VARIACIÓN DE PROBLEMAS DE PROBABILIDAD PARA PROMOVER APRENDIZAJE. UNA EXPERIENCIA CON DOCENTES EN FORMACIÓN INICIAL[13]

Probability problem variation to promote learning. An experience with teachers in initial training

Tizón-Escamilla, N.[a], Burgos, M.[a] y Chaverri, J.[b]

[a]Universidad de Granada, [b]Universidad de Costa Rica

Resumen

Para favorecer el aprendizaje de las matemáticas, el profesorado debe ser capaz de analizar, interpretar y evaluar la actividad matemática de los estudiantes, tomando decisiones sobre la comprensión y dificultades que estos muestran al resolver tareas matemáticas. El objetivo de este trabajo es describir cómo un grupo de docentes de educación primaria en formación inicial varían un problema que involucra razonamiento proporcional y probabilístico para atender a las dificultades encontradas por estudiantes en su resolución durante un episodio ficticio de clase. Los resultados muestran carencias en el conocimiento especializado del razonamiento proporcional, así como de la competencia de análisis e intervención didáctica, que impiden a los docentes en formación inicial modificar el problema para responder a dicho requerimiento didáctico-matemático. Se concluye la necesidad de incorporar esta competencia en los programas de formación de docentes.

Palabras clave: *creación de problemas, formación del profesorado, probabilidad, razonamiento proporcional.*

Abstract

To favour the learning of mathematics, the teacher must be able to analyse, interpret and evaluate the mathematical activity of the students, making decisions about the understanding and difficulties they show when solving mathematical tasks. The aim of this study is to describe how a group of pre-service teachers modify a problem involving proportional and probabilistic reasoning to address the difficulties encountered by students in its resolution during a fictitious classroom episode. The results show deficiencies in the specialised knowledge of proportional reasoning and in the competence of didactic analysis and intervention, which prevent teachers in initial training from modifying the problem in order to respond to this didactic-mathematical requirement. It is concluded that there is a need to incorporate this competence in teacher training programmes.

Keywords: *problem creation, teacher training, probability, proportional reasoning*.

INTRODUCCIÓN

La relación entre el grado de conocimiento del profesorado de matemáticas y el logro de aprendizaje de sus estudiantes justifica el interés por determinar el tipo de conocimiento didáctico-matemático que deben tener los docentes en formación inicial. Se acepta que el profesorado debe tener un conocimiento especializado del propio contenido, de las transformaciones que se deben aplicar al mismo en los procesos de enseñanza y aprendizaje y de los factores de tipo psicológico, sociológico y pedagógico, entre otros, que condicionan dichos procesos (Godino et al., 2016). Los docentes deben ser competentes para reconocer el potencial y la dificultad de las tareas que proponen, interpretar la

13 Este trabajo se desarrolla en el marco del Proyecto PID2022-139748NB-100 financiado por MICIU/AEI/10.13039/501100011033/ y por FEDER, UE, con apoyo del Grupo FQM-126 (Junta de Andalucía).

Tizón-Escamilla, N., Burgos, M. y Chaverri, J. (2024). Variación de problemas de probabilidad para promover aprendizaje. Una experiencia con docentes en formación inicial. En N. Adamuz-Povedano, E. Fernández-Ahumada, N. Climent y C. Jiménez-Gestal (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVII* (pp. 521-528). SEIEM.

comprensión de los estudiantes sobre un contenido concreto al resolverlas, y tomar decisiones de acción para responder a sus errores. También deben identificar las oportunidades de situaciones que ocurren en la práctica para promover el razonamiento matemático de los estudiantes (Ivars et al., 2016).

Desde la investigación en educación matemática, se hace necesario diseñar e implementar experiencias formativas que promuevan el desarrollo de conocimientos y competencias didáctico-matemáticas (Godino et al., 2016), dado que un conocimiento del contenido, aunque necesario, no es suficiente para garantizar que el docente pueda reconocer y responder adecuadamente al pensamiento matemático de los estudiantes, adaptando la enseñanza a sus necesidades. De manera específica diversos investigadores han señalado la importancia de incorporar la creación de problemas en los programas de formación del profesorado. Se la considera una forma adecuada de introducir a los docentes en formación inicial en la enseñanza de las matemáticas (Leavy y Hourigan, 2020) que les permite profundizar en el contenido matemático y ser conscientes de sus posibles deficiencias (Tichá y Hošpesová, 2013), mejorando el análisis global de la actividad matemática (Malaspina et al., 2015).

En este trabajo describimos los resultados de una intervención formativa con docentes de educación primaria en formación inicial, centrada en la creación de problemas con una finalidad didáctico-matemática. Se persigue, por un lado, que los docentes en formación inicial identifiquen la ausencia de razonamiento proporcional en respuestas erróneas de los estudiantes al comparar probabilidades (Begolli et al., 2021) y decidan cómo actuar sobre el problema propuesto para ayudarles a comprender el error y avanzar en el aprendizaje. Planteamos las siguientes preguntas de investigación:

- ¿Cómo interpretan los docentes en formación inicial las respuestas de estudiantes a una tarea de comparación de probabilidades en un episodio de clase hipotético?
- ¿Qué tipo de problemas crean como variación del propuesto por el docente para facilitar la comprensión y la solución del problema del episodio por parte de los estudiantes?

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

En este trabajo nos basamos en el modelo de conocimientos y competencias didáctico-matemáticas del profesor (Godino et al., 2016), la propuesta de creación de problemas de Malaspina et al. (2015) y la categorización de problemas creados de Grundmeier (2015).

Modelo de conocimiento y competencias del profesor de matemáticas

Desde el modelo de conocimientos y competencias didáctico-matemáticas (CCDM) (Godino et al., 2016) se asume que el docente debe disponer de un *conocimiento matemático per se*, que le permita resolver las situaciones-problemas propias del nivel educativo en el que imparte sus clases, y articularlo con los niveles superiores. Pero, a medida que aparezca involucrado algún contenido matemático el docente debe disponer de un *conocimiento didáctico-matemático* de las distintas facetas que afectan el proceso educativo: *epistémica* (sobre el propio contenido, los significados y objetos matemáticos que serán objeto de enseñanza), *cognitiva* (cómo los estudiantes aprenden, razonan las matemáticas y de qué manera progresan en su aprendizaje), *afectiva* (conocimientos referente a las actitudes de los estudiantes y sus creencias sobre los objetos matemáticos y su estudio), *mediacional* (conocimiento de los recursos materiales, tecnológicos, temporales), *interaccional* (cómo deben organizarse las tareas y las interacciones en el aula para progresar en el aprendizaje y resolver los conflictos), *ecológica* (conocimiento de las conexiones del contenido matemático con otras disciplinas y cómo la instrucción matemática se ve afectada por factores curriculares, etc.).

Además de disponer de estos conocimientos, el modelo CCDM propone que el docente debe ser competente para describir, explicar y juzgar lo que ha sucedido en el proceso de estudio y hacer propuestas de mejora. Esta competencia para el análisis y la intervención didáctica contempla, entre otras: a) la identificación de las situaciones-problemas y las prácticas implicadas en su resolución, b) el reconocimiento de la configuración de objetos y procesos emergentes de las prácticas

matemáticas, c) modificarlas atendiendo a ciertas finalidades didácticas y los conocimientos y dificultades que encuentren o puedan encontrar los estudiantes (Godino et al., 2016).

Creación de problemas

De acuerdo con Malaspina et al. (2015), la creación de problemas es un proceso mediante el cual se obtiene un nuevo problema, que queda determinado por cuatro elementos fundamentales: la *información*, es decir, los datos cuantitativos o relacionales que se dan en el problema; el *requerimiento,* esto es, lo que se pide que se encuentre, examine o concluya, cuantitativo o cualitativo, gráficos o demostraciones; el *contexto*, que puede ser intra matemático o extra matemático en el que se sitúa la actividad matemática; el *entorno matemático* o marco matemático global en el que se ubican los conceptos, procedimientos o propiedades matemáticas que intervienen o pueden intervenir para resolver el problema, en nuestro caso la proporcionalidad.

La creación de nuevos problemas puede darse a través de la variación de un problema dado o por elaboración (Malaspina et al., 2015). En la *variación de un problema* se construye un nuevo problema modificando uno o más de los cuatro elementos del problema inicial o base. La *elaboración de un problema* es un proceso en el que se construye un nuevo problema de forma libre, a partir de una situación (dada o configurada *a priori*, por ejemplo, un texto, una imagen, un gráfico), o bien, por un requerimiento específico, que puede tener énfasis matemático o didáctico. En la *elaboración de un problema a partir de una situación*, el contexto se origina en la situación, la información se obtiene por selección o modificación de la que se percibe en dicha situación y el requerimiento es una consecuencia de las relaciones entre los elementos de la información implícita en el enunciado. En la *elaboración a partir de un requerimiento específico,* matemático o didáctico, el contexto o la información debe establecerse para responder de manera adecuada a dicho requerimiento.

Grundmeier (2015) clasificó los productos de una tarea de creación de problemas atendiendo a su plausibilidad, suficiencia de información y complejidad. Un problema es implausible si contiene una suposición inválida y, por lo tanto, no es resoluble, aunque se incluyera más información. Si el problema es plausible será necesario determinar si es o no resoluble con la información dada.

MÉTODO

El estudio sigue un enfoque descriptivo-cualitativo, pues describe e interpreta el conocimiento didáctico-matemático de docentes de educación primaria en formación inicial (DFI en adelante) y sus dificultades para crear problemas. Se emplea el análisis de contenido (Cohen et al., 2018) para examinar los protocolos de respuesta de los DFI que participaron. La experiencia formativa se implementó con 62 estudiantes de tercer curso del Grado de Educación Primaria. Durante sus estudios previos de grado, los DFI han recibido una formación específica en aspectos epistémicos (conocimientos matemáticos), cognitivos (aprendizajes, errores y dificultades), instruccionales (tareas, actividades, materiales y recursos) y curriculares de la enseñanza de las matemáticas.

La intervención formativa se desarrolló durante 5 sesiones de dos horas de duración cada una. Estas son de dos tipos: a) teórico-prácticas (de gran grupo) en las que se presentan los contenidos teóricos y se ejemplifican con momentos de trabajo guiado en pequeños grupos y discusión colectiva; b) prácticas (en grupos pequeños de 4 o 5 estudiantes) en los que los DFI trabajan sobre las consignas facilitadas por la profesora como continuidad al trabajo teórico-práctico previo. En este trabajo analizamos parte de los resultados de los informes elaborado por los 12 equipos de estudiantes, con relación a la tarea que se describe a continuación[14]:

El docente propone el siguiente problema a sus estudiantes de 6º de educación primaria:

14 Según la regulación actual sobre principios éticos de la Universidad de Granada, y tras consultar con el Vicerrectorado de Investigación y Transferencia de dicha institución, no fue necesario solicitar evaluación por parte del comité ético

> **Problema.** Disponemos de dos cajas, la caja A y la caja B, que contienen ambas bolas blancas y bolas negras. En la caja A por cada bola blanca hay tres bolas negras. En la caja B hay 20 bolas (entre negras y blancas). ¿Cuántas bolas hay de cada color en la caja B si es igual de probable sacar una bola blanca que en la caja A? Explica tu respuesta

Mientras los estudiantes tratan de resolver el problema en clase, algunos comentan:

> Luis: Maestro…no lo puedo resolver porque no sé cuántas bolas hay en la caja A.

A continuación, María intenta dar la solución al problema.

> María: Yo creo que, si pensamos que hay cuatro, porque te dice que en la A una es blanca y tres son negras, pues, como tienes dos negras más, entonces, para que sea igual de probable tiene que haber la misma diferencia, ¿serían entonces 18 blancas y 20 negras… no maestro?

Pero Pedro no está de acuerdo y rápidamente indica:

> Pedro: ¡Ya sé! ¡Es que no estáis usando la probabilidad! ¿Maestro puedo salir a la pizarra? ¡Ya lo he resuelto!

El docente anima a Pedro a salir y a explicar con detalle lo que ha pensado y a sus compañeros a prestar atención a su solución. Escribe en la pizarra:

> En la caja A hay una probabilidad de sacar una bola blanca es de ¼, ya que hay una blanca por cada 3 negras (1+3=4). Si en la caja B hay 20 bolas entre blancas y negras, y hay la misma probabilidad que en la caja A de sacar una bola blanca, en la caja A habría 6 blancas y 14 negras: $\frac{1}{4}+\frac{1}{20}=\frac{1+5}{20}=\frac{6}{20}$

¿Cómo interpretas las respuestas de los estudiantes? ¿Qué dificultades se han encontrado?

Crea por variación del propuesto por el docente, un problema que contribuya a facilitar la comprensión y la solución del problema del episodio por parte de los estudiantes. Indica en cada caso los elementos que has variado en el enunciado y de qué manera permite a cada alumno superar su dificultad.

Para el análisis de los problemas creados se establecieron categorías de pertinencia. Un problema se considera *significativo* si, en términos de Grundmeier (2015), es plausible y puede resolverse con la información dada. En otro caso, se considera *no significativo*. Un problema significativo se considera *pertinente* (P) si facilita la comprensión del problema original ayudando a los estudiantes a superar sus dificultades, y *no pertinente* (NP) en caso contrario.

RESULTADOS

Interpretación de las respuestas e identificación de dificultades

Todos los grupos de trabajo señalaron que ninguna de las respuestas de los estudiantes de primaria fue correcta. Diez grupos indicaron dificultades individualizadas para cada uno de los estudiantes, mientras que dos de los grupos describieron dificultades de forma global. En la Tabla 1 se presentan las categorías de dificultades encontradas para cada estudiante por los diez grupos de DFI.

Tabla 1. Categorías de dificultades identificadas para cada estudiante y su frecuencia (n=10)

Estudiante	Categoría de dificultades	Fr.
Luis	Conexión entre probabilidad y proporcionalidad (CPP)	4
	Comprensión de la proporcionalidad (PP)	3
	Comprensión de la probabilidad (PB)	1
	Indica errores sin atender a sus causas (E)	2
María	Uso de una estrategia aditiva (EA)	4
	Comprensión de la proporcionalidad (PP)	3
	Indica errores sin atender a sus causas (E)	1
	No concluyentes o carentes de sentido (NC)	2
Pedro	Error en la cuantificación de la probabilidad (CPB)	4
	Error en la identificación de los datos o en el cálculo (IC)	3

	No concluyentes o carentes de sentido (NC)	3

Para la solución propuesta por Luis, los DFI señalaron con mayor frecuencia dificultades relacionadas con la conexión entre probabilidad y proporcionalidad, sin explicitar la relación de proporcionalidad o la articulación entre la probabilidad de obtener una bola blanca con la razón bolas blancas a negras ("no establece una correcta relación entre la probabilidad de sacar una bola que se le ofrece (1/4) que seguramente aplicando la proporcionalidad le repercutirá a alcanzar el dato deseado", G03). Otros grupos identificaron dificultades asociadas a la proporcionalidad ("la dificultad que hemos encontrado en Luis es que no sabe establecer la relación de proporcionalidad", G01), o a la probabilidad ("no tiene adquirido los contenidos referentes a la probabilidad", G06), no señalando la conexión entre ambas. Dos grupos indicaron errores cometidos sin atender a sus posibles causas.

Tras analizar la solución de María, la dificultad señalada con más frecuencia se asocia a la aplicación de una estrategia aditiva en lugar de establecer una relación de proporcionalidad ("María ha establecido una relación aditiva en lugar de una relación de proporcionalidad, pues considera que como hay dos negras más, quitándole dos a las 20 negras totales obtendrá 18 blancas", G07). En otros casos se destaca como dificultad no hacer uso de la relación de proporcionalidad, sin referencia explícita a una estrategia aditiva ("no está aplicando la proporcionalidad, sino que ha calculado la diferencia entre las bolas blancas y las negras", G05). En ninguno de estos casos se relaciona con la probabilidad. Por último, un grupo describe el error cometido sin indicar ninguna posible causa mientras que otros dos plantean dificultades fundamentadas en conceptos matemáticos erróneos o en resoluciones incorrectas del problema.

En la resolución de Pedro, todos los grupos describieron los errores cometidos en el proceso de resolución, pero no indicaron explícitamente las posibles dificultades asociadas a los razonamientos proporcional o probabilístico exhibidas por el estudiante. Entre los errores señalados se encuentran la inadecuada cuantificación del valor de la probabilidad de extraer un abola blanca de la caja B ("lo que ha hecho es sumar la probabilidad de que salga una bola blanca de la caja A, con sacar una bola de cualquier color de la caja B", G05) o la incorrecta identificación de los datos del enunciado y realización de cálculos ("se equivoca al poner los datos y operar con ellos", G08). Finalmente, tres grupos presentaron una descripción de los errores no concluyente o carente de sentido.

De los dos grupos que señalaron dificultades sin diferenciar en qué estudiante las reconocían, uno precisó la no identificación de la relación de proporcionalidad, el uso indebido de estrategias aditivas o el desconocimiento relacionado con la probabilidad. El otro grupo no hizo referencia a elementos matemáticos propios de la proporcionalidad o la probabilidad, indicando de forma general que las limitaciones de todos los estudiantes se relacionaban con no ser capaces de relacionar ambas cajas o con la interpretación del enunciado.

Creación de problemas para facilitar la compresión y solución del problema original

Todos los grupos crearon un problema, a excepción del grupo G12 que propuso dos, por lo que se analizaron un total de 13 problemas. Cuatro problemas resultaron no significativos. En la Tabla 2 se muestran las categorías de problemas significativos encontradas según el tipo de modificación realizado y su frecuencia, secuenciadas con las dificultades previamente identificadas.

Tabla 2. Categorías de problemas creados según el tipo de modificación realizada y su frecuencia (n=9)

Cat.	Tipo de modificación	Dificultades			Fr.
		Luis	María	Pedro	
P	Proporciona el total de bolas en la caja B	CPP	PP	CPB	1
	Añade una tabla o imagen como dato	PP	EA	CPB, NC	2
NP	Cambia a problema de reparto equitativo	E	PP	CPB	1
	Cambia a problema de cálculo explícito de la probabilidad	Globales			2
	Proporciona el total de bolas en A	CPP	EA	CPB	1

	Modifica la redacción del enunciado	CPP	EA	CPB	1
	Cambia a problema de reparto proporcional sin probabilidad	E	NC	IC	1

En dos de los problemas pertinentes se modificaron tanto la información como el requerimiento del problema. En el primero de ellos, se proporciona el número de bolas blancas que hay en la caja B, en lugar del total de bolas, y se pide determinar el número de bolas negras que hay en B (Figura 1). Los DFI justificaron cómo su problema atendía a las dificultades de Luis y María, a partir de la relación de proporcionalidad entre bolas blancas de ambas cajas (Figura 1). Sin embargo, no hicieron referencia al papel que juega la probabilidad y la razón de bolas blancas a bolas negras. La justificación asociada a Pedro resulta no concluyente.

Figura 1. Problema y justificación propuestos por G09. Modifica información y requerimiento

Disponemos de dos cajas, la caja A y la caja B, que contienen ambas bolas blancas y bolas negras. En la caja A por cada bola blanca hay tres bolas negras. En la caja B hay 6 bolas blancas. Teniendo en cuenta que es igual de probable sacar una bola blanca en la caja A y B ¿Cuántas bolas negras hay en la caja B?

Justificación

Con esta variación permite superar las dificultades al alumnado. Por un lado Luis y María (que tienen dificultad en la asimilación y en la aplicación de la probabilidad en relación a la proporcionalidad de los casos favorables y los casos posibles) ahora, al decir cuántas bolas blancas hay en la caja B, se puede observar la proporcionalidad 1 bola blanca caja A — 6 bolas blancas caja B y por tanto se les facilita el entendimiento de dicha relación. Pedro no tiene dificultad en la asimilación de proporcionalidad pero se ha equivocado en el cálculo, al sumar ambas probabilidades, pero al decir ahora cuántas bolas blancas hay en la caja B no se encontrará con esta dificultad.

El segundo de los problemas añade como información una tabla para recoger distintos valores del número de bolas blancas, negras y totales, así como de la relación de proporcionalidad, e introduce como requerimiento completar dicha tabla (Figura 2). Los DFI argumentaron que completar esta tabla orientaría al alumnado y les ayudaría a tomar consciencia de que la razón de bolas blancas a bolas negras debe mantenerse constante para que la probabilidad de extracción en ambas cajas sea la misma.

Figura 2. Problema y justificación propuestos por G04. Modifica la información y el requerimiento

Disponemos de dos cajas, la caja A y la caja B, que contienen ambas bolas blancas y bolas negras. En la caja A por cada bola blanca hay tres bolas negras. En la caja B hay 20 bolas (entre negras y blancas). ¿Cuántas bolas hay de cada color en la caja B si hay la misma probabilidad de sacar una bola blanca que en la caja A? Completa poco a poco la tabla, comprendiendo lo que haces y explica tu respuesta.

CAJA A

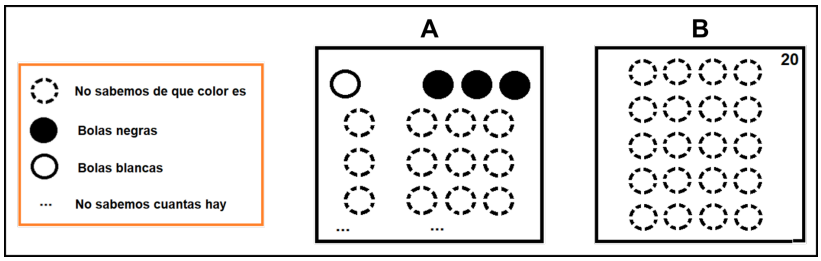
Bolas blancas	1	2	3	4	5
Bolas negras					
Total bolas (Blancas+Negras)					
Relación de proporcionalidad					

Justificación

Para poder facilitar la comprensión del problema y acabar con las dificultades que tienen estos niños, que en el caso de Luis y María es que no son capaces de sacar la razón de probabilidad y la de Pedro, que, si calcula la razón de probabilidad, pero luego no sigue avanzando de manera correcta en la resolución del problema, incluiremos en el ejercicio una tabla que irá guiando a los alumnos hacia la solución y comprensión del problema. Como podemos observar de esta manera los alumnos comprenderían el proceso y llegarían a la solución sin tener las dificultades que tenían antes. Además de esta manera se darían cuenta de que la relación de proporcionalidad no depende del número total de bolas que haya, porque en este caso siempre es la misma, ya que se respeta siempre que por cada bola blanca hay tres negras.

El tercer problema pertinente creado por variación del original modifica únicamente la información del problema base. Los DFI mantuvieron el mismo enunciado, pero añadieron una imagen para facilitar el reconocimiento de la relación de proporcionalidad entre bolas blancas y negras (o blancas y totales) en la caja A y cómo esta debe mantenerse en la caja B para que la probabilidad de extraer bola blanca sea la misma (Figura 3). Sin embargo, los DFI no justificaron su decisión.

Figura 3. Imagen con la que el grupo G07 completa el problema original



En tres de los problemas no pertinentes (no respondían a la finalidad didáctico-matemática) los DFI modificaron el entorno matemático del problema original (razonamiento proporcional en la comparación de probabilidades), evitando la dificultad encontrada. Por ejemplo, G05 (Figura 4) propone una situación de reparto equitativo de un conjunto de bolas en cajas. Los DFI indicaron que el cambio en el entorno facilita la resolución del problema, sin describir cómo puede ayudar a comprender el problema original ni a superar las dificultades observadas previamente.

Figura 4. Problema propuesto por G05. Se modifica el entorno matemático (problema de reparto equitativo)

> Disponemos de 4 cajas, la caja A, la B, la C y la D. En cada una de ellas queremos meter el mismo número de bolas (entre blancas y negras). Si tenemos 100 bolas en total, ¿cuántas bolas habría en cada caja? ¿cuántas bolas sobran?

En los otros dos casos se proporciona el espacio muestral de un experimento aleatorio y se pide determinar la probabilidad de que uno o varios sucesos tengan lugar. Por ejemplo, G02 considera que su problema (Figura 5) atiende a las dificultades de los estudiantes al proporcionar el número total de elementos del espacio muestral y emplear en su resolución números naturales en lugar de racionales.

Figura 5. Problema propuesto por G02. Su resolución no involucra el razonamiento proporcional

> Disponemos de dos cajas, la caja A y la caja B, que contienen bolas blancas y bolas negras. En la caja A encontramos 7 bolas blancas y 2 negras. Y en la otra caja hay 3 bolas blancas y 5 bolas negras. Si escogemos al azar una de las cajas y escogemos una bola ¿Que probabilidad hay de que la bola sea de color negra?

El grupo G12 creó dos problemas en los que modificaban la información: proporcionando el número total de bolas de la caja A, o bien modificando la redacción del enunciado, indicándose que "en la caja A por cada bola blanca hay el triple de bolas negras". Los DFI argumentan que proporcionar el número de bolas en A e indicar la relación multiplicativa mediante la expresión "el triple" puede fomentar la superación de las limitaciones de Luis y María, respectivamente, si bien ninguna de estas medidas contribuye de forma significativa a la superación de dificultades por parte de los estudiantes.

Finalmente, G08 modifica el problema inicial para transformarlo en una situación de reparto proporcional en un contexto no probabilístico, no atendiendo a las dificultades de los estudiantes. En este caso, se proporciona el número total de bolas de una caja y su razón de bolas blancas a negras, indicando que es la misma que en una segunda caja donde se conoce el total de bolas. La justificación que dan los DFI en este caso no permite identificar cómo tienen en cuenta las dificultades señaladas.

CONCLUSIONES

Los docentes deben ser capaces de interpretar el grado de comprensión de los estudiantes al resolver una tarea matemática, así como de modificarla para fomentar la superación de las dificultades que se planteen (Godino et al., 2016). En respuesta a las preguntas de investigación de este trabajo, por un lado, hemos encontrado que los DFI presentan importantes limitaciones al interpretar las respuestas de los estudiantes y de discernir qué dificultades se reconocen tras sus prácticas matemáticas. Pocos fueron los casos en los que los DFI identificaron limitaciones que conectaban el razonamiento probabilístico con el proporcional. Además, si bien la mitad de los DFI señalaron dificultades asociadas a la proporcionalidad, en ningún caso se describieron con precisión y claridad qué aspectos del razonamiento proporcional eran objeto de tales limitaciones. Estos resultados están en línea con investigaciones previas que observan dificultades por parte de DFI al interpretar respuestas de estudiantes a tareas de proporcionalidad (Fernández et al., 2012) e identificar las estrategias erróneas y elementos del razonamiento proporcional en este tipo de tareas (Burgos et al., 2022).

Por otro lado, para los participantes también fue complejo crear un problema por variación del problema base que ayudase a los estudiantes a superar sus dificultades. En pocas ocasiones los DFI fueron capaces de crear problemas de proporcionalidad manteniendo el contexto probabilístico y atendiendo a las limitaciones observadas en las resoluciones de estudiantes. En mayor medida, los participantes crearon problemas cuya resolución no involucraba el razonamiento proporcional, no

atendían a las dificultades de los estudiantes o resultaban incorrectos o ambiguos. Este hecho concuerda con los resultados obtenidos por Burgos et al. (2023), quienes también observaron importantes limitaciones por parte de DFI al crear problemas de proporcionalidad.

Aunque somos conscientes de la limitación que supone el tamaño reducido de la muestra, este trabajo pone de manifiesto una carencia importante en la competencia de análisis e intervención didáctica de los futuros docentes: la capacidad para crear problemas en el contexto probabilístico que ayuden a sus estudiantes a superar las dificultades y progresar en el aprendizaje. Si bien es necesario ampliar el alcance de este estudio, los resultados nos llevan a considerar conveniente incluir en los programas de formación docente oportunidades para que los futuros docentes reflexionen sobre la finalidad de las tareas que proponen a sus alumnos, analicen las prácticas de estudiantes como respuesta a estas, interpretando sus estrategias y dificultades, y puedan modificarlas para que el error sea fuente de aprendizaje.

Referencias

Begolli, K.N., Dai, T., McGinn, K.M. y Booth, J.L. (2021). Could probability be out of proportion? Self-explanation and example-based practice help students with lower proportional reasoning skills learn probability. *Instructional Science*, *49*, 441–473. https://doi.org/10.1007/s11251-021-09550-9

Burgos, M., López-Martín, M.M., Aguayo-Arriagada, C.G. y Albanese, V. (2022). Análisis cognitivo de tareas de comparación de probabilidades por futuro profesorado de Educación Primaria. *Uniciencia, 36*(1), 588-611.

Burgos, M., Tizón-Escamilla, N. y Chaverri, J. (2023). Creación de problemas de probabilidad y razonamiento proporcional. Una experiencia con maestros en formación. En C. Jiménez-Gestal, Á. A Magreñán, E. Badillo y P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 171-179). SEIEM.

Cohen, L., Manion, L. y Morrison, K. (2018). *Research methods in education* (8va ed.). Routledge. https://doi.org/10.4324/9781315456539

Fernández, C., Llinares, S. y Valls, J. (2012). Learning to notice students' mathematical thinking through online discussions. *ZDM Mathematics Education, 44*, 747-759. https://doi.org/10.1007/s11858-012-0425-y

Godino, J. D., Batanero, C., Font, V. y Giacomone, B. (2016). Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo CCDM. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 285-294). SEIEM.

Grundmeier, T. (2015). Developing the problem-posing abilities of prospective elementary and middle school teachers. En F. M. Singer et al. (Eds.), *Mathematical Problem-posing, Research in Mathematics Education*, (pp. 411–431). https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6258-3_20

Ivars, P., Fernández, C. y Llinares, S. (2016). Descriptores del desarrollo de una mirada profesional sobre la enseñanza de las matemáticas en estudiantes para maestro. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 305-314). SEIEM.

Leavy, A. y Hourigan, M. (2020). Posing mathematically worthwhile problems: developing the problem-posing skills of prospective teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education, 23*, 341–361. https://doi.org/10.1007/s10857-018-09425-w

Malaspina, U., Mallart, A. y Font, V. (2015). Development of teachers' mathematical and didactic competencies by means of problem posing. En K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2861–2866). CERME. https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01289630

Tichá, M., y Hošpesová, A. (2013). Developing teachers' subject didactic competence through problem posing. *Educational Studies in Mathematics, 83*(1), 133–143. https://doi.org/10.1007/s10649-012-9455-1