9-11. Preguntamos a los alumnos cuántos cubos tenía cada torre y qué observaban. Les fuimos preguntando a varios alumnos por cada una de las torres. Ellos tenían la oportunidad de salir adelante junto a la investigadora y decir su respuesta mostrando la pizarra. Fuimos escribiendo los valores que nos decían los alumnos y que el resto de compañeros validaban. En la ficha 2 (Figura 2b), les presentamos las primeras seis torres que se correspondían con la secuencia 1-3-5-7-9-11 y debían completar las dos torres siguientes, colocando las pegatinas necesarias para construir las torres y alcanzar al mosquito. Les preguntamos cómo habían logrado saber cuántas pegatinas eran necesarias. En la ficha 3 (Figura 2c), les pedimos a los alumnos que construyeran con pegatinas las torres que se había llevado el viento, las torres faltantes se correspondían con los números 3, 9 y 13. Les preguntamos cómo pudieron encontrar los valores que faltaban.

Figura 3: Ficha 4 y 5



En la ficha 4 (Figura 3a), les presentamos las torres que se correspondían con los números 1-3-5-7-9-9 y les preguntamos por los cubos que faltaban en la última torre, también le preguntamos si sabían de cuánto en cuánto saltaba la ranita. En la ficha 5 (Figura 3b), les presentamos unas torres descendentes que se correspondía con la secuencia 16-14-12-10-8 y les pedimos completar las torres que faltaban para que Croc pudiese bajar. En esta ficha, la serie cambió a una serie descendente de números pares. En 5 años, después de terminar las 5 fichas, se les entregó material concreto (ábacos) y se les pidió que crearan una secuencia de torres para ayudar a Croc, esta actividad fue libre.

Grabamos en vídeo las sesiones, que tuvieron una duración de 50 minutos cada una, aproximadamente. Las investigadoras del equipo y autoras de este trabajo, analizamos los vídeos de las sesiones buscando respuestas de los alumnos que evidenciaran estrategias que los llevaran a generalizar. Como criterio buscamos respuestas que (a) identificaran la regularidad y (b) explicitaran una estrategia. Como criterio en las estrategias, utilizamos las de Fuentes y Cañadas (en revisión), donde identifican estrategias físicas y cognitivas, las primeras ejercen una acción sobre un objeto o su cuerpo, las segundas lo hacen sobre un número o un concepto abstracto. Analizamos estas producciones en el siguiente apartado.

ANÁLISIS DE DATOS Y RESULTADOS

Analizamos los vídeos de las sesiones, en búsqueda de respuestas que evidenciaran la generalización del patrón, o la identificación de la regularidad. La unidad de análisis es la ficha. Para mantener el anonimato utilizaremos la codificación curso-nºlista. Por ejemplo, 5I12 es el alumno 12 de la lista de 5 años de infantil; y 1P18, es el alumno 18 de la lista de 1.º de primaria.

Tabla 2. Sesiones

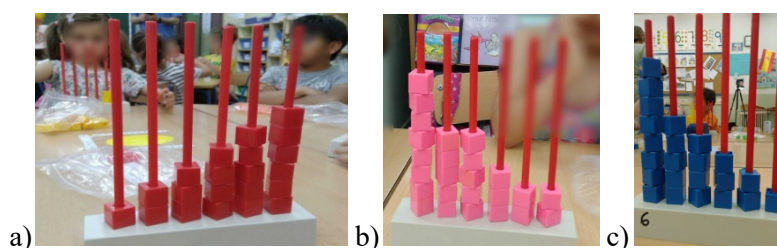
Ficha	5 años	1.º primaria
1	5I1: Porque para ver le añadimos siempre 2, hay que ponerle 2. 5I6: Que hay que añadirle dos, 1 más 2 son 3, 3 más 2 son 5, 5 más 2 son 7, 7 más 2 son 9.	1P14: Va de dos en dos. 1P4: Porque va de dos en dos.
2	5I12: Se han saltado el 2 y el 4, tiene el 1, se salta el 2, tiene el 3, se salta el 4. 5I1: Hizo una fila de 1-2-3-4-5-6... y sacó el 2-4-6... 5I2: Si pusieran los números que faltan serían 1-2-3-4-5... 5I10: Yo los conté. 5I16: Después del 11 va el 12. 5I15: Ya no ocupamos los números del medio.	1P15: Uno menos, empecé con la última. 1P16: Yo puse la última, en la última sobran 4 y en la anterior sobran 2. 1P8: Fui completando desde la más pequeña. 1P19: [Completa las dos columnas hasta el mosquito] 1P26: Yo creo que 1P19 pensó en que así llegaría al mosquito. Yo hago la línea negra y la uso hasta donde llegar y así sé dónde llegar y entonces le sumo dos y así sé cómo sigue el otro.
3	5I7: Está el 11. El 12 me lo salto, está el 13, me salto el 14 y está el 15.	1P2: Comencé de la torre más alta y luego completé hacia abajo. 1P6: Cómo dijimos que eran de dos en dos, como hay dos barritas que faltan, primero puse los números y luego dibujé las barritas que faltaban. 1P12: Primero completé los números y luego coloqué las fichas. 1P5: Yo completé con dos escaleras iguales, 1-5-5-7-7... 1P8: Yo comencé desde el medio y después completé lo que faltaba.
4	5I1: Salta de 2 en 2.	1P18: Falta un cuadrado y Croc salta de 2 en 2. 1P6: Como decía de 2 en 2, entonces puse dos en la última fila. 1P25: Miré esta raya para que los dos quedaran a la misma altura y después subí dos. 1P1: Yo conté los cuadrados y en el 11 no habían 11 habían 9, yo puse 2. 1P21: Croc salta de dos en dos, luego puse los números sobre los cuadrados.
5	5I21: Tiene que saltar para abajo. 5I1: 4 y el que sigue 2, es como quitar dos números al 4, y dos números al 6.	1P2: Yo empecé por el medio y las fui colocando hacia abajo y hacia arriba. 1P9: Yo empecé por el medio y después fui bajando para abajo. 1P22: Empecé del medio, hacia arriba y hacia abajo. 1P15: bajo 2 y completo hacia abajo. 1P1: Yo puse 6, como 10 más 6 y 4 como 10 más 4.

En la Tabla 2 podemos observar y comparar algunas respuestas que los alumnos entregaron en cada ficha. En la ficha 1, los alumnos identificaron la regularidad; alguno de los de 5 años manifestaron que hay que ponerle o añadirle 2, lo que implica una acción física y el curso validó estas expresiones.

En cambio, el alumnado de 1.º identificó que la serie “va de dos en dos”, lo que implica una estrategia cognitiva. Esto puede deberse al trabajo de conteo de dos en dos o de tres en tres realizado en el aula regular. En la ficha 2, el alumnado de 5 años encontró otras características en el número de cubos de las torres. Por ejemplo, vieron los números asociados a las torres que no estaban (2-4-6-8) y los incorporaron en la secuencia (1-2-3-4-5-6-7-8-9). En 1.º de primaria, las respuestas de los 5 alumnos de la Tabla 2 evidencian estrategias distintas que los llevaron a dar una respuesta (correcta o no). Se aprecia la estrategia física de 1P26, de marcar una línea que sirve de base para saber hasta dónde llegar y añadirle dos. En la puesta en común de la ficha 3, en 5 años prevaleció el conteo de los números que están y de los que no están, estrategia cognitiva encontrada en la ficha anterior. En 1.º, siguieron el patrón de “van de dos en dos” y verbalizaron las estrategias que utilizaban para saber cuántas fichas son. Una mayoría de alumnos de ese curso primero rellenó con la secuencia numérica y luego completó con las pegatinas. Destacamos el alumno 1P5, que generó otra serie donde las torres que no estaban tenían los mismos elementos que la anterior. En la ficha 4, el alumno de 5 años (5A1) verbalizó el patrón “salta de dos en dos” y sus compañeros validaron la respuesta como correcta. Los alumnos de 1.º utilizaron la regularidad encontrada en las fichas anteriores y la utilizaron para saber cuántos cubos faltaban en la última torre.

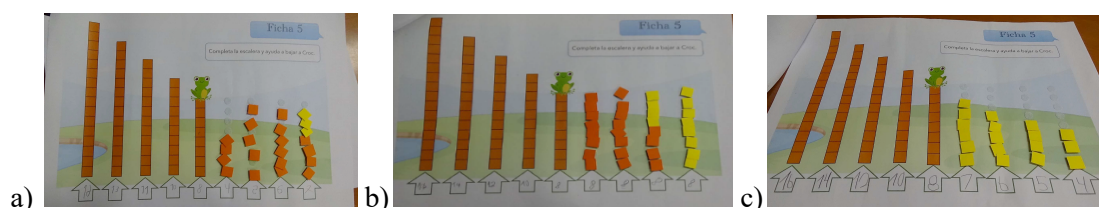
En la ficha 5, los alumnos de 5 años identificaron que la serie era descendente y que había que quitarle o restarle dos al número anterior, lo que puede deberse al trabajo de la suma y la resta en el aula regular. En 1.º de primaria generaron otras series que no eran descendentes, es el caso de 1P3 que colocó todas las torres con la misma cantidad de cubos, el alumno 1P1 utilizó una estrategia única, la descomposición de las cantidades entregadas para descubrir las que faltaban, el 16 lo descompuso en 10+6, que coincidía con la torre de 6 cubos y luego el 14, al descomponerlo, también coincidía con la torre de 4, por lo que su estrategia le sirvió para todas las torres faltantes.

Figura 4. Trabajo con material concreto en 5 años



En la Figura 4, podemos ver algunas producciones del alumnado. Al crear de forma libre una secuencia de torres para Croc, varios de los alumnos de 5 años utilizaron la secuencia que se corresponde con los números 1-2-3-4-5-6 (Figura 4a). En la Figura 4b, vemos que 5I21 creó la secuencia de torres que se corresponde con los números 2-2-3-5-5-8, al parecer de forma aleatoria y en la Figura 4c, el alumno 5I6, creó la secuencia de torres que se corresponde con los números 1-2-3-4-5-8, es posible que en la última torre apilara todos los cubos que le habían sobrado.

Figura 5. Trabajo con material concreto 1º primaria



Del trabajo realizado en la ficha 5 en 1.º de primaria, en la Figura 5 podemos ver algunos ejemplos, en la Figura 5a, el alumno 1P4 continúa la secuencia 16-14-12-10-8 con los números y torres 4-5-6-7, el alumno 1P3 mantuvo la altura de la última torre dada, quedando la secuencia 16-14-12-10-8-8-

8-8-8 (Figura 5b) y en la Figura 5c, el alumno 1P19 bajó de uno en uno completando las torres y secuencia que faltaban con los números 7-6-5-4.

En el análisis de la información, percibimos que el alumnado tendió a generalizar la tarea con patrones. Esto emerge de forma espontánea desde el inicio de la sesión. Esto se puede deber a que ven el patrón en su conjunto y no como una secuencia de elementos, priorizando saber la regla de formación del patrón y no sólo cuál es el número que sigue.

CONCLUSIONES

Nuestro objetivo principal fue describir el trabajo de los alumnos ante una tarea de generalización con patrones cuantitativos y las estrategias que utilizan para generalizar. Lo logramos mediante el análisis del trabajo del alumnado, buscando un acercamiento a la generalización en el enfoque funcional. Esta vinculación se evidenció en que los alumnos de 5 y 6 años buscaron las regularidades desde la presentación de la actividad, expresando "le añadido dos" o "van de dos en dos". Estas estrategias les llevaron a la generalización. Durante el trabajo con las fichas corroboraron que el patrón encontrado era el correcto y que les ayudaba a encontrar los valores pedidos. Por ejemplo, marcaban el valor anterior y le sumaban dos, si tenían 9, el siguiente es 11 y el que sigue es 13.

Al comparar este estudio con nuestros antecedentes, concordamos en la importancia que tiene la identificación del cambio (Anglada et al., 2023), ya que los alumnos de 5 y 6 años descubrieron el cambio que se generaba de una torre a la otra y pudieron establecer que "siempre" ocurría lo mismo, con ello les fue fácil encontrar los valores faltantes, lo cual les servía no sólo para el siguiente elemento de la torre, si no para cualquiera.

Aportamos evidencia de lo que el alumnado pudo hacer cuando se les presentó una actividad de patrones, que buscaron estrategias para resolver el problema y encontrar los valores desconocidos. Las estrategias identificadas coinciden con Fuentes y Cañadas (en revisión) y son de dos tipos: (a) estrategias físicas, cuando demanda una acción sobre un objeto o su cuerpo; y (b) estrategias cognitivas, cuando la acción se centra en un número o concepto abstracto. El alumnado de 5 años utilizó la estrategia de considerar lo que no estaba, llevándolo a una serie conocida: los números naturales. En cambio, el de 1.º de primaria utilizó estrategias donde aplicaron el patrón de ir de dos en dos.

Valoramos la importancia de la justificación de las diferentes estrategias que los llevan a sus respuestas, sean estas correctas o erróneas, ya que al justificar se apropian de la tarea. Este es sólo un ejemplo de lo que se puede trabajar en el aula. Sabemos que, al ser una muestra intencionada y unas tareas concretas, los hallazgos encontrados no son generalizables. Confiamos en la contribución de este al ámbito docente (donde se puedan considerar tareas en las que se vincule el trabajo con patrones y el pensamiento funcional), investigador (quedan muchos aspectos por abordar a partir de este trabajo) y curricular pues el sentido algebraico no está incluido ni en el currículo de educación infantil ni en los planes de estudio de formación de maestros de Educación Infantil (estando los alumnos capacitados para abordar ciertos aspectos algebraicos y los profesores necesitados de esta formación).

Agradecimientos

Este trabajo se ha realizado como parte del proyecto con referencia PID2020-113601GB-I00, financiado por MCIN/AEI/10.13039/501100011033 y ANID n° 72210402, Gobierno de Chile.

Referencias.

- Acosta, Y. y Alsina, Á. (2018). Alfabetización algebraica a partir de 3 años: El caso de los patrones. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 111–120). SEIEM.

- Acosta, Y., Pincheira, N. y Alsina, Á. (2022). Tareas y habilidades para hacer patrones de repetición en libros de texto de educación infantil. *AIEM-Avances de Investigación en Educación Matemática*, 22, 91–110. <https://doi.org/10.35763/aiem22.4193>
- Anglada, M. L., Fuentes, S. y Cañadas, M. C. (2023). Desarrollo del sentido algebraico en Educación Infantil a través de tareas con patrones. *Epsilon*, 113, 9–19.
- Blanton, M. L. y Kaput, J. J. (2004). Elementary grades student's capacity for functional thinking. En M. Johnsen y A. Berit (Eds.), *Proceedings of the 28th International Group of the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 135–142). PME.
- Cañadas, M. C. y Molina, M. (2016). Una aproximación al marco conceptual y principales antecedentes del pensamiento funcional en las primeras edades. En E. Castro, E. Castro, J. L. Lupiáñez, J. F. Ruíz y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Luis Rico* (pp. 209–218). Comares.
- Drijvers, P. H. M. (2003). *Learning algebra in a computer algebra environment: Design research on the understanding of the concept of parameter*. Tesis doctoral no publicada. Utrecht University.
- Fuentes, S. y Cañadas, M. C. (2024). $f(n)=3n$: Representaciones, estrategias y estructuras por alumnado de primero de primaria. *PNA*, 18(2), 161–188. <https://doi.org/10.30827/pna.v18i2.27701>
- Fuentes, S. y Cañadas, M. C. (en revisión). *Generalización con la función $f(n)=n-1$ en infantil desde un enfoque funcional del álgebra escolar*.
- Fuentes, S., Cañadas, M. C. y Anglada, L. (2023). Cambio en variables cuantitativas por alumnos de 4 años desde un enfoque funcional. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo y P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 243–250). SEIEM.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2010). *Metodología de la investigación* (5ª ed.). McGraw Hill.
- Kaput, J., Carraher, D. W. y Blanton, M. L. (2008). *Algebra in the early grades*. Routledge.
- Ministerio de Educación y Formación Profesional (2022a). Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. *BOE*, 56, 24386–24504.
- Ministerio de Educación y Formación Profesional (2022b). Real Decreto 95/2022, de 1 de febrero, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. *BOE*, 28, 1–33.
- Morales, R., Cañadas, M. C., Brizuela, B. M. y Gómez, P. (2018). Relaciones funcionales y estrategias de alumnos de primero de Educación Primaria en un contexto funcional. *Enseñanza de las Ciencias*, 36(3), 59–78.
- Papic, M., Mulligan, J. y Mitchelmore, M. (2011). Assessing the development of preschoolers' mathematical patterning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42(3), 237–269. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.42.3.0237>
- Smith, E. (2008). Representational thinking as a framework for introducing functions in the elementary curriculum. En J. J. Kaput, D. Carraher y M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 133–160). Routledge.