

CONOCIMIENTO MATEMÁTICO DEL FORMADOR DE MAESTROS PARA LA ENSEÑANZA DEL RAZONAMIENTO INFERENCIAL ESTADÍSTICO

Teacher educator's mathematical knowledge for the teaching of statistical inferential reasoning

Pascual, M.I.^a, Rifo, L.^b, Castilla, L.^c y Climent, N.^c

^aUniversidad de Sevilla, ^bUniversidade Estadual de Campinas (Brasil), ^cUniversidad de Huelva

Resumen

El razonamiento inferencial estadístico y la evaluación de la incertidumbre sobre distintos fenómenos se han revelado claves para la alfabetización matemática de los ciudadanos. Nuestra mirada se dirige a qué conocimiento matemático sobre razonamiento inferencial estadístico muestra un formador durante la implementación de una tarea formativa. A través de la videograbación de la clase y una entrevista, analizamos el conocimiento del formador sobre el tema obteniendo evidencias de su conocimiento de registros de representación de la información, el proceso de inferencia y cómo el registro y la calidad de la muestra inciden en el proceso de inferencia. El formador identifica, al realizar la tarea, tres modelos emergentes que relaciona con las formas de registro de la información, que pueden facilitar la comprensión del razonamiento inferencial.

Palabras clave: conocimiento matemático, estudio de caso, formador de profesorado de matemáticas, formación inicial de maestros, razonamiento estadístico informal.

Abstract

Inferential statistical reasoning and the evaluation of uncertainty regarding different phenomena have proven to be key elements in the mathematical literacy of citizens. We direct our gaze towards which mathematical knowledge of statistical inferential reasoning a teacher educator displays during the implementation of a training task. Through a videotape of the class and an interview, we obtain evidence of the teacher educator's knowledge of representation registers, the inference process, and how the register and the quality of the sample affect the inference process. The teacher educator identifies, while implementing the task, three emerging models related by him to the types of recording information, which can shed light on the understanding of inferential reasoning.

Keywords: informal statistical reasoning, initial teacher training, teacher educators' mathematical knowledge, case study.

INTRODUCCIÓN

El estudio de la estadística y la probabilidad forma parte de los currículos de Educación Primaria desde hace más de dos décadas. En particular, en relación con el razonamiento inferencial estadístico, la investigación ha mostrado que una perspectiva informal, en la que se aborden conceptos como centralidad y variación, muestras y muestreo (de Vetten et al., 2019), es accesible a los estudiantes de Primaria (Makar y Rubin, 2018).

La complejidad del razonamiento inferencial ha llevado a preguntarse por la formación de futuros profesores, profesores y formadores (de Vetten et al., 2019; Giaconi et al., 2022; Groth, 2017). En este trabajo nos centraremos en el conocimiento del formador de profesores. En particular, dadas las dificultades de los futuros maestros con el conocimiento probabilístico (Castilla et al., 2022) y el variado perfil de los formadores de maestros (Giadas et al., 2022) (lo que hace que su formación sobre

inferencia estadística sea diversa), nos preguntamos sobre su conocimiento matemático. La investigación ha mostrado el carácter integrado de este conocimiento matemático y su estrecha relación con su conocimiento didáctico del contenido (Escudero-Ávila et al., 2021). Si bien hay algunas investigaciones previas sobre conocimiento de formadores, no hemos encontrado ninguna específica acerca del conocimiento de formadores sobre inferencia estadística.

El objetivo de este estudio es describir el conocimiento matemático sobre razonamiento inferencial que muestra un formador en la implementación del experimento de Bayes.

MARCO CONCEPTUAL

La inferencia estadística permite modelizar como aprendemos de la experiencia. En este contexto, la probabilidad se presenta con dos sentidos: el grado de certidumbre respecto a la ocurrencia de un suceso (probabilidad del suceso) y el grado de seguridad en una afirmación sobre la probabilidad del suceso (Bayes, 1763). Aun conociendo la probabilidad de un suceso, cabe incertidumbre sobre su ocurrencia cuando realizamos un experimento, reflejada en las fluctuaciones esperadas entre los posibles resultados y sus frecuencias observadas. Con el segundo sentido, Bayes (1763) responde al problema inverso: sin conocerla a priori, qué afirmaciones podemos hacer sobre la probabilidad de un suceso a partir de una muestra obtenida al realizar un experimento, y con qué grado de certidumbre.

La enseñanza del razonamiento inferencial pasa por entender y operar los conceptos de modelo probabilístico, muestreo, fluctuaciones y representaciones de una muestra, e incertidumbre sobre una probabilidad desconocida (Batanero y Álvarez-Arroyo, 2024; de Vetten et al., 2019; Makar y Rubin, 2018). Böcherer-Linder et al. (2017) estudian como la visualización del modelo probabilístico puede ser un facilitador para entender el razonamiento bayesiano.

Hay algunos estudios sobre el conocimiento del contenido matemático de profesores o futuros profesores en relación con la inferencia (e.g. Vetten et al., 2019), así como su conocimiento didáctico del contenido (e.g. López-Martín et al., 2019). Sin embargo, hemos encontrado escasos estudios que aborden el conocimiento sobre inferencia del formador de profesores. Una excepción es el de Giaconi et al. (2022), quienes analizan la práctica de una formadora cuando enseña inferencia estadística. En este estudio, a pesar de no centrarse en su conocimiento, la formadora identificaba su necesidad de conocer en más profundidad algunos contenidos para poder usarlos mejor en la formación docente.

Diversas aproximaciones al estudio del conocimiento del formador parten de modelos de conocimiento del profesor (Castro-Superfine et al., 2020; Zaslavsky y Leikin, 2004). No obstante, el conocimiento del formador se caracteriza por su fundamentación epistemológica, su fluidez y las conexiones entre contenidos (Escudero-Ávila et al., 2021; Zopf, 2010).

En este trabajo nos centraremos en analizar el conocimiento matemático del formador en una sesión sobre razonamiento inferencial estadístico informal. Para abordar dicho conocimiento nos serviremos de la estructuración del modelo Mathematics Teachers' Specialised Knowledge (MTSK, Carrillo et al., 2018). Estudios anteriores han contribuido a validar el uso del modelo MTSK como detonante de un modelo de conocimiento del formador (Pascual, 2021; Pascual et al., 2019; Martignone et al., 2022). En particular, en relación con el conocimiento matemático, estos modelos se han servido de la categorización del MTSK para modelizar dicho conocimiento (Giadas et al., 2023). En el dominio del conocimiento matemático del modelo MTSK se diferencian tres subdominios: conocimiento de los temas matemáticos (KoT), conocimiento de la estructura de las matemáticas (KSM), o conocimiento de conexiones entre distintos temas matemáticos, y el conocimiento de la práctica matemática (KPM), o conocimiento sintáctico sobre cómo hacer matemáticas. Dado que en el análisis de esta sesión solo hemos encontrado evidencias de KoT, describimos las categorías de este subdominio. En el conocimiento de los temas (KoT) en el modelo MTSK se diferencia conocimiento sobre: definiciones, propiedades y sus fundamentos, referido al conocimiento sobre conceptos y fundamentación conceptual; registros de representación, como distintos modos de expresión de ideas

sobre un tema matemático; fenomenología y aplicaciones, o conocimiento sobre situaciones que permiten ser modelizadas con el tema y en las que puede aplicarse; y procedimientos propios del tema, tanto convencionales como alternativos, incluyendo cómo se hace, cuándo, por qué y cómo son los resultados del proceso. Situándonos en el conocimiento del formador, partimos de que estos conocimientos pueden presentarse de una forma compartida o no con el de un profesor de matemáticas y que será el análisis cualitativo, en términos de profundidad y alcance, el que nos permitirá caracterizar el conocimiento del formador del estudio.

MARCO METODOLÓGICO

Para dar respuesta al objetivo de investigación analizamos, bajo la perspectiva de un estudio de caso instrumental (Stake, 1995), el conocimiento de un formador de maestros cuando implementa una tarea formativa sobre razonamiento inferencial estadístico informal.

Esta tarea ha sido diseñada por los investigadores, para la formación inicial de maestros de Primaria, y pretende que los futuros profesores construyan conocimiento matemático: representación y análisis de una muestra, descripción del proceso de razonamiento o argumentación inferencial y grado de incertidumbre de dicha inferencia (de Vetten et al., 2019). Al mismo tiempo, persigue que amplíen su conocimiento sobre situaciones ligadas a la probabilidad, incluyendo situaciones de predicción.

La tarea se basa en el experimento ideado por Bayes: una persona, de espaldas a una mesa, lanza sobre ella una bola roja y debe, sin mirar la mesa, decir en qué lugar de la mesa cree que cayó. Para ello, lanza una cierta cantidad de bolas negras, obteniendo información sobre sus posiciones en la mesa con referencia a la primera bola (a su izquierda o a su derecha, arriba o abajo de ella). Con base a la información obtenida de la situación de las bolas negras respecto a la roja (muestra), la persona debe inferir en qué lugar de la mesa cayó la primera bola.

En la primera actividad de la tarea de nuestro estudio, los futuros maestros asumen roles de tirador y observador, y replican en grupos el experimento de Bayes, con pequeños sacos en lugar de bolas (Climent et al., 2023). Se han usado sacos, cuadrados de 3cm de lado llenos de arena, para que no se asocie el experimento con uno típico de urnas y bolas.

El tirador, de espaldas a una mesa, lanza un primer saco del que tiene que predecir su situación en ella. Posteriormente, sin mirar dónde cayó el primero, lanza otros cinco sacos y el observador le da la información de dónde han caído respecto del primero (arriba/abajo y derecha/izquierda). Finalmente, el lanzador tiene que realizar la predicción de la situación del primer saco a partir de la información recibida de la situación de los cinco siguientes. (Por ejemplo, si los cinco sacos han caído a la derecha del primero podría significar que este estaba muy a la izquierda de la mesa)

Una vez realizado el experimento, los grupos de futuros maestros deben reflexionar sobre su registro de la información durante el experimento, la calidad de sus predicciones, las matemáticas que han puesto en juego en la actividad y si han usado probabilidad. Además, deben discutir la posibilidad de aplicar esta actividad en Educación Primaria.

En la segunda actividad de la tarea, se proporciona a todos los grupos de futuros maestros unos resultados hipotéticos de la realización del experimento (Figura 1) y se les pide una predicción en base a ellos. A partir de esto, se pretende institucionalizar el contenido de la sesión.

Esta tarea fue implementada en un grupo de 65 estudiantes para maestro (EPM) en el transcurso de una materia que aborda enseñanza y aprendizaje de la estadística y la probabilidad, entre otros contenidos, pertenecientes al tercer curso del Grado en Educación Primaria

Figura 1. Actividad 2 de la tarea. “Consensuamos una predicción”

Supongamos que, al realizar los cinco lanzamientos para obtener información, los sacos quedaron dos veces a la izquierda/arriba respecto del primero, dos veces a la izquierda/abajo del primero y una, a la derecha/debajo de donde estaba el saco inicial, lo que podemos representar como en la tabla, a continuación. Discutid en pequeño grupo cuál sería vuestra predicción sobre la posición del saco inicial.

izquierda/arriba	izquierda/abajo	derecha/arriba	derecha/abajo
2	2	0	1

El formador (al que llamaremos José), cuyo conocimiento evidenciado en la implementación de la tarea hemos analizado (al que llamaremos José), tiene 8 años de experiencia en la formación inicial de maestros de Primaria y experiencia también en formación continua. José es graduado en Educación Primaria, tiene formación de máster y es doctor, ambas cosas en Didáctica de la Matemática. Formó parte, junto con los autores, de dos proyectos de innovación sobre enseñanza de la probabilidad subjetiva. Ha impartido esta materia durante 5 años, si bien este es el primer año que implementa esta tarea.

Previo a su implementación, el formador dispuso de una guía detallada de la actividad, elaborada por los investigadores, que reflejaba sus objetivos, algunas sugerencias para su implementación y las fichas para el alumnado. La implementación de la sesión fue video-grabada con una cámara en el fondo del aula, previo consentimiento de los futuros maestros. Además, tras un primer análisis de los datos, se realizó una entrevista semi-estructurada para aclarar y profundizar en algunas cuestiones. Junto con la transcripción de la observación de la implementación de la tarea y de la entrevista posterior, contamos con un diario libre que José completó tras su implementación de la tarea.

Utilizamos el análisis temático (Braun y Clarke, 2006) para identificar el conocimiento del formador sobre razonamiento inferencial estadístico. Se trata de un análisis de tipo inductivo, que genera las categorías de análisis a partir de los datos. El análisis se realiza en tres fases: 1) un primer análisis en el que partimos de las categorías de los subdominios KoT, KPM y KSM del modelo MTSK, con la sensibilidad teórica (Glaser, 1978) de nuestras lecturas sobre razonamiento inferencial y el conocimiento de profesores sobre éste; este análisis produce unidades de información donde hay evidencias de conocimiento matemático y términos que describen el conocimiento evidenciado en estas unidades (por ejemplo, “noción de probabilidad geométrica”, “modelo probabilístico”, o “modelo de urna”); 2) Revisamos los términos identificados y buscamos relaciones entre ellos, generando indicadores del conocimiento del profesor atendiendo a las categorías del MTSK (Tabla 1) (por ejemplo, los términos referidos en el paso 1 se aglutinan en el tercer indicador de la Tabla 1); 3) Analizamos de nuevo los datos con los indicadores de la Tabla 1, obteniendo cómo se observan estos indicadores en este formador, que da lugar a los resultados que presentaremos en la sección siguiente.

Tabla 1. Indicadores del conocimiento de los temas (KoT) sobre razonamiento inferencial estadístico

Categorías del KoT	Indicadores referidos a razonamiento inferencial estadístico
Definiciones, propiedades y sus fundamentos	Aportaciones de algunas características de la muestra, como la calidad de la información, al proceso de inferencia.
Registros de representación	Diferentes modos de registro de los resultados de la realización de un experimento y potencialidad para la inferencia.
Fenomenología y aplicaciones	Modelos probabilísticos relacionando la información desconocida (en el experimento, la posición del primer saco) y valores hipotéticos con posibles muestras (considerando fluctuaciones esperadas).
Procedimientos	Proceso de inferencia a partir de una muestra.

Todos los análisis fueron desarrollados de forma individual por cada autor en un primer momento y después consensuados por los cuatro, en un proceso de triangulación de expertos y de instrumentos (la grabación de la implementación, su diario y la entrevista).

RESULTADOS

Tras el análisis de las transcripciones, hemos encontrado evidencias de conocimiento del formador sobre la representación gráfica de la información recibida para la inferencia (indicador de la Tabla 1 relativo a la categoría *Registros de representación*). Durante la puesta en común de los resultados, el formador reflexiona sobre el uso por parte de los futuros profesores de una división de cuadrantes que emula el plano cartesiano, para traducir la información verbal que recibe el tirador y sobre cómo esa traducción le sirve para matematizar la información recibida (Unidad 1).

Formador: Este grupo ha utilizado, no solamente un registro escrito de la información, sino que ha hecho o ha dividido la mesa en cuadrantes. [...] Y teniendo en cuenta esto, voy registrando la información utilizando una representación, que me puede dar más o menos información sobre dónde está mi bola [saco inicial⁷], ¿vale? Parece que esta representación aporta, como dice María, algo más. Algo más de precisión a la hora de decir dónde está la bola [...] Con lo cual es una manera de registrar la información distinta a hacerla escrita. (Unidad 1)

En otro momento, el formador acepta la aportación de un estudiante para maestro de cómo registrar la muestra para mejorar su calidad (Unidad 2), mostrando conocimiento sobre registros y sus efectos en el proceso de inferencia.

Formador: Si ponéis una mesa cuadrículada, la calidad de la información es mucho mejor, porque tenéis mucha más precisión, tenéis más puntos de referencia que os pueden servir para determinar dónde está la bola [saco inicial]. (Unidad 2)

En la entrevista posterior, hemos podido corroborar que el conocimiento que tiene José sobre cómo afecta la representación de la información en la calidad de la predicción, se justifica y se conecta con el uso de distintos modelos probabilísticos. Su aportación en este momento se ha revelado útil en la fundamentación de los modelos probabilísticos que los EPM desarrollaban durante la sesión.

Se ha evidenciado conocimiento del formador sobre modelizaciones del experimento inferencial (indicador de la Tabla 1 relativo a la categoría *Fenomenología*). En la Unidad 3 el formador conduce la discusión para llegar a la noción de probabilidad geométrica, haciendo uso del ejemplo de un posible caso: “si la primera bola hubiera caído aquí, ¿qué se espera de la ubicación de los demás lanzamientos?”. Este tipo de razonamiento está en la base de la inferencia estadística: relacionar inicialmente estados posibles de una característica desconocida con resultados de un muestreo, para después, inversamente, con los resultados de un muestreo, hacer inferencias sobre el estado real de dicha característica. Esta unidad muestra, además, su conocimiento del proceso de inferencia (indicador de la Tabla 1 relativo a la categoría *Procedimientos*).

Formador: La mayoría han estado en ese cuadrante. ¿Por qué sucede eso? O sea, ¿por qué la mayoría de lanzamientos de bolas negras han estado en este cuadrante? (Unidad 3)

En su conjunto el formador identifica tres modelos: de área (Unidades 3 y 4), de proporción y de probabilidad (ambos en la Unidad 5). Este conocimiento evidencia cómo se puede usar la información para realizar la predicción. El formador relaciona estos modelos con distintos bloques de contenidos.

Formador: Si tu bola [saco inicial] ha caído aquí, en términos de área es más probable que caiga donde no ha caído esta. Entonces, seguramente, la información que te dé el observador esté más relacionada con “está a la derecha” y, si ahora subdividimos otra vez el espacio, podemos pensar que es más probable que caiga por este

7 Aunque el experimento se realiza con sacos, el formador durante la discusión hace alusión a bolas (una roja, la inicial, y negras, las cinco restantes)

lado y en tu caso ha sucedido eso [...] que en la esquina superior derecha han estado la mayoría de las bolas negras [sacos posteriores]. (Unidad 4)

Formador: Ese, digamos, razonamiento se basa quizá en el conteo que se hace de las tiradas y en cómo la frecuencia de abajo-arriba, etcétera, sitúa mi primera bola [saco], ¿vale?, que es con respecto a la que tengo que dar la información, porque, por ejemplo, si... Si hay un momento donde yo digo... que aquí hay cero, a la izquierda y a la derecha hay 5, ¿dónde situaríais la bola [saco]?

EPM: A la izquierda.

Formador: A la izquierda, ¿no?, o sea, porque todas las bolas negras [cinco sacos posteriores] han caído por aquí, con lo cual, parece que lo más probable es que la roja [saco inicial] esté por aquí, ¿vale? [...] La tabla te lo dice. Pero la interpretación que uno tiene que hacer de la información, puede ir por ahí, ¿vale? Y fijaos que estamos haciendo dos interpretaciones diferentes [...] y ahí es donde viene quizás la tercera aproximación que tendrá una aproximación de probabilidad. Y es que yo haga una especie de urna ficticia, ¿vale? donde vaya metiendo bolas. Bolas en función a qué es lo más probable que salga. (Unidad 5)

En la Unidad 5 observamos asimismo como el formador propone un caso extremo (que no haya ningún saco a la izquierda) con una intención didáctica, eliminando los distractores que equilibran las probabilidades en la predicción, de forma que los EPM puedan ganar seguridad en la predicción. El formador realiza la inferencia suponiendo esta muestra, lo que evidencia conocimiento en relación con dicho proceso (indicador de la Tabla 1 relativo a la categoría *Procedimientos*).

José introduce cuestiones relacionadas con el análisis de la calidad de la información recibida y su influencia en el proceso de inferencia:

Formador: Entonces. ¿Cómo os ha dado la información el observador? ¿Habéis sentido que la calidad de la información ha sido buena? ¿Ha sido mala? [*La estudiante para maestro alude a que le aportaban información en palmos*]. Exactamente, esa información también está en lo que te está diciendo el observador, o sea, no solamente que la bola negra [sacos posteriores] con respecto a la roja [saco inicial] está a un palmo, sino que mínimo, con respecto al límite de la mesa, también está a un palmo. A eso me refiero con la calidad de la información total del observador, porque eso también puede ser útil. (Unidad 6)

De este modo, José introduce la reflexión sobre la valoración del muestreo en el razonamiento inferencial. El formador, plantea cómo la muestra aporta una información diferente a “izquierda o derecha” y cómo el peso de las informaciones recibidas puede ser diferente en el procedimiento de inferencia. Esta evidencia de conocimiento se refuerza con otras intervenciones (Unidad 7):

Formador: Y ¿todos los lanzamientos os han aportado la misma información o ha habido lanzamientos que no os han aportado nada? (Unidad 7)

Esta pregunta del formador obliga a los EPM a ser críticos con la información recogida y su utilidad, mostrando conocer que el peso de las informaciones disponibles puede ser diferente. Hemos asociado este conocimiento al indicador relativo a la categoría *Definiciones, propiedades y sus fundamentos*, en su intento de fundamentar el proceso de matematización de los resultados en la inferencia.

CONCLUSIONES

De los resultados obtenidos, podemos extraer conclusiones sobre el conocimiento del formador referido a su conocimiento del tema (KoT), en relación con los indicadores descritos en la Tabla 1.

Su conocimiento de registros de representación, permite al formador comparar y validar las representaciones que usan los EPM y condiciona el punto de partida para matematizar la inferencia. En lo relativo al conocimiento del formador sobre modelos probabilísticos (Batanero y Álvarez-Arroyo, 2024), hemos encontrado que, a pesar de las tensiones referidas en Giaconi *et al.* (2022), el formador relaciona cada modelo y su repercusión en la comprensión del razonamiento inferencial, lo que supone conocimiento matemático útil en sesiones en las que se construye dicho razonamiento. Finalmente, destacamos el proceso de evaluación de la información que aporta la muestra, como parte del conocimiento necesario para la construcción de la inferencia (de Vetten *et al.*, 2019) presente en

la sesión. De este modo, el formador muestra en sus intervenciones conocimiento sobre algunos elementos clave para la enseñanza del razonamiento inferencial (Batanero y Álvarez-Arroyo, 2024; de Vetten et al., 2019; Makar y Rubin, 2018). En particular, destacamos su conocimiento de diferentes modelos probabilísticos que permiten interpretar el experimento, lo que puede ser la base para facilitar la comprensión del razonamiento bayesiano (Böcherer-Linder et al., 2017). En particular, el modelo de área destaca la visualización de la información como ayuda en el razonamiento inferencial (Böcherer-Linder et al., 2017), el de urnas puede permitir relacionar este experimento con otros más conocidos por los estudiantes para profesor relacionados con probabilidad (Castilla et al., 2022). Cabe plantearse si cómo conecta el formador estos modelos puede ser un elemento diferenciador del conocimiento del formador, como apuntan estudios previos (e.g. Zopf, 2010).

De esta síntesis se desprende la utilidad del modelo MTSK y su adaptación para estructurar el conocimiento del formador de maestros, como herramienta de análisis. En este caso nos hemos fijado en elementos de su conocimiento del tema. La restricción de evidencias de conocimiento matemático del formador a este subdominio podría explicarse por la complejidad epistemológica de este contenido y la escasa atención que recibe en la formación de maestros. Esta es una cuestión sobre la que sería interesante seguir indagando en otros formadores, con igual y diferente perfil. También sería de interés estudiar en qué sentido, como se señala en otras investigaciones (Escudero-Ávila et al., 2021; Zopf, 2010), el conocimiento matemático que evidencia el formador puede diferenciarse del de un profesor implementando esta actividad adaptada al nivel correspondiente.

Los elementos de conocimiento del formador evidenciados podrían ser el punto de partida de la reflexión para propuestas de desarrollo profesional de formadores, en complementariedad con Giaconì et al. (2022), en la enseñanza del razonamiento inferencial estadístico.

El estudio del conocimiento matemático del formador, como agente de cambio en la educación matemática, requiere reflexión y profundización y debe complementarse con el análisis de su conocimiento didáctico del contenido para comprender el proceso de formación de maestros.

Agradecimientos

Esta publicación es parte de los proyectos I+D+i PID2021-122180OB-I00, financiado por MICIU/AEI/10.13039/501100011033 y ProyExcel_00297 de la Junta de Andalucía, y ha sido apoyada por el grupo DESYM y el centro COIDESO, de la Universidad de Huelva. Laura Rifo agradece el apoyo del Programa CAPES/PrInt, Proyecto nº 88881.311131/2018-00.

Referencias

- Batanero, C. y Álvarez-Arroyo, R. (2024) Teaching and learning of probability. *ZDM – Mathematics Education*, 56, 5–17. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01511-5>
- Bayes, T. (1763). LII. An essay towards solving a problem in the doctrine of chances. By the late Rev. Mr. Bayes, FRS communicated by Mr. Price, in a letter to John Canton, AMFRS. *Philosophical transactions of the Royal Society of London*, 53, 370–418.
- Böcherer-Linder, K., Eischler, A. y Vogel, M. (2017). The impact of visualization on flexible Bayesian reasoning. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 11, 25–46. <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i11.169>
- Braun, V. y Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3(2), 77–101. <https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa>
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., ... Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model*. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236–253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>

- Castilla, L., Climent, N., Hubeňáková, V., Rifo, L. y Semanišinová, I. (2022). Preservice teachers' knowledge for teaching uncertainty: cases from Slovakia and Spain. En J. Hodgen, E. Geraniou, G. Bolondi y F. Ferretti (Eds.), (2022). *Proceedings of the 12th CERME* (pp. 3511–3518). Free University of Bozen-Bolzano and ERME.
- Castro-Superfine, A., Prasad, P., Welder, R., Olanoff, D. y Eubanks-Turner, C. (2020). Exploring Mathematical Knowledge for Teaching Teachers: Supporting Prospective Elementary Teachers' Relearning of Mathematics. *The Mathematics Enthusiast*, 17, 367–402.
- Climent, N., Rifo, L., Castilla Mora, L. y Pascual, M. I. (2023). Construcción de razonamiento probabilístico a través de la predicción. *Uno: revista de didáctica de las matemáticas*, 100, 37–45.
- de Vetten, A., Schoonenboom, J., Keijzer, R. y van Oers, B. (2019). Pre-service primary school teachers' knowledge of informal statistical inference. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 22, 639–661. <https://doi.org/10.1007/s10857-018-9403-9>
- Escudero-Ávila, D., Montes, M. y Contreras, L.C. (2021) What do Mathematics Teacher Educators need to know? Reflections emerging from the content of mathematics teacher education. En M. Goos y K. Beswick (Eds.), *The learning and development of mathematics teacher educators* (pp. 23–40). Springer.
- Giaconi, V., Montenegro, H., Rojas, F., Catalán, M. y Guíñez, F. (2022). Tensiones al enseñar inferencia estadística en la formación inicial docente. *Enseñanza de las Ciencias*, 40(3), 71–86. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.5595>
- Giadas, P., Muñiz-Rodríguez, L. y Rodríguez-Muñiz, L. J. (2023). ¿Qué características debe tener un formador de profesorado de matemáticas? La perspectiva de maestros de educación primaria. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo y P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 275–282). SEIEM
- Glaser, B. G. (1978). *Theoretical Sensitivity: Advances in the methodology of grounded theory*. Sociology Press.
- Groth, R.E. (2017). Developing statistical knowledge for teaching during design-based research. *Statistics Education Research Journal*, 16(2), 376–396.
- López-Martín, M. M., Batanero, C. y Gea, M. M. (2019). ¿Conocen los futuros profesores los errores de sus estudiantes en la inferencia estadística? *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 33, 672–693. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a11>
- Makar, K. y Rubin, A. (2018). Learning about statistical inference. In D. Ben-Zvi, K. Makar y J. Garfield (Eds.), *International handbook of research in statistics education* (pp. 261–294). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-66195-7_8
- Martignone, F., Ferretti, F. y Rodríguez-Muñiz, L. J. (2022). What aspects can characterize the specialized knowledge of a mathematics teacher educator? *Educación Matemática*, 34(3), 301–328. <https://doi.org/10.24844/EM3403.11>
- Pascual, M. I. (2021). *El conocimiento del formador de maestros en la etapa de formación inicial, en relación con la enseñanza de la Didáctica de las Matemáticas. Un estudio de caso* (Tesis de doctorado). Universidad de Huelva. <https://rabida.uhu.es/dspace/handle/10272/20208>
- Pascual, M. I., Montes, M. y Contreras, L. C. (2019). Un acercamiento al conocimiento del formador de profesores de matemáticas. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 473–482). SEIEM.
- Stake, R. (1995). *The art of case study research*. Sage Publications.
- Zaslavsky, O. y Leikin, R. (2004). Professional development of mathematics teacher educators: growth through practice. *Journal of Mathematics Teacher Education* 7, 5–32.
- Zopf, D. A. (2010). *Mathematical knowledge for teaching teachers: The mathematical work of and knowledge entailed by teacher education* (Tesis de doctorado no publicada). University of Michigan.