

SUMAS Y DIFERENCIAS DE LEIBNIZ: ANTESALA DE LA INTEGRAL

Leibniz sums and differences: prelude of the integral.

Esteve-Blasco, M., González-Astudillo, M.T. y Fuertes-Prieto, M.A.

Departamento de Didáctica de la Matemática y de las Ciencias Experimentales.

Universidad de Salamanca.

La historia de la matemática puede ser una fuente de conocimiento para dotar de mayor sentido a los conceptos matemáticos, en particular al concepto de integral. En el siglo XVII gracias a los trabajos, entre otros, de Fermat, Pascal, Wallis y Roberval, se demostró la gran utilidad de las series numéricas para calcular áreas curvas. Leibniz, cogió el testigo y, a partir de 1684, expuso su idea de diferencias infinitamente pequeñas lo que permitiría poder recuperar una sucesión inicial por medio de la suma de estas. Definió $df(x)$ como un incremento en $f(x)$ cuando nos movemos a lo largo del eje x .

En nuestra investigación, se plantean dos tareas en relación con lo expuesto, las cuales han sido resueltas por trece estudiantes del máster de formación del profesorado en la especialidad de matemáticas organizados en cuatro grupos. La primera tarea está relacionada con sucesiones numéricas y sucesiones de diferencias. Se demuestra que mediante la suma de diferencias se puede recuperar la sucesión inicial. En la segunda, donde se trabajan los argumentos de Leibniz para calcular el área bajo una curva, se asocia la integral con un proceso de suma infinita y la diferencial con un proceso de resta infinita, donde las diferencias son infinitamente pequeñas. De esta manera, se le da sentido numérico a lo que con posterioridad constituyó el Teorema Fundamental del Cálculo.

El objetivo principal es utilizar las series de diferencias de Leibniz para entender el cálculo del área bajo una curva, es decir, el concepto de integral, como un proceso de suma infinita de diferencias infinitamente pequeñas. Se utiliza la historia de la integral para obtener un conocimiento más profundo de este (Ma, 1999). Se ha pretendido dotar a los estudiantes de un conocimiento de la integral definida a través de una aproximación por módulos (Jankvist, 2000).

En esta investigación se ha utilizado la ingeniería didáctica como metodología, la cual ha sido estructurada en cuatro fases: preliminar, donde se analizó la historia de la integral; análisis a priori, donde se diseñaron de las tareas en concordancia con la historia; experimentación, donde se pusieron en práctica los materiales elaborados; y análisis a posteriori, donde se analizaron los resultados y se extrajeron las conclusiones de cada tarea. En el presente póster se presentan los resultados y conclusiones extraídas de las dos tareas correspondientes con los argumentos de Leibniz. Los futuros docentes lograron asociar la integral con un proceso de suma infinita de diferencias infinitamente pequeñas ligando los argumentos de Leibniz con el teorema fundamental del cálculo.

Referencias

- Jankvist, U. T. (2009). A categorization of the “whys” and “hows” of using history in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 71, 235-261.
- Ma, L. (1999) *Knowing and Teaching Elementary mathematics: Teachers understanding of fundamental mathematics in China and in the United States*. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.