

TRANSICIÓN ENTRE SISTEMAS NUMÉRICOS PARA DESCRIBIR EL SENTIDO NUMÉRICO

Describing Number Sense by transitioning among number systems

Jiménez-Rubiano, L.^{a,c}, Piñeiro, J. L.^b, Ruiz-Hidalgo, J. F.^c

^aUniversidad de Salamanca (España), ^bUniversidad Metropolitana de Ciencias de la Educación (Chile), ^cUniversidad de Granada (España)

Resumen

Este trabajo intenta articular las componentes del sentido numérico y los significados de los diferentes sistemas numéricos. Para ello realizamos un análisis teórico tomando las componentes descritas por la literatura, los significados de los sistemas numéricos y las dificultades que se presentan en el proceso de enseñanza y aprendizaje del número en primaria denotadas en trabajos empíricos. Ello permite mostrar casos específicos del comportamiento de los sistemas numéricos en tres componentes, ratificando que existen dificultades en la transición de un sistema a otro e intentamos completar las habilidades observables que permiten detallar qué sucede con los diferentes sistemas relacionales numéricos en una componente. Se concluye que el sentido numérico no solo es un conjunto de habilidades dentro de un sistema relacional sino la capacidad de utilizar las propiedades de uno de ellos para interpretar, manipular y representar en otro.

Palabras clave: habilidades numéricas, dificultades, aprendizaje del número, educación primaria.

Abstract

This paper attempts to articulate the components of number sense and the meanings of different number systems. We carried out a theoretical analysis taking the components described by the literature, the meanings of the numerical systems, the difficulties that arise in the process of teaching and learning number in primary school denoted in empirical works. This allows us to show specific cases of the behavior of numerical systems in three components, ratifying that there are difficulties in the transition from one system to another and we try to complete the observable skills that allow us to detail what happens with the different numerical relational systems in a component. Finally, we claim that number sense is not only a set of abilities within a relational system but the capability to use the properties of one of them to interpret, manipulate and represent in another.

Keywords: numeracy skills, difficulties, number learning, primary education.

INTRODUCCIÓN

El sentido numérico es interpretado como la “comprensión general que va desarrollando una persona al interpretar, usar conceptos numéricos y operacionales, relacionarlos, emitir juicios, permitiéndole ser versátil en el diseño de estrategias de cálculo, facilitando desenvolverse en contextos variados y situaciones de su actividad cotidiana” (Jiménez-Rubiano et al., 2024). Desde sus apariciones en los 80, su definición ha generado controversia y no se ha consensuado una definición (Whitacre et al., 2020; Ghazali et al., 2021). Así mismo, su descripción está dada por un grupo de componentes que a nuestro modo de ver se hacen cuando se necesita abordar un contenido específico, otros intentan generalizar dicha descripción expresándolas en habilidades independientemente de los sistemas numéricos. Por ejemplo, Yang y Jan (2019) describen cinco componentes, una de ellas denominada reconocimiento del tamaño relativo de los números, que implica reconocer el tamaño de un número comparándolo con otro y expone el caso de determinar cuál de dos fracciones es mayor. Sin embargo, reconocer el tamaño relativo implica que el sujeto adquiera una serie de habilidades dependiendo del

sistema numérico que use y del contexto en que esté inmerso. Otra componente hace referencia a las múltiples representaciones de un número y de las operaciones, implicando el uso de representaciones pictóricas o simbólicas. Sin embargo, es poco descriptiva al obviar qué sucede con las representaciones del número en cada sistema, si se presentan o no dificultades. Cuando se necesita identificar el sentido numérico para un contenido concreto o un sistema numérico particular (por ejemplo, cuando un docente quiere desarrollar el sentido numérico con fracciones), se debe recurrir a la especificidad de los significados de los contenidos en cada uno de los sistemas relacionales numéricos que intervienen en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Puesto que el significado de los contenidos difiere para cada sistema numérico, consideramos que la noción y las componentes de sentido numérico (por detalladas que parezcan) no permiten detectar ni prever las habilidades específicas que debe desarrollar un sujeto, las rupturas ni las dificultades en el aprendizaje de sentido numérico. Vemos una desconexión entre estos dos aspectos (componentes vs sistemas numéricos) que consideramos deben articularse para completar al detalle las características del sentido numérico y comprender mejor cómo puede desarrollarse. Esto evidencia que deben tejerse relaciones entre las componentes y los diferentes sistemas relacionales que están inmersos en cada una. Esta misma idea de tejer algunos aspectos del sentido numérico la plantea Jordan et al. (2022) pero no con los mismos objetivos. Como consecuencia, nos preguntamos cómo podemos combinar las componentes del sentido numérico y los significados de los sistemas numéricos para explicitar habilidades observables que describan con detalle el sentido numérico en cada sistema numérico y cómo podemos facilitar la transición entre los sistemas numéricos en el proceso de aprendizaje. Para responder a esta pregunta, mostramos unos casos de cómo se comportan los diferentes sistemas numéricos en tres componentes del sentido numérico.

SISTEMA (RELACIONAL) NUMÉRICO

La noción de sistema numérico está extendida en la literatura. Skemp (1993) denomina sistema numérico a un conjunto de números en el que intervienen una o más operaciones como un sistema matemático. Se trata de una noción con interés escolar que no requiere la noción de estructura matemática, en la que se deben definir con precisión las relaciones entre los objetos y las operaciones por medio de propiedades. Este tipo de conjuntos se establecen por relaciones, por lo que Rico et al. (2020) manifiestan que una forma de organizar los contenidos matemáticos escolares requiere considerar, además del objeto y la operación, las relaciones (por ejemplo, en el caso de los números, el orden). Así, definen sistema relacional matemático o estructura relacional matemática como un conjunto de objetos matemáticos, donde estos se relacionan entre sí. Un ejemplo de sistema relacional numérico serían los números naturales (tal como se consideran escolarmente) junto con las relaciones de orden e igualdad, donde se pueden definir operaciones aritméticas con determinadas propiedades. Otros ejemplos escolares vendrían dados por los decimales, las fracciones, los números enteros... e incluso por subconjuntos de ellos donde se establezcan relaciones o se pueda operar.

Teniendo en cuenta la forma en que están organizados los sistemas relacionales, estos proporcionan una forma de trabajar y actuar matemáticamente que provee reglas de uso y relaciones de orden e igualdad (o equivalencia). Además, cada sistema relacional numérico escolar se dota de dos operaciones binarias (Skemp, 1993).

Los sistemas relacionales en la escuela

En la Educación Primaria en España (Ministerio de Educación y Formación Profesional, 2022), los sistemas que se trabajan son:

- los naturales, priorizando su representación, los usos, descomposición y recomposición, la ejecución de las operaciones, estrategias de cálculo mental y la resolución de problemas en contextos de la vida cotidiana.

- las fracciones, se inicia con la comparación entre partes de una figura (idea de fraccionamiento) hasta establecer la fracción como unidad de medida. Priorizando su ubicación en la recta numérica y mecanización de algoritmos.
- los decimales, priorizando su lectura, representación hasta las milésimas junto con el uso de estrategias de cálculo mental.

MÉTODO

Para este estudio hicimos un análisis de contenido con categorías del sentido numérico a priori. Sabiendo que existen diversas definiciones de sentido numérico y su desglose en componentes y, aunque hay similitudes, no existe una caracterización universal (Whitacre et al., 2020; Ghazali et al., 2021). Las existentes son pequeñas pinceladas de descripciones de capacidades que se establecen en función del objetivo del estudio que las presenta. También, debido a su grado de generalidad suelen ser poco explícitas al no describir cómo se interpretan en diferentes sistemas relacionales numéricos y qué sucede en la transición de un sistema al otro.

Tomamos la caracterización de (Jiménez-Rubiano et al., 2024), quienes mediante un análisis de contenido consideran ocho componentes fundamentadas en aspectos epistemológicos y funcionales de la matemática escolar. Ellos las organizan en tres grandes grupos:

- Componentes relativas al número sin operación: (C1) Manipulación de las diferentes representaciones del número. (C2) Interpretación y uso del número en contexto, (C3) Conocimiento de las propiedades del sistema de numeración (numérico).
- Componentes relativas al número con operación (estructura aditiva y multiplicativa): (C4) Uso de las operaciones en contextos. (C5) Uso flexible de las propiedades de las operaciones. (C6) Relacionar las operaciones.
- Componentes relativas a aspectos procedimentales de números y operaciones: (C7) Crear procedimientos menos convencionales. (C8) Razonar sobre los hechos, procedimientos y resultados.

Para observar cómo se comportan los diferentes sistemas en una componente determinada tomamos las componentes relativas al número sin operación: C1, C2, C3 de (Jiménez-Rubiano et al., 2024). Posteriormente, siguiendo el modelo de Rico (2013) y Krippendorff y Wolfson (1990) realizamos un análisis de contenido del significado de los sistemas relacionales numéricos de las fracciones y decimales. Para los naturales tomamos el trabajo de Rico et al. (2008). Asimismo, buscamos investigaciones empíricas que tratasen como tema central las dificultades del aprendizaje de los sistemas relacionales numéricos, de tal manera que, pudiéramos triangular la información y describir el comportamiento de cada sistema numérico dada una componente.

COMPORTAMIENTO DE LOS SISTEMAS RELACIONALES NUMÉRICOS EN UNA COMPONENTE

C1. Manipulación de las representaciones del número. Los números pueden tomar varias formas, pueden pensarse y manipularse de muchas maneras, como símbolos y representaciones gráficas (McIntosh et al., 1992; García y Adamuz, 2019). Las representaciones de cada sistema relacional hacen parte de su identidad, son como su huella digital. Por tanto, varían de un sistema a otro.

Cada sistema numérico, como complejo de entes, relaciones y operaciones, no puede expresarse ni entenderse en su totalidad mediante un único sistema de representación, por muy sofisticado que este sea; por ello, la enseñanza y aprendizaje de los sistemas numéricos hay que abordarla desde la coordinación de varios sistemas de representación complementarios. (Rico et al., 2000, p. 3)

En cada sistema se atribuye una precisión del lenguaje y manipulaciones que permite identificar la diferencia entre objetos, su nombre y las distintas representaciones de este (Centeno, 1998, p. 67).

Las representaciones suelen organizarse en simbólicas, orales/escritas y modelos (gráficos, concretos...). Cuando hablamos del sistema de representación simbólico, existe relativa homogeneidad. Para los naturales, conocemos los símbolos del sistema hindú-arábigo $\{1, 2, 3, \dots\}$. En el caso de los ordinales, los símbolos son los mismos, pero se les añade un superíndice o letra volada denominado indicador ordinal y se escribe con ($^{\circ}$, a). La manipulación simbólica es tan habitual que en muchas ocasiones identificamos el símbolo con el número. Para los números grandes, requerimos el sistema de numeración decimal y todas sus propiedades no triviales (aditivo, multiplicativo, posicional, uso del cero, ...) que dificultan su aprendizaje. La lista de números es lo primero que se aprende y después lo que significan los dígitos dependiendo de su posición: el orden suele presentarse como un problema (Llinares, 2001).

Para el caso de los decimales, dado que gracias a que el sistema de numeración permite extender el natural al decimal, las adaptaciones simbólicas son mínimas, simplemente añadimos un símbolo para identificar las unidades y añadimos dígitos a la derecha de la unidad para indicar partes de la unidad siguiendo los principios del sistema de numeración decimal. Aun así, observamos confusiones por parte de los estudiantes en cuanto al orden (Centeno, 1998; González-Forte et al., 2022).

Caso aparte son las fracciones. La simbología requiere el uso de dos numerales y una barra horizontal separadora. En este sistema, no rigen los principios del sistema de numeración como en los otros, la relación de orden pasa a requerir transformaciones de los símbolos y la relación de igualdad es una relación de equivalencia más general. La simbología es manifiestamente diferente. Por ejemplo, cuando se pide a un escolar determinar la fracción mayor entre $2/3$ y $7/8$, tienden a establecer $7/8$ como cantidad mayor, justificando que siete es mayor que dos, o que siete y ocho son mayores que dos y tres, ello se presenta debido a que se trae consigo el dominio de la estructura de los naturales (González-Forte et al., 2018).

Representación oral o escrita. La representación verbal también varía de un sistema a otro. Para hablar de los números naturales usamos su nombre cardinal o su nombre ordinal, dependiendo del escenario en el que los estemos utilizando. Así, el número tres porque representa la cantidad tres, o puede ser tercero si estamos considerando el orden. A diferencia del sistema de representación simbólico, no hay una única forma de nombrar números. Así, por ejemplo, 135 es ciento treinta y cinco, pero también es 1 centena, 3 decenas y 5 unidades o 13 decenas y 5 unidades (Llinares, 2001). Atención especial requieren los números “grandes” y las dificultades en nombrarlos. ¡Y qué decir de los ordinales!

En el caso de los decimales la nomenclatura tampoco es sencilla ni única: 0,5 es cero coma cinco en su modo más literal, pero también es 5 décimas. Al nombrar las fracciones no se hace referencia a una sola palabra sino a combinaciones, por ejemplo 2 de 4; $2/4$; dos cuartos, Con palabras es imposible trabajar el orden o la equivalencia.

Modelos. Son los tipos de representaciones que permiten asociar las acciones con los objetos, aunque distanciándose de ellos. Los modelos prescinden de muchas características de un objeto quedándose con las más importantes para la situación modelizada por ello pueden llegar a ser más manejables que los propios objetos. Son una forma de manipular, no específica ni concreta. Pueden ser de muy diversos tipos, cada uno con sus características (Flores P, Berenguer L, Macías C, Miras J y Alba J, comunicación personal, 2012). Se modeliza a través de esquemas (dibujo, puntos, símbolos) y con material manipulativo que permiten representar la situación. Podemos realizar una clasificación inicial de los modelos como discretos y continuos como lo son los modelos cardinales, de contador, lineales. Para los naturales, el modelo cardinal, mediante el cual cada unidad es representada por un objeto, es uno de los más usuales. Sin embargo, los decimales son difícilmente representables en un modelo cardinal lo que dificulta su generalización desde los naturales. Con las fracciones el modelo cardinal es utilizable, pero más allá de la identificación del uso parte-todo, es poco útil (¿cómo determinar la equivalencia o el orden de dos fracciones representadas con un modelo cardinal?).

Representaciones mediante dibujos, esquemas, gráficos, rectas numéricas. En el caso de los naturales tenemos representaciones de objetos concretos y la recta numérica. En las fracciones y en los decimales tomamos como punto de partida un objeto para representar sus divisiones o fraccionamientos, y el uso de modelos gráficos se incrementa, sobre todo el uso de modelos continuos como el lineal (recta) y el de área. Las representaciones facilitan la movilidad de ideas que propician entender un concepto. Cuando se pasa de un sistema a otro y no se tienen claras las diferencias entre las representaciones de los sistemas, estos pueden obstaculizar el procesamiento de la información para su correcta comprensión.

C2. Interpretación del número en contexto en términos de decisiones dadas las diversas situaciones. (p.e. Almeida y Bruno, 2014). El significado del número varía según el uso y así mismo su representación. Al igual que las fracciones, los decimales son densos sobre la recta. Esto quiere decir que entre dos fracciones o decimales a y b siempre podemos ubicar otros muchos, lo que los hace especialmente aptos para expresar cantidades de medida de magnitudes. En contextos continuos donde se requiere un reparto equitativo se hace uso de la fracción y aquí es interpretada como cociente tras hacer dicho reparto. Sin embargo, en los naturales los repartos se hacen con cantidades discretas y aquí el uso de los naturales no está dado como cociente.

Los diferentes sistemas relacionales (naturales, fracciones, decimales) tienen usos específicos que hacen que la interpretación varíe y que no se encuentre una secuencialidad o un hilo conductor entre un sistema y otro, lo que puede generar ruptura en el aprendizaje. Pues, para los estudiantes, son como saltos cognitivos entre las interpretaciones de los conceptos.

C3. Conocimiento de las estructuras numéricas de cada sistema relacional⁴: Implica el conocimiento de las propiedades, del cómo funciona el sistema (p.e. NCTM, 2003). Al hablar del sistema relacional de los naturales necesariamente tendremos que hacer referencia a la base de numeración con la que este sistema se agrupa (diez), conocida también como sistema de “numeración decimal”, el valor de posición, valor de las potencias y sus propiedades o relaciones.

Cuando hablamos de una extensión de los naturales pasamos de los naturales a los decimales, con la ventaja de trabajar con la misma base diez. Cuando se trabajan con medidas de magnitudes continuas, existe un momento en el que los naturales son insuficientes (González-Forte et al., 2022) y se hace necesario usar las fracciones, pero las propiedades de los naturales no son las mismas para las fracciones, lo que hace que carezcan de valor en este sistema, por lo que este nuevo sistema tiene sus propias ideas y reglas.

En esta componente se resalta que: 1) aunque los sistemas relacionales de los naturales, las fracciones, los decimales sean una extensión de los naturales, la forma en la que están contruidos los nuevos números y cómo se representan, hace que cambie su estructura y sus reglas. 2) Los naturales, quizá por ser el primer sistema numérico que abordan los sujetos, tiende a quedar muy arraigado en los escolares y, a medida que se abordan los otros sistemas numéricos genera obstáculos de aprendizaje, lo que comúnmente es llamado “sesgo del número natural” (González-Forte et al., 2018; González-Forte et al., 2022).

REFLEXIONES FINALES

Al hacer el ejercicio de examinar cómo se comportan los diferentes sistemas numéricos dentro de las componentes C1, C2 y C3, relacionadas con el número, representación y uso, consideramos que una de las habilidades generales que pueden describirlas o completar aún más estas componentes es

⁴ Jiménez-Rubiano et al. (2024) lo denominan “conocimiento de las propiedades del sistema de numeración decimal” sin embargo, cuando hacemos referencial a los diferentes sistemas relacionales numéricos no solo se tienen en cuenta las propiedades del sistema de numeración decimal sobre el cual están contruidos los naturales sino de la estructura y las propiedades de cada sistema relacional numérico, por ello, consideramos que puede renombrarse como una componente que trata del conocimiento de la estructura de los diferentes sistemas numéricos para hacerla generalizable

reconocer y diferenciar el valor de un número según lo que este represente, la posición y ubicación para nombrarlo y escribirlo simbólicamente, teniendo en cuenta que los sistemas tienen usos determinados que dada una situación llevan a diferentes interpretaciones. Específicamente para los naturales algunas de las habilidades que describen el sentido numérico son:

- Representaciones: manipular e interpretar representaciones diferentes (numerales y verbales) y los modelos cardinal y lineal.
- Usos: Identificar que los usos y representaciones del número dependen del contexto (conteo, cuantificación o uso cardinal, ordenar, medición discreta, nombrar o etiquetar).
- Relaciones: ordenar naturales.

Para el caso de los decimales, los ejemplos de habilidades específicas son:

- Representaciones: escribir números decimales, utilizar representaciones continuas (como la lineal), ... (Nótese que la continuidad es una de las cualidades representacionales que se identifica con la densidad).
- Relaciones: ordenar decimales, identificar cuándo dos decimales son iguales, escribir un decimal entre dos dados, ... (aquí aparecen dificultades y características añadidas a las relaciones en los naturales producto de las características del sistema decimal de numeración y el uso de dígitos que representan partes menores que la unidad).
- Usos: Identificar y comprender los usos y representaciones del número en contextos continuos. A diferencia de los naturales, el conteo y la cuantificación no son usos de los decimales que, si generalizan la medida discreta a cualquier tipo de medida, pero que no se utilizan para ordenar ni para etiquetar habitualmente.

En el caso de las fracciones:

- Representaciones: manipulación de modelos continuos donde se permitan identificar la densidad. Aunque las representaciones discretas se pueden hacer, es habitual el uso de las continuas, no solo lineales, sino también de área.
- Relaciones: ordenar fracciones (sabemos que hay dificultades añadidas a las de los naturales y decimales, relacionadas con la forma de representar la fracción) y determinación de equivalencia (que es una relación más compleja que la de igualdad de los naturales y decimales ya que hay fracciones con diferente expresión e interpretación que son equivalentes).
- Usos: Comprender lo que la representación de la fracción tiene implícito y que la fracción tiene varios usos dependiendo del contexto donde se use (cociente, razón, operador...)

Realizar un análisis detallado de las componentes en cada uno de los sistemas relacionales numéricos permite completar y detallar dichas componentes, de tal manera que sean más ricas al ser más explícitas. Permite ver las habilidades observables, las dificultades, obstáculos o rupturas y conexiones que son evidentes en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los diferentes sistemas relacionales numéricos y que describen la transición del sentido numérico de un sistema a otro. Estas dificultades o rupturas pueden ser tan evidentes que se obvian y, es ahí donde, a la fecha, no se ha articulado componentes con los sistemas numéricos y se continúa enseñando sin tener en cuenta los procesos por los que pasa el estudiante cuando muda de un sistema a otro. Esta conclusión coincide con los planteamientos de Herrera y Zapatera (2019) quienes consideran que el sistema educativo y muchos docentes no reconocen que “durante el aprendizaje de los números naturales en la Educación Primaria, el estudiante adquiere la concepción de número como cantidad de magnitud con soporte en

el mundo físico y concreto. Posteriormente, la generalización de esta concepción a otros campos numéricos supone un obstáculo epistemológico que dificulta su aprendizaje” (p. 197).

Conscientes de las diversas definiciones existentes de sentido numérico y sus caracterizaciones dadas como habilidades que debe tener un sujeto, consideramos que dichas habilidades, también llamadas componentes son poco descriptivas e incluso se pueden considerar incompletas, haciéndolas poco fiables y certeras para hablar de los entes que intervienen en el sentido numérico. Debido que al hacer referencia al sentido numérico y su transición entre sistemas numéricos en la primaria no solo hacemos referencia a un sistema numérico, sino a todos los sistemas que el sujeto encuentra a lo largo de esta etapa. Ello implica conocer cómo funciona cada sistema, detallarlo, ver sus características implícitas y hacerlas explícitas. Así, no podemos hablar de sentido numérico como un conjunto de habilidades de un solo sistema relacional, sino que debemos incluir en su descripción la capacidad de adaptación de estas habilidades para utilizar las propiedades de uno de ellos al interpretar, manipular y representar en otro. Es decir, es parte del sentido numérico la(s) habilidad(es) para trasladarse entre sistemas numéricos y conocer sus semejanzas y diferencias, que serán más extremas según avancemos en la edad escolar.

En síntesis, desde la aparición de la noción de sentido numérico la evolución de sus descripciones ha sido poca, el foco de investigación ha estado puesto en gran parte en determinar si el sujeto tiene o no sentido numérico (p.e Yang y Jan, 2019; Almeida y Bruno, 2014), pero, por otro lado, se han detallado los obstáculos de aprendizaje en cada sistema numérico (p. e. Herrera y Zapatera, 2019; González-Forte et al., 2022) y sin embargo, no encontramos en la literatura un vínculo entre estos dos factores, por tanto, consideramos importante entrar a combinar estos dos aspectos pues no son factores distintos o inconexos y hacen parte del todo que envuelve o entrelaza al sentido numérico y que permite desarrollarlo y describirlo progresivamente. En parte esta postura es acorde con Jordan et al. (2022) quienes plantean que el sentido numérico es una trenza que se va tejiendo con tres hilos (el número, las relaciones numéricas y el conocimiento de las operaciones numéricas) y se complementan entre sí durante el desarrollo de este, aunque estos parezcan estar aislados. Luego la relación que nosotros encontramos es que los sistemas numéricos también tejen esa red en cada componente. Articular las componentes del sentido numérico con los significados de los sistemas relacionales numéricos favorece la comprensión de qué es y qué busca el sentido numérico, también podría contribuir a consensuar la definición del sentido numérico, más allá de sus diferentes posturas. También el listado de habilidades facilita las planeaciones de los docentes y el desarrollo del sentido numérico en el aula.

Referencias

- Almeida, R. y Bruno, A. (2014). Respuestas de estudiantes de secundaria a tareas de sentido numérico. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 127–136). SEIEM.
- Centeno, J. (1998). *Números decimales ¿por qué? ¿para qué?* Síntesis.
- García, M. T. y Adamuz, N. (2019). *Del número al sentido numérico y de las cuentas al cálculo táctico: Fundamentos, recursos y actividades para iniciar el aprendizaje*. Octaedro.
- Ghazali, M., Mohamed, R. y Mustafa, Z. (2021). A systematic review on the definition of children’s number sense in the primary school years. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 17(6). <https://doi.org/10.29333/ejmste/10871>
- González-Forte, J. M., Fernández, C., Van Hoof, J. y Van Dooren, W. (2022). Profiles in understanding the density of rational numbers among primary and secondary school students. *AIEM - Avances de investigación en educación matemática*, 22, 47–70. <https://doi.org/10.35763/aiem22.4034>
- Herrera, J. L. y Zapatera, A. (2019). El número como cantidad física y concreta, un obstáculo en el aprendizaje de los números enteros. *PNA*, 13(4), 197–220. <https://doi.org/10.30827/pna.v13i4.8226>

- Jiménez-Rubiano, L. D., Piñeiro J. L., y Ruiz-Hidalgo J. F (2024). Sentido numérico: relación de sus componentes desde el significado del número natural. *Revista de Educación de la Universidad de Granada*, 31, 19–34. <https://doi.org/10.30827/reugra.v31.30760>.
- Jordan, N. C., Devlin, B. L. y Botello, M. (2022). Core foundations of early mathematics: Refining the number sense framework. *Current Opinion in Behavioral Sciences*, 46, 101181. <https://doi.org/10.1016/j.cobeha.2022.101181>
- Krippendorff, K. y Wolfson, L. (1990). *Metodología de análisis de contenido: teoría y práctica*. Paidós Comunicación.
- Llinares, S. (2001). El sentido numérico y la representación de los números naturales. En E. Castro. (Ed.), *Didáctica de la matemática en la educación primaria* (pp. 151–175). Síntesis.
- Ministerio de Educación y Formación Profesional. (2022). Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. *Boletín Oficial del Estado*, 52, 24386-24502.
- McIntosh, A., Reys, B. J. y Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12(3), 2–8. <https://www.jstor.org/stable/pdf/40248053>
- NCTM. (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. SAEM THALES.
- Rico, L., Castro, E. y Romero, I. (2000). Sistemas de representación y aprendizaje de estructuras numéricas. En J. Beltrán, V. Fernández, L. Pérez, M. Prieto, D. Vence y R. González (Eds.), *Intervención psicopedagógica y currículum escolar* (pp. 153–182). Pirámide.
- Rico, L., Marín, A., Lupiáñez, J. y Gómez, P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. El caso de los números naturales. *Suma. Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, 58, 7–23.
- Rico, L. y Fernández-Cano. (2013). Análisis didáctico y metodología de la investigación. En Rico, L, Lupiáñez, J, Molina, M (Eds.), *Análisis didáctico en educación matemática* (pp. 1–22). Comares.
- Skemp, R. R. (1993). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas* (2a ed.). Morata.
- Yang, D. C. y Jan, H. J. (2019). The study of primary school teachers' performance on number sense. *International Journal of Information and Education Technology*, 9, 342–349. <https://doi.org/10.18178/ijiet.2019.9.5.1224>
- Whitacre, I., Henning, B. y Atabaş, Ş. (2020). Disentangling the research literature on number sense: Three constructs, one name. *Review of Educational Research*, 90(1), 95–134. <https://doi.org/10.3102/0034654319899706>