

RELACIÓN ENTRE SUPERFICIE Y VOLUMEN MEDIANTE MANIPULATIVOS Y REALIDAD VIRTUAL

Surface area to volume relationship through manipulatives and virtual reality

García, M. M. y Romero, I. M.

Universidad de Almería

Resumen

El estudio que presentamos muestra los avances experimentados en la comprensión de las magnitudes superficie y volumen de un grupo de estudiantes para maestro cuyo conocimiento inicial era bastante limitado. Se han empleado recursos manipulativos y realidad virtual inmersiva (RVI) para trabajar en el aula actividades diseñadas a tal efecto. Los resultados de los análisis realizados evidencian una mejora más significativa para los estudiantes que usaron realidad virtual y un avance menos notorio para el grupo que usó materiales manipulativos. Se describen y ejemplifican los errores y estrategias más comunes empleadas por los futuros maestros al abordar el cálculo de superficies y volúmenes de ortoedros, tanto al inicio como al final de la experiencia.

Palabras clave: *futuros maestros, manipulativos, realidad virtual, volumen, superficie.*

Abstract

The study presented here shows the progress made in the understanding of the magnitudes surface area and volume in a group of pre-service teachers whose initial knowledge was quite limited. Manipulative resources and immersive virtual reality (IVR) have been used to work on classroom activities designed for this purpose. The results of the analyses carried out show a more significant improvement for the students who used virtual reality and a less noticeable improvement for the group that used manipulative materials. The most common errors and strategies used by the prospective teachers when dealing with the calculation of surfaces and volumes of orthohedra, both at the beginning and at the end of the experience, are described and exemplified.

Keywords: *pre-service teachers, manipulatives, virtual reality, volume, surface-area.*

INTRODUCCIÓN Y MARCO

No es novedad en España la preocupación por la deficiente formación inicial en matemáticas de los futuros maestros, como ya señalaba el estudio internacional TEDS-M (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2012), al situarnos por debajo de la media de los países de nuestro entorno. Esta deficiencia se atribuye, en parte, a que muchos estudiantes dejaron atrás las matemáticas al finalizar la ESO (Asensio et al., 2022). Por otra parte, si el profesor es considerado el factor más influyente en el desarrollo de los aprendizajes de los estudiantes (Castro, 2021), no es de extrañar que estudios como TIMSS informen de un nivel bajo de competencia matemática de los estudiantes de primaria españoles, que sigue situándonos por debajo de la media europea en su última edición de 2019. Por tanto, desde el grado de Educación Primaria (EP), es necesario proporcionar a los futuros maestros una formación que mejore su competencia matemática y permita corregir esta situación. No es tarea fácil, dado que el porcentaje de créditos asignados en el grado de EP a la Didáctica de la Matemática en las distintas universidades españolas se sitúa muy por debajo del necesario (Nolla et al., 2021).

En particular, los futuros docentes han de ser competentes en la enseñanza de la medida de magnitudes. La medida no solo es indispensable en matemáticas y otras disciplinas, sino también en nuestro quehacer diario. Además, su inclusión es vital en la educación primaria, al vincular el número con el espacio (Rupnow et al., 2022). Sin embargo, la literatura señala que muchos estudiantes siguen

experimentando problemas para diferenciar magnitudes y, específicamente, para resolver problemas que implican el cálculo del área y del volumen de prismas (Baiduri, 2019; Chiphambo et al., 2020).

Sisman y Aksu (2016) indicaron una amplia gama de errores y concepciones erróneas en relación con la medida de superficies en figuras tridimensionales. Por una parte, errores conceptuales, al confundir superficie (2D) con volumen (3D) o creer que un ortoedro tiene más de una superficie y, por otra parte, falta de conocimientos procedimentales al calcular el área de la superficie como suma de la longitud más la anchura más la altura o aplicando la fórmula del volumen. Otros errores comunes están relacionados con las unidades de medida, con la naturaleza 3D de los sólidos, con la aplicación de fórmulas incorrectas al calcular la superficie de un ortoedro, con la concepción errónea de que superficie y volumen son magnitudes dependientes, etc. (López-Serentill, 2022; Rupnow et al., 2022; Romero et al., 2023). Caro y Planas (2021) ponen de manifiesto la debilidad del conocimiento matemático de maestros en formación en torno a la relación entre área y volumen.

Así pues, es necesario mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la medida, todavía usuales en las aulas, centrados en cálculos aritméticos y uso de fórmulas, para brindar al alumnado la oportunidad de aprender la medida con sentido y que no se perpetúen los errores señalados. En esta línea, Kontas (2016), al analizar los efectos del uso de materiales manipulativos, concluyó que permiten la transición de lo concreto a lo simbólico, promueven la comprensión de los conceptos de área y volumen, promueven la observación, el razonamiento, el trabajo en equipo e impulsan la generalización a través de experiencias concretas. Otros estudios, aunque también encontraron beneficios al trabajar con materiales manipulativos advertían de que, a pesar de su uso, algunos estudiantes seguían sin diferenciar un objeto 2D de un objeto 3D (Chiphambo et al. (2020) y demandaban seguir investigando para corregir este error de concepto. En esa dirección, Demitriadou et al. (2020) probaron que, usando Realidad Virtual Inmersiva (RVI) en el aula, los alumnos comprendieron los sólidos geométricos y percibieron la diferencia entre los objetos 3D y 2D. Por su parte, los estudios recientes de Rodríguez et al. (2021) y de Romero et al. (2023) mostraron que el uso del software de geometría dinámica tridimensional de RVI NeoTrie permitió a los escolares afrontar retos difíciles de superar con otros tipos de materiales, fomentando las aproximaciones flexibles a situaciones problemáticas y el desarrollo del razonamiento visual y estructural.

Teniendo en cuenta lo anterior, este trabajo utiliza el modelo de competencia matemática propuesto por National Research Council (2001) para explorar el impacto del uso de materiales manipulativos y de RVI en el desarrollo de dicha competencia por parte de futuros maestros. El modelo contempla cinco componentes: comprensión conceptual, fluidez procedimental, competencia estratégica, razonamiento adaptativo y disposición productiva. En la línea de Chiphambo et al (2020), en esta comunicación, abordamos únicamente las dos primeras componentes. La comprensión conceptual se refiere a la comprensión unificada y con sentido de los conceptos matemáticos, mientras que la fluidez procedimental conlleva la habilidad para discernir cuándo y cómo utilizar las destrezas adquiridas de forma flexible, precisa y eficiente.

El objetivo de este trabajo es indagar en el efecto que produce el uso de recursos manipulativos y de RVI en la comprensión conceptual y en la fluidez procedimental relativas a la superficie y volumen de ortoedros, así como a la relación entre las dos magnitudes, en estudiantes del Grado de EP.

MÉTODO

Este estudio se encuadra dentro de la metodología de investigación-acción, en el que las autoras participan como profesoras-investigadoras. La muestra está formada por 106 estudiantes de dos grupos de 2º curso del grado de EP, que cursaron la asignatura de Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría y la Medida durante el curso 2022/23 en la Universidad de Almería quienes, atendiendo a su calificación en el bloque de Geometría (previo al de Medida) fueron clasificados en 5 niveles de conocimiento (Deficiente, Bajo, Medio, Satisfactorio y Excelente). Todos ellos realizaron individualmente un test inicial (pretest) sobre superficie y volumen de ortoedros, cuyo análisis reveló

una muy deficiente formación inicial. Con esta información, se diseñaron actividades para trabajar en el aula en gran grupo desde un enfoque experimental, un taller práctico (1,5h de duración), en el que los estudiantes fueron distribuidos en equipos de 4 a 6 personas del mismo nivel de conocimientos, y un postest individual que realizaron al término de la intervención. El pretest, el taller y el postest contenían preguntas sobre cálculo de superficie y volumen de ortoedros y el mismo reto final de encontrar una pareja de ortoedros, uno con mayor superficie y menor volumen que el otro. El taller se repitió 5 veces, ya que los 106 estudiantes estaban divididos en 5 subgrupos de prácticas, disponiendo todos los equipos de materiales manipulativos (centicubos y papel milimetrado) para los cálculos de superficies y volúmenes de ortoedros, mientras que, para resolver el reto final, un equipo en cada taller usó el software de RVI, NeoTrie, en lugar de manipulativos. En total, 22 estudiantes usaron NeoTrie distribuidos en 5 equipos, uno representativo de cada nivel de conocimientos. El recurso de RVI consistía en unas gafas Oculus Quest 2 con mandos inalámbricos y un ordenador para transmitir simultáneamente lo que se veía en las gafas, de modo que, todo el equipo podía participar en la tarea, aunque era un estudiante quien, por turnos, manejaba NeoTrie. NeoTrie recrea un escenario 3D en el que se puede interactuar con diferentes herramientas y figuras geométricas permitiendo a los estudiantes tener una experiencia inmersiva donde visualizar, crear y manipular objetos sobre los que explorar, razonar y argumentar. (Más información en <https://www2.ual.es/neotrie/>).

Durante el estudio se recopilaban las respuestas escritas individuales del pretest y del postest, junto con los protocolos escritos de resolución del taller práctico. En cada repetición del taller, una autora tenía el rol de profesora y la otra el de investigadora encargada de registrar observaciones. En esta comunicación analizamos las respuestas de los estudiantes en el pretest y en el postest (calificadas entre 0 y 5). Se ha usado el paquete estadístico SPSS V29 para realizar la prueba de Kolmogorov-Smirnov, para descartar la normalidad de los datos; la prueba de Rangos con Signo de Wilcoxon de comparación de medias de la puntuación total entre pretest y postest y la prueba U de Mann-Whitney, para analizar la dependencia de los resultados del postest de las variables recurso y género.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En cuanto a resultados generales, la Tabla 1 muestra las pruebas estadísticas realizadas (nivel de confianza 95%) que informan de diferencias significativas entre pretest y postest, así como de la influencia en los resultados del postest del recurso utilizado en el taller práctico (manipulativos o NeoTrie). La variable género no ha resultado influyente ni en el Pretest ni en el Postest.

Tabla 1. Media (M), desviación típica (DT) y Pruebas con SPSS para 106 estudiantes

	Puntuación			Sig. Asin. (bilateral)		
	N	M	DT	Wilcoxon	U de Mann-Whitney	Kolmogorov-Smirnov
Pretest	106	0,81	1,08			<0,001
Postest	106	2,56	2,23			<0,001
Pretest-Postest				<0,001		
Postest-Recurso					0,007	
Pretest-Género					0,464	
Postest-Género					0,852	

Vamos a profundizar en estos resultados comenzando por el pretest, cuya calificación media (sobre 5) para los que usaron solo manipulativos (N=84) fue de 0,79 y para los de RVI (N=22) fue de 0,82, siendo el porcentaje de estudiantes con calificación igual o superior a 2,5 del 10,71% y 13,64%, respectivamente. Las respuestas de los estudiantes ponían de relieve bastantes dificultades en relación a la superficie y el volumen de un ortoedro, que variaban en función de la formulación de la pregunta y de la imagen usada para representar la situación que en ella se planteaba.

En referencia a la magnitud superficie, en la pregunta 1, el enunciado no preguntaba de forma explícita por esta magnitud, sino que pedía a los estudiantes obtener justificadamente cuántos cuadrados de papel se necesitan para envolver la caja de la Figura 1.

La visualización de la caja permitió al 77,21% de los estudiantes responder correctamente, aunque el 37,97% de ellos obtuvo su respuesta contando cuadrados en la imagen.

En cuanto al volumen, en la pregunta 2, se les preguntaba por el número de cubos que pueden encajar en la caja de la Figura 2. Nuevamente sin alusión explícita al volumen en el enunciado. El 89,87% de los estudiantes respondió correctamente: el 40,51% multiplicó las 3 dimensiones de la caja y el 30,38% lo hizo contando los cubos que caben en una cara y multiplicando el resultado por la otra dimensión. Hasta aquí, los resultados eran más o menos los esperados, pero el análisis de las siguientes preguntas muestra otra panorámica más inquietante de sus conocimientos iniciales.

Figura 1. Caja de la pregunta 1 del pretest

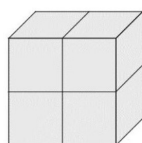
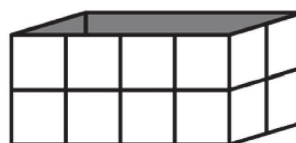
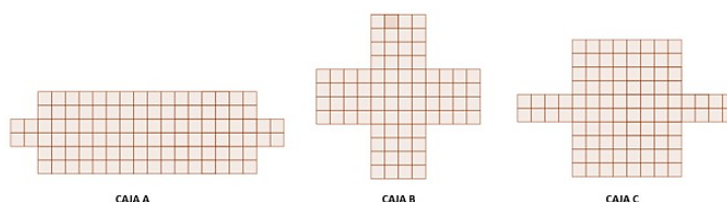


Figura 2. Caja de Pregunta 2 del pretest



La tercera pregunta les mostraba el desarrollo plano de tres cajas sin tapa, como muestra la Figura 3 y los estudiantes debían de responder justificadamente cuál de ellas tiene mayor volumen:

Figura 3. Cajas de la Pregunta 3 del pretest



Resulta preocupante que solamente el 12,87% de los estudiantes respondieran correctamente a esta pregunta (las 3 cajas tienen el mismo volumen), de los cuales únicamente el 7,92% justificó su respuesta. Pero hay un dato que contrasta con las respuestas de la pregunta 2 y es que, solo el 5,94% empleó la fórmula del volumen para obtenerlo, mientras que, en la pregunta anterior, el 40,51% de ellos la usaron para obtener el número de cubos. Es decir, se aprecia una falta de comprensión conceptual de la magnitud volumen en estos estudiantes, dado que asociaban el volumen de cada caja con el número de cubos que les caben dentro y, por ello, no aplicaron el mismo razonamiento ni la misma fórmula que usaron para resolver la pregunta 2. Entre los estudiantes que contestaron incorrectamente a la pregunta 3, el 29,70% no justificó su respuesta, siendo los errores más usuales: confundir volumen con superficie o fijarse en la superficie y considerar que a mayor superficie mayor volumen tendrá la caja (24,75% de los estudiantes), y no considerar las 3 dimensiones de cada caja (17,82%). Algunas respuestas de los estudiantes fueron:

- E50: La caja A es la que mayor volumen tiene porque he contado los cuadros y es la que más tenía
- E38: La A porque tiene más superficie de cuadrados
- E85: Caja A, porque al cerrar sus extremos, al ser más largo, le coge más cantidad de líquido

De ello se deduce que, a pesar de haber respondido bien una o las dos primeras preguntas, en la tercera pregunta, en la que se les pregunta explícitamente por el volumen de ortoedros, más del 80% de los estudiantes tiene problemas para distinguir conceptualmente las magnitudes volumen y superficie o a la hora de visualizar las cajas a partir de su desarrollo plano.

En la cuarta pregunta debían resolver justificadamente el siguiente reto: ¿Puede haber 2 cajas que cumplan la condición de que una tenga más superficie que la otra, pero menos volumen? Solamente el 8,91% de los estudiantes respondieron y argumentaron correctamente, mientras que el 26,73% respondió con argumentos no concluyentes, que indicaban una ligera idea de cómo resolver el reto y el 19,8% respondió afirmativamente, pero sin justificación. El resto dieron una respuesta incorrecta (32,67%) o no contestaron al reto (11,88%). El error más frecuente fue considerar que el volumen depende de la superficie y, el argumento más repetido proponía reducir la base de la segunda caja y aumentar su altura para conseguir más superficie y menos volumen que la caja inicial. Para ilustrar algunos errores conceptuales de los estudiantes mostramos algunas de sus respuestas:

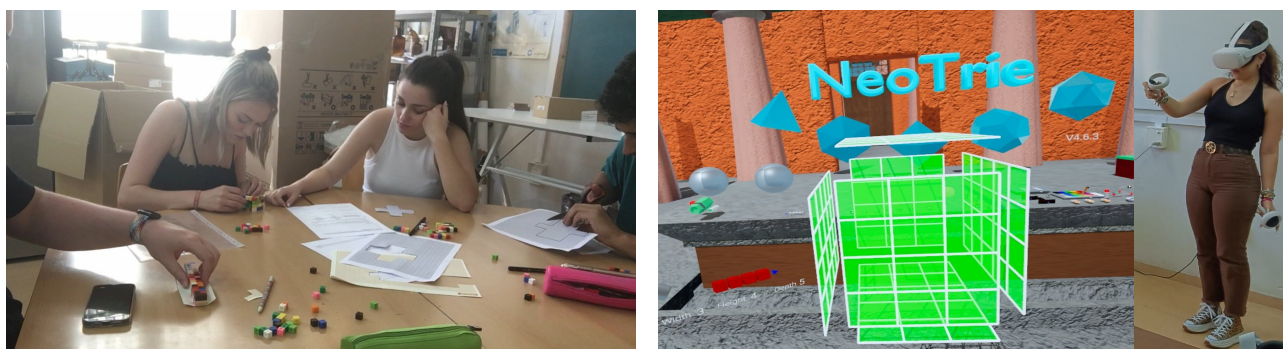
E59: No, porque el volumen depende de la superficie

E95: Yo creo que no, porque según la posición que tengan las cajas pueden ocupar distinta superficie manteniendo el mismo volumen

E96: Sí, ya que puede tener una superficie, pero el volumen depende del peso

El reto volvió a poner de relieve la deficiente comprensión conceptual que presentaba gran porcentaje de la muestra en relación a superficie y volumen, así como la confusión entre magnitudes. Si en las preguntas iniciales el porcentaje de acierto era mayor del 75%, en las dos últimas este porcentaje disminuyó hasta situarse por debajo del 15%. Este hecho provocó la realización en el aula de actividades con materiales manipulativos y con RVI (Figura 4) para trabajar la superficie y el volumen de ortoedros con sentido, en un intento de mejorar la competencia matemática de los estudiantes.

Figura 4. Imágenes de estudiantes trabajando con manipulativos (izquierda) y con NeoTrie (derecha)



Durante el taller práctico, los equipos de estudiantes contaban con centicubos y papel milimetrado para construir sus ortoedros y dibujar su desarrollo plano, que les permitía obtener razonadamente su volumen y su superficie. Los estudiantes con mayores dificultades necesitaron apoyar físicamente el ortoedro de centicubos sobre el papel milimetrado, calcar sus caras, recortar el desarrollo plano obtenido y comprobar que, efectivamente, envolvía totalmente a su ortoedro. Por otra parte, para resolver el reto, los 5 equipos seleccionados usaron NeoTrie en lugar de manipulativos. En NeoTrie comenzaron usando la herramienta ortoedro (el usuario introduce las 3 dimensiones y la herramienta crea las 6 caras que hay que unir para formar el ortoedro) pudiendo manipular las caras, comprobar su superficie individualmente, su superficie total y su volumen. Después, entraron en una escena que tenía dos ortoedros, cuyas dimensiones podían ser modificadas por los estudiantes permitiéndoles comprobar cómo las variaciones en una o varias dimensiones afectaban a su volumen y superficie.

Analizamos ahora las respuestas de los estudiantes al postest, diferenciando los resultados según el recurso empleado para el reto, dadas las diferencias significativas señaladas en los análisis estadísticos realizados con SPSS.

En el postest, para obtener el volumen de ortoedros de dimensiones conocidas, el 83,96% de la muestra aplicó correctamente la fórmula largo x ancho x alto, el 2,83% dio respuestas erróneas y el 13,21% no contestó. De los 22 estudiantes que usaron NeoTrie, 21 usaron correctamente la fórmula

del volumen, mientras que fueron 68 de los 84 que usaron manipulativos los que también la aplicaron de forma correcta. Es decir, en lo referente al volumen, la situación inicial mejoró notablemente.

Asimismo, en el postest, el 49,05% de los estudiantes consiguió hallar correctamente la superficie de varios ortoedros (hallando la superficie de las 3 caras diferentes, multiplicando cada resultado por dos y sumándolos). El 36,79% de la muestra siguió cometiendo errores al calcular la superficie y el 14,15% no contestó. Centrándonos en el recurso utilizado, hubo un 72,73% de acierto entre los que usaron NeoTrie y un 42,86% entre los que usaron manipulativos. Los errores más comunes fueron: considerar que todos los ortoedros son cubos (hallaron la superficie de una cara cualquiera y multiplicaron por 6 ese resultado para hallar la superficie total); calcular la superficie total sin tener en cuenta todas sus caras; y asumir que todos los ortoedros tienen 4 caras iguales y otras dos diferentes pero iguales entre sí (calcularon $(\text{superficie cara1}) \times 4 + (\text{superficie cara2}) \times 2$). Aunque cabía esperar una mayor fluidez procedimental en cuanto a cálculo de superficies, la instrucción de corte experimental realizada sí que se consiguió mejorar su comprensión conceptual y eliminar la confusión inicial de muchos estudiantes entre superficie y volumen.

En el postest, al igual que en el pretest y en el taller práctico, se les propuso el reto de obtener un ortoedro con mayor superficie y menor volumen que un ortoedro de dimensiones dadas. Si en el pretest, el 8,91% de los estudiantes respondieron y argumentaron correctamente, en el postest este porcentaje aumentó hasta el 47,17%. De la muestra, el 31,13% siguió dando una respuesta incorrecta y el 21,70% no contestó al reto. Si atendemos al recurso empleado durante el taller práctico, el 68,18% de los que usaron NeoTrie superaron el reto, el 27,27% dio una respuesta errónea y solamente el 4,55% no contestó al reto. En cambio, de los que usaron materiales manipulativos, el 41,67% superó el reto, el 32,14% respondió de forma incorrecta y el 26,19% no intentó el reto. Nuevamente, cabía esperar una mejora más significativa, pero muchos de los estudiantes calcularon mal la superficie de los ortoedros y, al hacerlo, creían que la caja que habían encontrado cumplía las condiciones del reto cuando en realidad no las satisfacía, siendo este el error más frecuente en el reto del postest.

De los análisis realizados a las respuestas del pretest y postest, distinguimos 5 niveles de mejora:

- Deficiente (D): Estudiantes con puntuación nula o muy baja tanto en pretest como en postest. De ellos, el 13,21% no contestan al postest y el 30,19% solo llegan a comprender qué es el volumen de un ortoedro y a calcularlo correctamente.
- Bajo (B): Comparando con el pretest, ahora ya son capaces de calcular correctamente el volumen y la superficie de un ortoedro, pero siguen sin resolver el reto (6,60% de la muestra).
- Medio (M): En el postest progresan en el reto, al aplicar una estrategia correcta que les permite obtener una caja que lo cumple, calculan correctamente el volumen, pero siguen teniendo errores de concepto al obtener la/s superficie/s (5,66% de los estudiantes).
- Satisfactorio (S): Partiendo de un pretest con calificación nula o muy baja, resuelve el postest correctamente, salvo por error/es de cálculo (1,89% de los estudiantes).
- Excelente (E): Partiendo de un pretest con calificación nula o muy baja, resuelve el postest correctamente sin ningún tipo de error (42,45% de la muestra).

Sintetizando lo anterior, en general, se observa una mejora significativa de la mitad de la muestra. Si ahora atendemos a la variable recurso, los niveles de mejora quedan como aparecen en la Tabla 2.

Tabla 2. Porcentaje de estudiantes según nivel de mejora tras la experimentación (desde el pretest al postest)

	Nivel de mejora				
	<i>D</i>	<i>B</i>	<i>M</i>	<i>S</i>	<i>E</i>
Manipulativos	50,00	8,33	3,57	2,38	35,71
NeoTrie	18,18	0,00	13,64	0,00	68,18

Al observar la Tabla 2, se comprende la influencia de NeoTrie en los resultados del postest, señalada por los análisis estadísticos. Los manipulativos resultaron eficaces para ayudar a comprender conceptualmente la diferencia entre superficie y volumen así, como para inferir las fórmulas del volumen y superficie de un ortoedro. Sin embargo, fue en el reto donde NeoTrie resultó más potente al conseguir que más del 80% de los estudiantes que lo usaron comprendiera cómo resolver el reto, reforzando su capacidad de visualización y su fluidez procedimental. Las observaciones de la profesora-investigadora justifican este resultado debido a que el software brindó a los estudiantes la posibilidad de generar y visualizar de forma rápida múltiples ortoedros (variando sus dimensiones) y, a partir de ellos, pudieron testar conjeturas y razonar estrategia/s para resolver el reto planteado, siendo capaces de obtener diferentes respuestas. La fluidez procedimental con NeoTrie les permitió inducir estrategias como la de aumentar notablemente una dimensión y reducir considerablemente las otras dos; o aumentar ligeramente dos de las dimensiones del ortoedro y reducir mucho la otra, para conseguir otro ortoedro de más superficie y menos volumen (garantizando que el producto de sus 3 dimensiones fuese inferior al producto de las 3 dimensiones del primero); es decir, “alargar” o “aplastar” el primer ortoedro. Para los que usaron manipulativos, al no visualizar de forma dinámica cómo cambiaba la superficie y volumen de un ortoedro al modificar una o varias dimensiones, les costó más tiempo y esfuerzo resolver el reto y muchos de ellos consiguieron solo una solución.

CONCLUSIONES

La conclusión principal del estudio presentado es que, aunque el pretest puso de relieve muchos de los errores reportados por la literatura (Rupnow et al., 2022), el aprendizaje con sentido (experimentación frente a aritmetización) permitió a un muchos estudiantes de la muestra superar su dificultad previa para distinguir superficie y volumen en sólidos, inducir la fórmula del volumen y aplicarla correctamente en variadas situaciones y eliminar el preconceito erróneo de que, cuerpos con mayor superficie también tienen mayor volumen. No obstante, a pesar de la experimentación con materiales manipulativos y con RVI, un porcentaje continuó manteniendo dificultades en relación a la superficie de ortoedros o para encontrar una estrategia adecuada para resolver el reto, planteado en diferentes momentos de la asignatura. Son varias las causas atribuibles a este último resultado, por un lado, el número de sesiones dedicado a estos contenidos puede haber sido insuficiente para derribar las preconcepciones erróneas de algunos estudiantes y favorecer un aprendizaje más significativo, por lo que sería recomendable dedicar más tiempo a estudiar estos contenidos en el grado de EP, pero ello contrasta con la poca presencia otorgada a las matemáticas en dicho grado. Por otro lado, para que el sistema educativo cuente con docentes cualificados es necesario el reclutamiento de candidatos altamente capacitados (Darling-Hammond, 2017), lo que dista bastante de la situación actual de acceso al grado en EP en España.

Otra conclusión del estudio es que los estudiantes que usaron RVI, partiendo de unos conocimientos iniciales escasos reflejados en sus pretests, sí que experimentaron, en su mayoría, un grado de mejora notorio, coincidiendo estos resultados con los encontrados por Demitriadou et al. (2020), Rodríguez et al. (2021) y Romero et al. (2023). Si bien el uso de manipulativos favoreció la comprensión conceptual de los contenidos trabajados, NeoTrie potenció aún más la competencia matemática de los estudiantes optimizando la fluidez procedimental, que les condujo a aumentar el número de soluciones correctas al reto y la inferencia de estrategias de resolución. Este resultado invita a seguir investigando la potencialidad del recurso.

Una reflexión final a la luz de los resultados es que los formadores de maestros debemos seguir indagando sobre formas más eficaces de enseñar y mejorar nuestra práctica docente, pero al mismo tiempo es crucial una revisión de los planes actuales de estudios y del sistema de acceso al grado de EP, para otorgar a las matemáticas la importancia que merecen y garantizar que la competencia matemática inicial de los futuros maestros sea la deseable y necesaria.

Referencias

- Asensio, I., Arroyo, D., Ruiz-Lázaro, J., Sánchez-Munilla, M., Ruiz, C., Constante-Amores, A. y Navarro-Asencio, E. (2022). Perfil de acceso a la universidad de los maestros en España. *Educación XXI*, 25(2), 39-63. <https://doi.org/10.5944/educxx1.31924>.
- Baduri, B. (2019) The Generalization Process of Secondary School Students on the Concept of Volume and Surface Area of Prism. In Farah, R. R., Rahayu, E. L., Inayati, N. (Eds.), *Advances in Social Science. Education and Humanities Research*, 349. [Proceedings of the 6th International Conference on Community Development (ICCD 2019)], pp. 103-107. Atlantis Press. <https://doi.org/10.2991/iccd-19.2019.29>.
- Caro, A., y Planas, N. (2021). Estudio exploratorio con futuras maestras sobre lenguas matemáticas para enseñar la relación entre área y volumen. *Avances de investigación en educación matemática*, 19, 117-131. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i19.361>
- Castro, M. (2021). Profesores para el siglo XXI: Perfil académico, formación inicial y prácticas docentes de los profesores españoles. Introducción. *Revista de Educación*, 393, 11-35. <https://doi.org/10.4438/1988-592X-RE-2021-393-495>.
- Chiphambo, S. M., Mashologu, M. N. y Mtsi, N. (2020). Effect of physical manipulatives on learners' understanding of surface area and volume of prisms. In Motseke, M., Chitiyo, M., Ogbonnaya, U.I., Dada, O.C., Charles-Ogan, G. (Eds.), *Proceedings of the South Africa International Conference on Education (SAICEd)* (pp. 328-338). African Academic Research Forum. https://aa-rf.org/wa_files/saiced-2020proceedings.pdf.
- Darling-Hammond, L. (2017). Teacher education around the world: What can we learn from international practice? *European Journal of Teacher Education*, 40(3), 291-309. <https://doi.org/10.1080/02619768.2017.1315399>
- Demitriadou, E., Stavroulia, K. E. y Lanitis, A. (2020). Comparative evaluation of virtual and augmented reality for teaching mathematics in primary education. *Education and Information Technologies*, 25, 381-401. <https://doi.org/10.1007/s10639-01909973-5>.
- National Research Council (2001). The strands of mathematical proficiency. En J. Kilpatrick, J. Swafford, y B. Findell (Eds.), *Adding it up: Helping children learn mathematics* (pp. 115-156). National Academies Press.
- Kontas, H. (2016). The effect of manipulatives on mathematics achievement and attitudes of secondary school learners. *Journal of Education and Learning*, 5(3), 10 -20. <https://doi.org/10.5539/jel.v5n3p10>
- López-Serentill, P. (2022). Categorización de los errores de los estudiantes para maestro de primaria en tareas de medida de magnitudes. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas y J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 363-371). SEIEM.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. (2012). *TEDS-M Informe Español. Estudio internacional sobre la formación inicial en matemáticas de los maestros*. Secretaría General Técnica.
- Nolla, A., Muñoz, R., Cerisola, A. y Fernández, B. (2021). La formación inicial de los maestros en matemáticas y su didáctica. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 96(35.1), 185-208. <https://doi.org/10.47553/rifop.v96i35.1.85882>.
- Rodríguez, J.L., Romero, I.M. y Codina, A. (2021). The Influence of NeoTrie VR's immersive virtual reality on teaching and learning of geometry. *Mathematics*, 9(19), 2411. <https://doi.org/10.3390/math9192411>.
- Romero, I. M., Rodríguez-Martínez, J. A. y Rodríguez, J. L. (2023). Optimizing the surface of orthohedra with virtual reality in primary school. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 19(9), em2325. <https://doi.org/10.29333/ejmste/13508>.
- Rupnow, T. J., O'Dell, J. R., Barrett, J. E., Cullen, C. J., Clements, D. H., Sarama, J. y Rutherford, G. (2022). Children's construction of a volume calculation algorithm for a rectangular prism with a dynamic virtual manipulative. *The Journal of Mathematical Behavior*, 67, 100998. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2022.100998>.