

CÓMO MIRAN PROFESIONALMENTE LOS FUTUROS MAESTROS EL VOCABULARIO, LAS EXPLICACIONES Y LOS EJEMPLOS EN LA ENSEÑANZA DE FRACCIONES

How do student teachers notice vocabulary, explanations and examples in the teaching of fractions

González-Forte, J. M.^a y Planas, N.^b

^aUniversidad de Alicante, ^bUniversitat Autònoma de Barcelona

Resumen

Presentamos el estudio de una intervención formativa basada en tareas con futuros maestros de un Grado de Educación Primaria. La intervención se diseñó e implementó con el objetivo de ayudar a desarrollar la mirada profesional de los futuros maestros en torno a prácticas matemáticas lingüísticas en la enseñanza de fracciones. Nos centramos en una de las tareas profesionales con un diálogo maestra-alumna, a modo de representación de la práctica, donde la alumna muestra una dificultad común en la comprensión de la comparación de fracciones. El análisis de las respuestas a esta tarea permitió caracterizar procesos de identificar, interpretar y decidir vocabulario, explicaciones y ejemplos matemáticamente relevantes en la enseñanza y el aprendizaje de fracciones. Los resultados indican que los procesos de la mirada profesional desarrollados en relación con vocabulario y ejemplos son menos complejos que los desarrollados en relación con explicaciones.

Palabras clave: mirada profesional, enseñanza de fracciones, futuros maestros, Educación Primaria, prácticas matemáticas lingüísticas.

Abstract

We present research work on a task-based training intervention with student teachers of an Education Primary Degree. The intervention was designed and implemented to help develop the student teachers' noticing of some mathematical-linguistic practices in the teaching of fractions. We focus on one of the professional tasks with a teacher-learner dialogue as an instance of practice, where the school learner experiments a common challenge in the understanding of fraction comparison. The analysis of responses to this task allowed us to characterize some of the processes of identifying, interpreting and deciding on vocabulary, explanations and examples which are mathematically relevant to teaching and learning fractions. Our results show that the noticing processes developed in regard to vocabulary and examples are less complex than those in regard to explanations.

Keywords: *noticing, fraction teaching, student teachers, primary school education, mathematical-linguistic practices.*

INTRODUCCIÓN

El nuevo currículo LOMLOE de matemáticas para la Educación Primaria es explícito acerca de la importancia de una enseñanza que contribuya a desarrollar en los alumnos los modos de comunicación matemática para dar significado y permanencia a las ideas matemáticas. Un reto en la formación de los futuros maestros de Educación Primaria es enseñar que la comunicación matemática, que incluye prácticas matemáticas lingüísticas, es una parte fundamental de lo que el maestro debe enseñar en el aula con los alumnos. En particular, el maestro debe ser modelo y facilitador de esta comunicación mediante la utilización de vocabulario, explicaciones y ejemplos matemáticamente relevantes para la enseñanza y el aprendizaje de contenidos curriculares específicos

(Caro y Planas, 2021). De acuerdo con estas reflexiones, en 2022 iniciamos una investigación en colaboración para diseñar, implementar y analizar una intervención formativa con futuros maestros acerca de usos matemáticamente relevantes de vocabulario, explicaciones y ejemplos en la enseñanza del concepto de fracción. El diseño de la intervención y de los materiales con la tarea profesional se presentó y discutió en González-Forte et al. (2022). En este texto presentamos y discutimos aspectos de la implementación de la intervención y analizamos el impacto que tuvo en los participantes con base en la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo miran profesionalmente los futuros maestros la utilización de vocabulario, explicaciones y ejemplos en la enseñanza de las fracciones?

MARCO TEÓRICO

Mirar profesionalmente es una competencia docente a desarrollar en los programas de formación inicial. En Dindyal et al. (2021), se señalan diferentes focos de la mirada profesional, como el pensamiento matemático de los estudiantes, los materiales curriculares o las interacciones en el aula. Un foco menos habitual e igualmente importante son las prácticas matemáticas lingüísticas en la enseñanza de contenidos matemáticos (González-Forte et al., 2022). Las herramientas lingüísticas para comunicar significados matemáticos son muchas e interactúan entre ellas. Sin embargo, es posible examinar algunas de las funciones de estas herramientas por separado (Halliday, 1978). En nuestra intervención seleccionamos vocabulario, explicaciones y ejemplos, asociados a prácticas matemáticas lingüísticas de nombrar (en respuesta a ‘¿qué es esto?’), explicar (en respuesta a ‘¿por qué ocurre esto?’) y ejemplificar (en respuesta a ‘¿de qué es esto un representante?’) con potencial didáctico en la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones. Así pues, nuestro foco de la mirada profesional, con futuros maestros, atiende a estas prácticas matemáticas lingüísticas en una enseñanza de las fracciones orientada a apoyar aprendizajes con comprensión en el aula de primaria.

Para la caracterización de la mirada profesional y la facilitación de su desarrollo, tomamos las tres destrezas introducidas por van Es y Sherin (2002) y adaptadas en González-Forte et al. (2022): (1) Identificar vocabulario, explicaciones y ejemplos matemáticamente relevantes en la enseñanza de las fracciones; (2) Interpretar el vocabulario, las explicaciones y los ejemplos identificados con respecto a dificultades en el aprendizaje de las fracciones comunes en los alumnos de Educación Primaria; (3) Tomar decisiones, fundamentadas en las interpretaciones realizadas, para la mejora de vocabulario, explicaciones y ejemplos en la enseñanza de las fracciones. Hay dificultades cognitivas comunes en el aprendizaje de las fracciones que han sido ampliamente documentadas (ej., Carpenter et al., 1993; González-Forte et al., 2023). La dificultad de comprender que una fracción es un número, y no dos números naturales separados por una barra, es un ejemplo que sugiere la relevancia de utilizar vocabulario como “términos”, “numerador” y “denominador” en la enseñanza junto con explicaciones sobre cómo las fracciones amplían el conjunto de los números naturales o el de los enteros, o sobre cómo el significado de fracción como número se asocia al de relación parte-todo, ej., las fracciones $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{6}$ son el mismo número que puede a la vez representar una parte de un todo dividido en tres partes iguales o dos partes de un todo dividido en seis partes iguales.

Son frecuentes las intervenciones formativas de desarrollo de la mirada profesional que siguen el modelo de proporcionar a los futuros maestros un documento teórico, que actúa como lentes teóricas, para luego pedir que las apliquen como respuesta a una tarea profesional (Dindyal et al., 2021). Las tareas profesionales consisten en representaciones de la práctica (Buchbinder y Kuntze, 2018) acompañadas de unas preguntas guía. Para una intervención con profesores de secundaria, en Rave-Agudelo y Planas (2022) se diseñaron diálogos ficticios entre profesores y alumnos sobre los cuales se plantearon preguntas. Se esperaba que las preguntas promovieran el desarrollo de procesos de identificar, interpretar y decidir vocabulario, explicaciones y ejemplos matemáticamente relevantes en el doble contexto de la enseñanza del concepto de ángulo en Educación Secundaria y de las dificultades en el aprendizaje de este concepto ilustradas a partir de las intervenciones de los alumnos en su interacción con el profesor de cada diálogo. En este tipo de intervenciones, el desarrollo de la mirada profesional de los participantes se acostumbra a facilitar tanto en situaciones de discusión en

grupo como de comunicación escrita. El conjunto de momentos de desarrollo de la mirada profesional es una práctica compleja y la selección de evidencias, escritas o de discusión en grupo, condiciona el acceso que desde la investigación se tiene a esta práctica (Mason, 2021).

MÉTODOS

Nuestro estudio tiene un enfoque esencialmente cualitativo e interpretativo de datos escritos. No obstante, de manera complementaria se tuvieron en cuenta resultados cuantitativos de frecuencias para sustentar la presencia de determinados procesos en la mirada profesional de los participantes.

Participantes e instrumento

Los participantes fueron 79 estudiantes de 3er curso del Grado de Maestro en Educación Primaria, que cursaban la tercera de las tres asignaturas obligatorias de educación matemática, destinada a desarrollar la comprensión de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la Educación Primaria con el objetivo de llegar a ser competente en la planificación de la enseñanza de las matemáticas, la interpretación de los niveles de aprendizaje y la gestión de la comunicación matemática en el aula. Habían cursado dos asignaturas de contenidos numéricos y geométricos.

La intervención del estudio formó parte de un módulo de enseñanza que consistía en dos sesiones de dos horas cada una (González-Forte et al., 2022). En la primera sesión, el primer autor explicó un documento teórico en el que se proporcionaba conocimiento sobre vocabulario, explicaciones y ejemplos matemáticamente relevantes para la enseñanza de fracciones. Cada herramienta lingüística se ilustraba con situaciones breves de enseñanza. Para el caso del vocabulario, se ilustraban situaciones de enseñanza en las que se utilizaba vocabulario matemáticamente relevante, que se contrastaban con otras situaciones en las que no se utilizaba este vocabulario. Lo mismo ocurría con explicaciones y ejemplos. Cada situación se conectaba con dificultades de comprensión de las fracciones comunes en los alumnos de Educación Primaria, a fin de mostrar cómo nombrar, explicar y ejemplificar en la enseñanza puede contribuir a favorecer su comprensión. Por ejemplo, el uso del vocabulario “partes de igual tamaño” en lugar de “partes” en “Si comemos una parte de una pizza dividida en cuatro partes de igual tamaño, dejamos tres partes sin comer” se incluyó como matemáticamente relevante porque puede ayudar a los alumnos de Educación Primaria a comprender que la unidad debe dividirse en partes de igual tamaño, aunque la forma sea diferente en magnitudes continuas. En nuestro estudio, esto no significa que no pueda utilizarse “partes” en contextos donde el tamaño igual se haya comunicado de manera explícita, sino que deben crearse y promoverse contextos de comunicación explícita en la enseñanza sobre cómo son las “partes” en una fracción.

Al final del documento teórico, todavía durante la primera sesión, se explicaba a los futuros maestros la persistencia de tres razonamientos incorrectos de los alumnos de Educación Primaria al comparar fracciones: el sesgo del número natural, basado en considerar que una fracción es mayor que otra si el numerador y el denominador son mayores; el razonamiento en diferencias, centrado en considerar que una fracción es mayor que otra si la diferencia entre el numerador y el denominador es menor; y el razonamiento inverso, con foco en considerar que una fracción es mayor que otra si el denominador es menor. El primer autor también comentó esta parte del documento teórico.

La segunda sesión consistía en resolver una tarea profesional, en la que se proporcionaban tres diálogos maestro-alumno sobre una situación de comparación de fracciones (representaciones de la práctica). Tanto las características de las prácticas matemáticas lingüísticas del maestro como el razonamiento del alumno diferían de un diálogo a otro. En esta comunicación nos centramos en el Diálogo 1, donde la maestra Raquel usa vocabulario y dos ejemplos matemáticamente relevantes, pero no usa explicaciones que puedan ayudar a la alumna Lucía a superar el razonamiento inverso. Este es un fragmento (donde aparece vocabulario y uno de los dos ejemplos):

Raquel: Veamos otro ejemplo, con otros números. Si mi hermana come $\frac{1}{3}$ de la tarta de chocolate y yo $\frac{1}{7}$ de la tarta de merengue, ¿quién de las dos come más?

Lucía: Tu hermana vuelve a comer más. Por la misma razón.

Raquel: En este caso, ¿en qué fracción las partes son más grandes?

Lucía: En $\frac{1}{3}$. En $\frac{1}{3}$ corta menos partes, pero son más grandes. En $\frac{1}{7}$ corta más, pero son más pequeñas.

Raquel: ¿Y cuántas partes hemos comido cada una?

Lucía: Uno, pero la de tu hermana es más grande que la tuya. Por eso come más.

Con el objetivo de analizar cómo los futuros maestros miran profesionalmente (identifican, interpretan y deciden) prácticas matemáticas lingüísticas de la maestra, tras leer cada diálogo, los estudiantes para maestro (EPMs) debían discutir y responder por escrito las siguientes preguntas: C1. Identifica vocabulario, explicaciones y ejemplos matemáticamente relevantes en el discurso de Raquel. C2.1. Con el vocabulario identificado en C1, ¿qué dificultades de comprensión puede estar ayudando a superar la maestra en su alumna? C2.2. Con las explicaciones identificadas en C1, ¿qué dificultades de comprensión puede estar ayudando a superar la maestra en su alumna? C2.3. Con los ejemplos identificados en C1, ¿qué dificultades de comprensión puede estar ayudando a superar la maestra en su alumna? C3. Según tus respuestas a C1 y C2, ¿realizarías cambios en alguno de los tres aspectos del discurso de la maestra? En caso afirmativo, ¿qué intervención en el diálogo modificarías, y por qué así se podría ayudar a la alumna a superar sus dificultades?

Los 79 EPMs resolvieron la tarea profesional en grupos de 2-3 personas, formando un total de 32 grupos de estudiantes para maestro (GEPMs). Tenían el documento teórico a su disposición por si querían consultarlo durante la resolución. Dada la dinámica de trabajo, las respuestas escritas no son individuales. No se registraron las discusiones que llevaron a desarrollar estas respuestas o que las precedieron. Nos referiremos, por tanto, a datos y resultados de los 32 GEPMs.

Análisis

El análisis de los datos se realizó por separado con respecto a las herramientas lingüísticas (vocabulario, explicaciones y ejemplos) y en diferentes fases con respecto a los procesos de la mirada profesional (identificar, interpretar y decidir). En una primera fase, se volcaron todas las respuestas escritas de los 32 GEPMs en una hoja de cálculo que facilitara la organización del vocabulario, de las explicaciones y de los ejemplos identificados en el diálogo (respuestas a C1). Esto permitió distinguir entre la identificación de vocabulario, explicaciones y ejemplos relevantes y no relevantes en el contexto de la enseñanza de las fracciones en Educación Primaria y de las demandas en la enseñanza asociadas al razonamiento inverso de Lucía u otros sesgos habituales en el aprendizaje de las fracciones. Por ejemplo, “numerador”, “fracción” y “partes de igual tamaño” es vocabulario relevante, pero “más” o “trozos” en este contexto no lo es. La relevancia de las prácticas matemáticas lingüísticas de nombrar, explicar y ejemplificar en la enseñanza de la maestra Raquel se discutió dentro del contexto dado por el diálogo con la alumna Lucía. Como en el diálogo la maestra no utiliza explicaciones, esperábamos que los GEPMs identificaran su ausencia. Tras un análisis inductivo de las respuestas a C1, se construyeron categorías. Para el vocabulario, las categorías fueron: i) Identifican vocabulario relevante ii) Identifican vocabulario relevante y “representar gráficamente” iii) Identifican vocabulario relevante e irrelevante. Para los ejemplos: i) Identifican dos ejemplos ii) Identifican dos ejemplos y no ejemplos iii) Identifican un ejemplo iv) Identifican no ejemplos. Para las explicaciones: i) Identifican explicaciones ii) Identifican ausencia de explicaciones.

En una segunda fase, el volcado de datos se amplió para examinar la interpretación (respuestas a C2.1., C2.2 y C2.3), es decir, la relación entre lo identificado en C1 en cuanto a vocabulario, explicaciones y ejemplos relevantes y las dificultades con el aprendizaje de las fracciones. Esto permitió diferenciar entre: i) Los GEPMs que identificaban vocabulario, explicaciones y ejemplos relevantes y lo relacionaban con una dificultad (o dificultades) de comprensión que se estaba ayudando a superar ii) Los GEPMs que lo identificaban, pero lo relacionaban con otras dificultades, específicas del aprendizaje de las fracciones, no relacionadas con lo identificado iii) Los GEPMs que

lo identificaban, pero no lo relacionaban con ninguna dificultad. En estos dos últimos casos, se entendió que no había interpretación. Por ejemplo, el uso de “fracción”, “número” y “numerador” puede ayudar a los alumnos a comprender que la fracción es un número representado con dos términos, numerador y denominador, cuya relación es multiplicativa ($a/b = a$ veces $1/b$); sin embargo, este vocabulario no ayudaría a comprender que representar gráficamente dos fracciones para compararlas requiere que ambas tengan igual todo. Tras un análisis inductivo de las respuestas a estas tres preguntas, se construyeron categorías. Para el vocabulario, las categorías fueron: i) Interpretan el vocabulario identificado ii) Interpretan parte del vocabulario identificado iii) No interpretan. Para los ejemplos: i) Interpretan los ejemplos identificados ii) Interpretan un ejemplo identificado iii) No interpretan. Al no haber explicaciones en el discurso de la maestra, no hubo ninguna categoría relativa a la interpretación de explicaciones. La identificación de ausencia de explicaciones lleva consigo la interpretación de que las explicaciones podrían ayudar a superar dificultades y no lo hacen.

En una tercera fase, se completó el volcado de datos para examinar la toma de decisiones (respuestas a C3). Esto permitió identificar qué cambios se propusieron en las prácticas matemáticas lingüísticas de la maestra del diálogo. Como la maestra no realiza explicaciones, esperábamos que los GEPMs propusieran explicaciones que ayudaran a Lucía a superar sus dificultades de comprensión. También era posible que los GEPMs añadieran más ejemplos y vocabulario matemáticamente relevantes en su modificación del diálogo. Tras un análisis inductivo de las respuestas a C3, se construyeron tres categorías: i) Deciden explicaciones ii) Deciden sobre explicaciones iii) No deciden.

RESULTADOS

Esta sección presenta tres resultados sobre: identificación e interpretación de vocabulario matemáticamente relevante, identificación e interpretación de ejemplos matemáticamente relevantes, identificación, interpretación y toma de decisiones de explicaciones matemáticamente relevantes.

Identificación e interpretación de vocabulario matemáticamente relevante

La Tabla 1 muestra el número de GEPMs según la identificación e interpretación del vocabulario en el diálogo. Solo 13 GEPMs identificaron vocabulario matemáticamente relevante y, de estos, 12 interpretaron su función con respecto a dificultades de comprensión de las fracciones. Las dificultades que más interpretaron que se podrían estar superando debido al correcto uso del vocabulario fueron la de “comprender que la fracción es un número representado con dos términos, numerador y denominador, cuya relación es multiplicativa ($a/b = a$ veces $1/b$)”, asociada generalmente a “fracción”, “número” y “numerador” (observado 10 veces); y la de “comprender que la unidad debe dividirse o repartirse en partes de igual tamaño, aunque la forma sea diferente en magnitudes continuas”, asociada generalmente a “tamaño de la parte” y “partes de igual tamaño” (observado 9 veces). La interpretación de la dificultad de comprender la fracción como un número es importante porque Lucía piensa que una fracción es mayor “si el denominador es menor”. Es decir, compara los denominadores de ambas fracciones por separado, sin tener en cuenta el numerador.

14 GEPMs identificaron vocabulario matemáticamente relevante en el diálogo, pero consideraron que “representar gráficamente” es vocabulario que ayuda a superar dificultades en la comprensión de las fracciones. De estos, 9 relacionaron el vocabulario identificado con las dificultades en la comprensión de la fracción. De nuevo, las dificultades más interpretadas fueron la de “comprender que la fracción es un número representado con dos términos, numerador y denominador, cuya relación es multiplicativa ($a/b = a$ veces $1/b$)” (observado 9 veces); y la de “comprender que la unidad debe dividirse o repartirse en partes de igual tamaño, aunque la forma sea diferente en magnitudes continuas” (observado 7 veces). Por último, 5 GEPMs identificaron vocabulario matemáticamente relevante, junto con vocabulario irrelevante en el contexto del diálogo (ej., “trozos”, “más”, “representar gráficamente”, “cantidad”). Vemos estas respuestas distintas a las de los GEPMs que solo añaden “representar gráficamente” porque se señala vocabulario relativo a fracciones, vocabulario general del registro matemático (ej., “más”) y vocabulario cotidiano (ej., “trozos”).

Tabla 1. Número de GEPMS según identificación e interpretación de vocabulario

Identifican \ Interpretan	El vocabulario identificado	Parte del vocabulario identificado	No interpretan
Vocabulario relevante	12		1
Vocabulario relevante y “representar gráficamente”	9	5	
Vocabulario relevante e irrelevante	3	1	1

Identificación e interpretación de ejemplos matemáticamente relevantes

La Tabla 2 muestra el número de GEPMS según la identificación e interpretación de los ejemplos en el diálogo. 23 GEPMS identificaron los dos ejemplos del diálogo. Sin embargo, solo 6 de ellos los interpretaron, es decir, relacionaron correctamente el ejemplo con la dificultad que podría estar contribuyendo a superar. 12 GEPMS relacionaron solo uno de los ejemplos correctamente con la dificultad. La dificultad que más interpretaron que se podría estar contribuyendo a superar en el diálogo fue la de “comprender que, para saber qué fracción es mayor, se debe considerar la cantidad de partes de igual tamaño en las que se divide el todo y la cantidad de partes que se toman”, asociada al ejemplo “Y si mi hermana se come $\frac{1}{3}$ de su tarta y yo $\frac{5}{7}$ de mi tarta, ¿quién de las dos come más?” (observado 15 veces). La identificación de este ejemplo y la interpretación con la dificultad de comprender que hay que considerar tanto numerador como denominador es importante porque la alumna del diálogo piensa que una fracción es mayor “si el denominador es menor”. Es decir, el ejemplo le debe permitir comprender que, para saber qué fracción es mayor, se debe considerar la cantidad de partes de igual tamaño en las que se divide el todo y la cantidad de partes que se toman.

Tabla 2. Número de GEPMS según identificación e interpretación de ejemplos

Identifican \ Interpretan	Los ejemplos identificados	Un ejemplo identificado	No interpretan
Dos ejemplos	6	12	5
Dos ejemplos y no ejemplos	2		1
Un ejemplo		4	1
No ejemplos			1

3 GEPMS identificaron los dos ejemplos del diálogo, pero lo hicieron junto con otros fragmentos del diálogo que no eran ejemplos (ej., “¿Podrías representar gráficamente ambos números?” o “El tamaño de las partes en $\frac{2}{3}$ es más grande”); de ellos, 2 interpretaron los ejemplos. 5 GEPMS identificaron únicamente un ejemplo del diálogo, interpretándolo 4 de ellos. Por último, 1 GEPM identificó fragmentos del diálogo que no eran ejemplos. A pesar de la diversidad de casos en las respuestas sobre ejemplos, se aprecian GEPMS que identifican ejemplos que no lo son para una situación de comparación de fracciones que ayude a superar las dificultades de la alumna Lucía.

Identificación, interpretación y decisión de explicaciones matemáticamente relevantes

La Tabla 3 muestra el número de GEPMS según su identificación, interpretación y toma de decisiones de explicaciones matemáticamente relevantes en el diálogo. 19 GEPMS identificaron e interpretaron la ausencia de explicaciones matemáticamente relevantes en el discurso de la maestra. Sin embargo, solo 7 decidieron introducir explicaciones especificando qué se necesitaba explicar y cómo. Las explicaciones que propusieron tratan sobre la dificultad de comprender que la unidad se debe dividir en partes de igual tamaño (observada 2 veces), la dificultad de comprender que la fracción es un número representado con dos términos en relación multiplicativa (observada 2 veces), la dificultad de comprender que para representar dos fracciones gráficamente y compararlas se requiere que ambas tengan igual todo (observada 2 veces), y la dificultad de comprender que, para saber qué fracción es mayor, se debe considerar la cantidad de partes de igual tamaño en las que se divide el todo y la cantidad de partes que se toman (observada 2 veces). Especialmente relevantes son las explicaciones

de la fracción como número (GEPM26: “Añadiríamos una explicación en la línea 11 y sería: recuerda que una fracción es un número representado con dos términos, numerador y denominador”) y la de tener en cuenta numerador y denominador para comparar fracciones (GEPM28: “Le debería explicar que en una fracción debe tener en cuenta tanto el numerador, que son las partes que se cogen, y el denominador, que son las partes en las que se divide el todo”) para una alumna como Lucía, que piensa que una fracción es mayor “si el denominador es menor”.

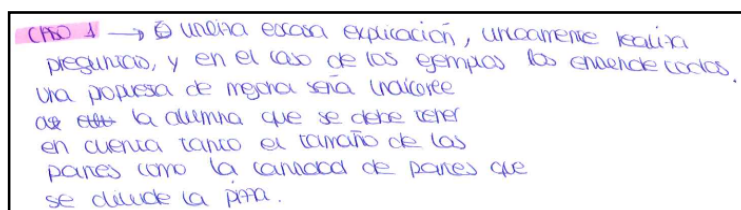
Tabla 3. Número de GEPMs según identificación, interpretación y toma de decisiones de explicaciones

Deciden	Explicaciones	Sobre explicaciones	No deciden
Identifican-Interpretan			
Ausencia de explicaciones	7	8	4
Explicaciones	4	1	8

8 GEPMs decidieron explicaciones de manera general, especificando qué convenía explicar, pero no cómo hacerlo con enunciados concretos. Por ejemplo, GEPM18 respondió que “Se necesita realizar más explicaciones para poder entender la relación entre fracciones”. Los otros 4 GEPMs no decidieron mejorar las explicaciones, a pesar de haber identificado su ausencia. De ellos, 1 GEPM decidió proponer un ejemplo (“Podríamos plantearle la siguiente actividad: Mi hermana ha comido $\frac{3}{4}$ de pizza. Sin embargo, yo me he comido $\frac{5}{10}$. ¿Quién ha comido más? Representalo gráficamente”) que no era matemáticamente relevante en el contexto del diálogo, ya que no ayuda a Lucía a comprender que su razonamiento de comparación de fracciones es incorrecto.

Los 13 GEPMs restantes vieron explicaciones matemáticamente relevantes en el discurso de Raquel que carecía de ellas. De los 13, 10 GEPMs consideraron que “Te refieres a la relación entre el número de partes de igual tamaño y el tamaño de la parte” es una explicación, y 9 consideraron que “¿No deberíamos tener en cuenta también la cantidad de partes que cogemos? Es decir, el numerador” también lo es. Ante la pregunta de realizar cambios en el discurso, solo 5 de ellos decidieron mejorar las explicaciones. El resto consideró que las explicaciones de la maestra eran adecuadas y no era necesario mejorarlas ni añadir más. GEPM32 decidió incluir una explicación sobre la idea de que, para comparar fracciones, se deben considerar numerador y denominador (ver Figura 1).

Figura 1. Decisión de GEPM32



CONCLUSIONES

El actual estudio complementa el estudio de la intervención con los EPMs en Caro y Planas (2021), donde se trabajaron vocabulario y explicaciones matemáticamente relevantes en la enseñanza de la relación entre área y volumen. Ante nuestra pregunta, ¿Cómo miran profesionalmente los futuros maestros la utilización de vocabulario, explicaciones y ejemplos en la enseñanza de las fracciones?, las evidencias documentadas en las respuestas de los GEPMs indican que el documento teórico sirvió como lentes para que los futuros maestros, en el trabajo en grupo, miraran profesionalmente prácticas matemáticas lingüísticas de la maestra en el diálogo de la tarea (Dindyal et al., 2021).

El análisis de la implementación pone de relieve dos resultados. Por un lado, los futuros maestros, al mirar profesionalmente la utilización de vocabulario, explicaciones y ejemplos en la enseñanza de las fracciones, no siempre realizaron interpretaciones que mostraran su atención a dificultades comunes de comprensión de las fracciones en los alumnos de Educación Primaria, y a las dificultades de Lucía en particular. Por otro lado, hubo diferencias entre la comprensión de las tres herramientas lingüísticas

con respecto a su función didáctica en la enseñanza de las fracciones en el aula de Educación Primaria. Identificar vocabulario matemáticamente relevante no parece una tarea compleja para los GEPMs, a pesar de que en algunos casos identificaron la expresión “representar gráficamente”. Interpretarlo tampoco parece complejo, pues la mayoría de GEPMs que identificó vocabulario relevante lo interpretó correctamente. Identificar ejemplos matemáticamente relevantes tampoco parece una tarea compleja para los GEPMs, a diferencia de interpretar los ejemplos, que sí parece una tarea más compleja ya que no siempre se asocian los dos ejemplos del diálogo con su potencial apoyo a superar dificultades en el aprendizaje de las fracciones. Finalmente, identificar explicaciones (o ausencia de explicaciones) no parece una tarea sencilla. Más de un tercio de los GEPMs consideraron la presencia de explicaciones cuando el discurso de la maestra se había diseñado sin que las hubiera. También fueron escasas las decisiones con explicaciones concretas para ser incluidas en el diálogo. Será interesante examinar qué ha ocurrido en las respuestas de los GEPMs a los otros diálogos y si la complejidad de mirar profesionalmente las explicaciones en la enseñanza se confirma.

Agradecimientos

PID2020-116514GB-I00 y PID2019-104964GB-I00, Gobierno de España; 2021SGR-159, Generalitat de Catalunya. Los comentarios de Ceneida Fernández a una primera versión del texto han sido de gran utilidad.

Referencias

- Buchbinder, O. y Kuntze, S. (Eds.) (2018). *Mathematics teachers engaging with representations of practice. A dynamically evolving field* (ICME-13 Monographs). Springer
- Caro, A. y Planas, N. (2021). Estudio exploratorio con futuras maestras sobre lenguas matemáticas para enseñar la relación entre área y volumen. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 19, 117–131. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i19.361>
- Carpenter, T. P., Fennema, E. y Romberg, T. A. (Eds.) (1993). *Rational numbers: An integration of research*. Routledge.
- Dindyal, J., Schack, E. O., Choy, B. H. y Sherin, M. G. (2021). Exploring the terrains of mathematics teacher noticing. *ZDM–Mathematics Education*, 53, 1–16. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01249-y>
- González-Forte, J. M., Fernández, C., Van Hoof, J., & Van Dooren, W. (2023). Incorrect ways of thinking about the size of fractions. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 21, 2005–2025. <https://doi.org/10.1007/s10763-022-10338-7>
- González-Forte, J. M., Planas, N. y Fernández, C. (2022). Towards a newer notion: Noticing languages for mathematics content teaching. En C. Fernández et al. (Eds.), *Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 315–322). PME.
- Halliday, M. A. K. (1978). *Language as social semiotic: The social interpretation of language and meaning*. Edward Arnold.
- Mason, J. (2021). Learning about noticing, by, and through, noticing. *ZDM–Mathematics Education*, 53, 231–243. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01192-4>
- Rave-Agudelo, J. G. y Planas, N. (2022). Retos de alumnos de 11–15 años en el aprendizaje del concepto de ángulo: Una revisión de literatura para diseñar tareas profesionales. En T. F. Blanco et al. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 479–487). SEIEM.
- van Es, E. A. y Sherin, M. G. (2002). Learning to notice: Scaffolding new teachers’ interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, 10(4), 571–596.