TECNOLOGÍAS Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA: ¿ANDARÁN DOS JUNTOS, SI NO ESTUVIEREN DE ACUERDO?

Technologies and Mathematics Education: Can two walk together, except they be agreed?

Arcavi, A.

Departamento de Enseñanza de las Ciencias, Instituto Weizmann de Ciencias, Israel

Department of Science Teaching, Weizmann Institute of Science, Israel

Resumen

"¿Andarán dos juntos, si no estuvieren de acuerdo?" es una cita del libro de Amos (3:3), uno de los doce 'profetas menores' (así llamados por la extensión de sus libros en el Antiguo Testamento). La metáfora alude a las cosas que no suceden por casualidad, y a que detrás de todo hay motivos. Si dos personas se juntan para andar es porque se encontraron con un propósito y hay entre ellas una cierta relación.

Las tecnologías y la educación, dos campos distantes, se encontraron durante las últimas décadas. ¿Cuáles fueron la naturaleza, los propósitos y los desafíos de ese 'andar' juntos? Esta presentación es un intento de responder a esta pregunta a partir del advenimiento del ordenador individual y desde mi perspectiva personal, como espectador y, en menor escala, como 'actor'.

Palabras clave: *tecnología, educación matemática.*

Abstract

"Can two walk together, except they be agreed?" is a quote from the book of Amos (3:3), one of the twelve 'minor prophets' (so called due to the length of their books within the Old Testament). The metaphor refers to things that do not happen by chance and that there is a motive behind anything. If two people get together to walk they did it for a purpose and they have a certain relationship.

Technologies and education, two remote fields, met during the last decades. What were the nature, the purposes and the challenges of this 'walking' together? This presentation is an attempt to answer this question since the advent of the personal computer and from a personal perspective, as a spectator, and in a smaller scale, as an 'actor'.

Keywords: *technology, mathematics education.*

INTRODUCCIÓN

Las tecnologías digitales y de comunicación produjeron y continúan produciendo transformaciones profundas en todas las áreas de nuestras vidas, al punto que se ha llegado a afirmar que no sólo la sociedad está cambiando sino también lo que significa ser humano (Michael Bess, 2018). La educación en general y en especial la manera en que aprendemos y enseñamos matemáticas no escaparían a esta afirmación, pero las tecnologías no son tan omnipresentes en las aulas como lo son en la vida diaria

Arcavi, A. (2022). Tecnologías y educación matemática: ¿Andarán dos juntos si no estuvieren de acuerdo? En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas y J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 7-16). SEIEM.

y los cambios que ellas inducen no alcanzan ni la velocidad, ni la ubicuidad, ni la profundidad de los cambios en otras áreas. Sin embargo, la integración de la tecnología en la educación matemática tiene un gran potencial. En esta presentación describo las distintas facetas de ese potencial y lo que se ha logrado hasta hoy en día, destacando las múltiples complejidades intrínsecas y los desafíos presentes y futuros.

HERRAMIENTAS Y TECNOLOGÍAS COGNITIVAS

En educación, la tecnología digital no es un fin en sí mismo sino una herramienta más, es decir un medio que facilita la realización y el cumplimiento de una tarea (o el alcanzar un objetivo). Desde tiempos prehistóricos, una ocupación central de los seres humanos fue el diseño, creación, uso y mejora de herramientas para trascender limitaciones. Sin embargo, en nuestro caso, las tecnologías digitales no surgieron dentro de la educación, ni fueron diseñadas teniendo en cuenta las necesidades de la educación. Surgieron y se impusieron masivamente en todas las áreas de la vida y así es como los educadores nos vimos ante un hecho consumado: la existencia de una herramienta poderosa, ubicua y cada vez más accesible que no fue pensada precisamente teniendo en mente las necesidades de la educación. Es decir, en cierto sentido nos vimos ante una herramienta al alcance de todos para la cual habría que adecuarle propósitos y modos de uso. Esta situación dio lugar a una fascinante variedad de direcciones diversas para adoptar (incluso abrazar) la tecnología, muchas de ellas basadas e inspiradas en la manera en que la educación es concebida.

Para algunos investigadores, la aparición de los ordenadores reforzó la ilusión de que quizá se estaba ante una "máquina de enseñar" que eventualmente podría reemplazar gran parte de la tarea docente. Este propósito se nutrió de ideas educativas tales como la "instrucción programada" (por ejemplo, Calvin, 1969) muy afín con las propuestas para enseñar matemáticas de Gagné (1965), con profundas raíces en el conductismo (Skinner, 1974) y con miradas hacia lo que entonces se vislumbraba como aplicaciones de la "inteligencia artificial". Volveré sobre este punto más adelante.

Para otros, la inspiración fue la mismísima noción de herramienta como un medio destinado a facilitar la realización de una tarea ampliando y aumentando el poder de las capacidades humanas que según Bruner (1966) se da en al menos tres formas diferentes: (a) la amplificación de las capacidades motrices, por ejemplo, tijeras, palancas, automóviles; (b) la amplificación de las capacidades sensoriales, por ejemplo, detectores de humo, sensores de radar, telescopios y (c) la amplificación de "capacidades de razonamiento", por ejemplo, símbolos, teorías, modelos matemáticos (Bruner, 1966). Esta última función que se atribuye a una herramienta fue la base de "la corriente cognitiva" del uso de la tecnología en educación matemática.

Basado en Bruner, Pea (1987) propuso la noción de "tecnología cognitiva". Consideremos, por ejemplo, un par de herramientas muy poco sofisticadas como lo son el lápiz y el papel para resolver una ecuación. Estas herramientas amplifican considerablemente nuestro poder mediante la externalización y el registro escrito de los productos mentales intermedios (pasos en la solución). De esta manera, los procesos de pensamiento que suelen ser efímeros, privados y sujetos a las distorsiones y limitaciones de la memoria son "capturados" y representados en un medio comunicable que persiste, que es visible y pasible de ser observado y revisado.

La metáfora de la amplificación es útil para describir y explicar el papel que juegan las herramientas al permitir que los humanos aumentemos nuestras capacidades intelectuales, particularmente en matemáticas. Sin embargo, la metáfora tiene sus limitaciones. La amplificación "se refiere específicamente a la intensificación de una señal (acústica, electrónica), que no sufre cambios en su estructura básica" (Cole y Griffin, 1980, p. 349). Pero, algunas herramientas hacen mucho más que eso, no sólo expanden nuestras capacidades al "amplificar una señal", sino que también pueden permitirnos hacer cosas completamente nuevas que no podríamos haber emprendido sin ellas. Consideremos, por ejemplo, el surgimiento del lenguaje algebraico y la riqueza de oportunidades que abrió, incluidas las bases de muchos de los desarrollos matemáticos de los últimos cuatro siglos. Por ejemplo, diSessa (2000) describe en detalle uno de los mayores logros de Galileo en sus *Diálogos Acerca de Dos Nuevas Ciencias* por medio de seis teoremas tratados en su mayoría verbalmente en una página de texto enrevesado (y no fácil de leer), accesible sólo para las mejores mentes de su tiempo. En cambio, el mismo tratamiento, que hoy en día puede verse como nada más que un conjunto de variaciones de la fórmula "la distancia es igual a la velocidad por el tiempo", es bien conocido y fácil de manejar por la mayoría de los estudiantes de secundaria gracias al simbolismo algebraico. El álgebra, esa potente herramienta simbólica, simplificó drásticamente los teoremas de Galileo al expresarlos de una manera completamente nueva, concisa, comunicable y fácil de aprender. Además, el álgebra reorganizó todo el terreno intelectual al ofrecer una herramienta poderosa para resolver viejas tareas de maneras completamente diferentes, así como para emprender tareas totalmente nuevas, abriendo nuevos desarrollos matemáticos.

Las posibilidades que ofrecen los ordenadores los convierten en una poderosa tecnología cognitiva en esas dos funciones descritas más arriba: amplificar nuestras capacidades y permitirnos emprender trayectorias y modos de aprendizaje totalmente nuevos y prometedores.

Uno ejemplo emblemático de este enfoque fue la idea de micromundo (o microentornos), un concepto acuñado por Papert (1980) ni bien aparecieron los ordenadores personales a comienzos de la década del 80. Un micromundo es un entorno digital donde los alumnos pueden tomar la iniciativa para manipular, experimentar y explorar alternativas, testear conjeturas producidas por ellos mismos, construir y representar objetos abstractos, inventar, jugar, descubrir y resolver problemas. Además, el entorno invita al alumno a reflexionar sobre lo que ha hecho, depurarlo, y le provee de oportunidades de rehacer y modificar hasta lograr lo que se ha deseado. La filosofía educativa subyacente al diseño de micromundos considera que el aprendizaje es óptimo cuando el alumno tiene oportunidad de diseñar y construir objetos a voluntad de manera que éstos se puedan compartir, reformar y rediseñar. El micromundo más famoso de aquellas épocas fue el idioma LOGO mediante el cual el alumno puede construir objetos físicos o geométricos con una mínima cantidad de comandos de programación.

Desde entonces se han creado un sinnúmero de micromundos con distintas características, uno de ellos, de amplia difusión hoy en día, es Geogebra (o cualquier otro entorno de geometría dinámica). Se trata de un espacio abierto para explorar relaciones geométricas, descubrir teoremas, conectar representaciones y vivenciar fenómenos matemáticos de manera dinámica. Geogebra permite agregar al estudio de geometría deductiva una componente empírica, donde la experimentación del alumno/a da origen a conjeturas elaboradas por él/ella mismo/a y el micromundo invita y provee de utensilios para explorarlas. Hadas et al. (2000) describen una colección de actividades innovadoras diseñadas para que la exploración le depare al alumno sorpresas, confirmación o refutación de conjeturas, que a su vez se tornan en disparadores de la necesidad de demostrar, donde la demostración ya no es un mero ejercicio deductivo formal sino un proceso de explicación y justificación de un fenómeno investigado. Es decir, las posibilidades de un micromundo hacen que la actividad del alumno no sólo amplíe el espacio de visualización dinámica, sino que le permite "hacer geometría" de una manera diferente: ser el "propietario" de una conjetura explorable empíricamente, toparse con posibles refutaciones de sus supuestos generando la necesidad de recurrir a una justificación que explique algo inesperado. El éxito del micromundo en generar un aprendizaje diferente, profundo y estimulante depende de por lo menos dos factores fundamentales: (a) el diseño de actividades motivadoras, es decir, tareas y situaciones problema apropiadas para generar el tipo de actividad del alumno descrita previamente, y (b) la creación de una atmósfera de aula donde la exploración y la perseverancia son normas, la discusión y la colaboración son deseables, y el errar es legítimo y productivo, es decir potencialmente conducente a un aprendizaje sólido.

El siguiente ejemplo ilustra una actividad diseñada para ser explorada con geometría dinámica. Se comienza trazando un triángulo isósceles cuyos lados iguales son fijos (por ejemplo, de longitud 3). Se observa que se trata de una familia de infinitos triángulos, en los que su tercer lado es variable (y su dominio de variación es entre 0 y seis) y el área mínima del triángulo que es cero cuando el tercer lado es cero crece hasta cierto punto y luego decrece nuevamente hacia su valor mínimo. Se propone conjeturar la gráfica cartesiana del área en función del lado variable. Muchos alumnos proponen que el área máxima se obtiene cuando el triángulo es equilátero y que la gráfica es una parábola (y luego descubren que ¡ambas conjeturas son "dos caras de la misma moneda"!). La opción del trazado del gráfico a medida que hacemos variar el tercer lado del triángulo, depara una sorpresa que requiere una explicación (Figura 1) que puede o no ser satisfactoria y que conduce a desentrañar las causas de la conjetura basada en una intuición errónea.

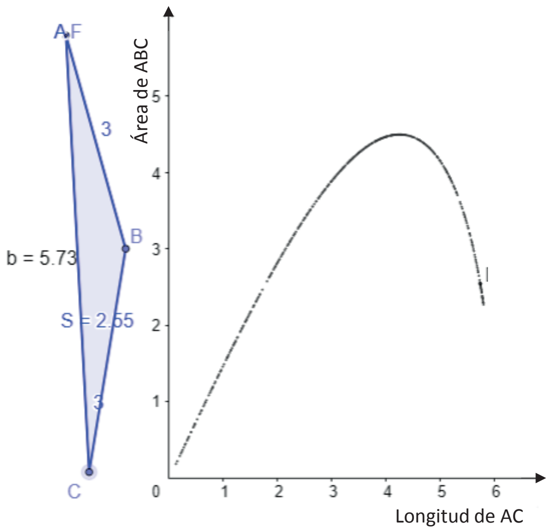

Figura 1. Grafica de la variación del área de un triángulo isósceles.

La descripción y el análisis de la actividad completa (diseñada para dos horas de clase) y su potencial están descriptos en Arcavi y Hadas (2000) y en Arcavi (2022), incluyendo otras sorpresas como la obtención de un gráfico que no es una función.

Este micromundo nos ofrece la posibilidad de vivenciar la esencia dinámica de la noción de función que describe una variación y la posibilidad de "jugar" con ella. En contraste, la representación algebraica de esa función ($A = \frac{1}{2}x\sqrt{100 - x^2}$) no sólo es estática sino que opaca propiedades tales como lo asimétrico de la variación y el valor de su máximo. Es decir, el micromundo permite modelar gráficamente un fenómeno, haciendo visible las propiedades claves, y relegando el modelo algebraico al cual se puede recurrir más tarde en la actividad como otra fuente de información y para apoyar el desarrollo del sentido de los símbolos, tal como se describe en Arcavi y Hadas (2000).

La función cognitiva de la tecnología digital plantea múltiples desafíos a los diversos copartícipes involucrados en educación matemática. A los alumnos le propone una manera diferente de "hacer" matemáticas, deben ejercitar su autonomía, tomar iniciativas, depender menos de la inmediata evaluación del profesor, no temer al yerro y considerarlo como un recurso para seguir aprendiendo. A los profesores les plantea una tarea docente que se asemeja más a la de un facilitador que a la de un "proveedor de conocimientos", y en ciertas circunstancias hasta debe renunciar a la imagen de autoridad que se le suele atribuir (por ejemplo, ¿cómo reaccionaría si un alumno al jugar en un micromundo propone una conjetura que el docente no sabe a primera vista si es o no correcta?). A los diseñadores del curriculum se les impone una revisión de los contenidos a enseñar e imaginar e implementar trayectorias diferentes para transitar esos contenidos. El reto para la evaluación de los alumnos (en las aulas y más aún en los exámenes a niveles nacionales) es que las tareas no sólo evalúen conocimientos, sino también iniciativas, autonomía y estrategias metacognitivas de trabajo.

SOCIALIZACIÓN Y COMUNICACIÓN

Con el acelerado desarrollo de las tecnologías de comunicación digital y las herramientas online (en línea), cobró un enorme auge una fase nueva, distinta a la de los microentornos. En un estudio exhaustivo presentado en el ICME13, Borba et al. (2016) caracterizan esta fase como la “revolución de las relaciones” (relationship revolution – término atribuido a Michael Schrage). Esta idea implica que la verdadera revolución que ha generado la Internet no está centrada solamente en el masivo acceso a todo tipo de información sino también en las nuevas maneras en que las personas pueden relacionarse entre sí. En ese sentido, el estudio señala cinco áreas que adquirieron protagonismo en los últimos años: tecnologías móviles (teléfonos inteligentes, tableta digital), cursos online masivos y abiertos (MOOCs), bibliotecas digitales, aprendizaje colaborativo mediante tecnología digital, y formación docente mediante aprendizaje combinado (semipresencial).

En cierto sentido, estas cinco áreas pueden yuxtaponerse y ser interdependientes presentado interrogantes y desafíos, como, por ejemplo:

- ¿Qué procesos de reacomodación y ajuste a estas nuevas modalidades de “hacer” se requieren de la educación tradicional y de las normas institucionales establecidas en el ámbito escolar?
- ¿De qué manera los innumerables recursos matemáticos accesibles a todos pueden facilitar u obstruir los procesos de enseñanza y aprendizaje?
- ¿Cómo es posible aprovechar el poder de las redes sociales para un aprendizaje significativo de matemáticas?
- ¿Cómo es posible extender el espacio y el tiempo de aprendizaje mediante la asequibilidad de las tecnologías?
- ¿Qué formas pueden adoptar los procesos de preparación y profesionalización docente con el apoyo de las tecnologías?

En el proyecto VIDEO-LM ((Viewing, Investigating and Discussing Environments of Learning Mathematics) intentamos proponer una respuesta a la última pregunta, con los siguientes objetivos de la profesionalización docente: (1) fortalecer y enriquecer continuamente los conocimientos pedagógicos de los contenidos y el conocimiento matemático para la enseñanza (Shulman, 1986; Ball et al., 2005) y (2) desarrollar e implementar la capacidad de reflexión del docente sobre todos los aspectos de su práctica profesional (Clarke, 2000).

Para alcanzar esas metas creamos ámbitos colectivos de discusión y análisis de clases de aula auténticas video-grabadas, y diseñamos un espacio de internet donde almacenamos más de 70 clases. El instrumento tecnológico usado es el video con sus múltiples ventajas, entre ellas su accesibilidad y lo que permite hacer, por ejemplo, rebobinar, detenerse y rever escenas (Borko et al. 2011). Nuestra mayor preocupación fue cómo encauzar las discusiones de manera que éstas sean conducentes a reflexiones productivas y transformativas. Una reflexión grupal es productiva cuando se nutre de ideas, creencias y miradas diferentes que se entretejen y llevan a pensamientos, perspectivas o enfoques nuevos, reconocidos y valorados por los participantes. Una reflexión es transformativa cuando un cambio de perspectiva induce un cambio fundamentado y explícito de una vieja práctica enraizada (Schwarts et al. 2022).

Creamos un marco de seis lentes para observar las clases, cada una con preguntas guías, diseñadas a apoyar la reflexión. Las lentes aspiran a detectar, analizar y discutir respectivamente: (1) las ideas matemáticas de una clase, (2) los objetivos del docente, (3) las tareas asignadas para lograr esos objetivos, (4) las interacciones docente-alumno y alumno-alumno, (5) los dilemas del docente y sus posibles resoluciones, y (6) las creencias del docente que implícitamente se han puesto de manifiesto en la clase. Los detalles del diseño, sus fundamentaciones teóricas y algunos resultados están descriptos en Karsenty y Arcavi (2017).

En este caso, la tecnología de video ofrece posibilidades técnicas tales como recortar clips y compartirlos, grabar episodios o clases enteras, crear un repositorio accesible a docentes, formadores, e investigadores con posibilidades entablar diálogos y dejar comentarios registrados. Es decir, la tecnología facilita y apoya una nueva manera de comunicación entre docentes, ofrece un foro de recursos y materiales para conversar, discutir e intercambiar ideas acerca del desempeño profesional, proveyendo un espacio para el funcionamiento apropiado de comunidades de aprendizaje docente (para una descripción de este tipo de comunidades, véase, por ejemplo, Arcavi, 2020).

En suma, más allá de proporcionar potentes medios que influyen en los aspectos meramente cognitivos del aprendizaje, y coincidiendo con Borba et al. (2017), la tecnología impacta también la naturaleza de la interacción de las personas entre sí y la interacción entre las personas y la educación matemática en contextos diversos.

PRESENTE Y FUTURO

"A pesar de medio siglo de recomendaciones y esfuerzos sostenidos, el grado en que el uso de herramientas digitales se ha convertido en parte integral de la práctica de las matemáticas escolares sigue siendo limitado" (Ruthven, 2022, p. 7, traducción libre). La cita no se refiere a los casos de ausencia de medios digitales en escuelas rurales en países en desarrollo donde los factores inhibidores son de índole económica, social y quizá también política. La cita se refiere a ámbitos escolares donde la tecnología está o podría estar en la institución, y sin embargo su implementación es reducida.

Una primera aproximación para entender la resistencia a la incorporación de las tecnologías en las aulas de matemáticas se centra en los docentes. Una gran mayoría de ellos (nosotros) no fueron (fuimos) educados usando tecnología en el aula. Si bien hay varios estudios que refutan como simplista la vieja máxima que dice "enseñamos de la misma manera en que nos enseñaron a nosotros" (por ejemplo, Oleson y Hora, 2013), es cierto que se debe hacer un esfuerzo profesional considerable para que adoptemos una práctica pedagógica radicalmente distinta de aquella con la que se nos enseñó.

En una segunda aproximación, Ruthven (2022) propone tres dimensiones que contribuyen a la resistencia a un uso integral de las tecnologías en las aulas de matemáticas: la dimensión ergonómica, la dimensión epistemológica y la dimensión existencial.

La dimensión ergonómica se refiere al "diseño de lugares de trabajo, herramientas y tareas, de modo que coincidan con las características fisiológicas, anatómicas, psicológicas y las capacidades de los trabajadores que se verán involucrados" en sus tareas diarias (https://es.wikipedia.org/wiki/Ergonom%C3%ADa). La introducción de las tecnologías en el aula cambia drásticamente las características del entorno de trabajo, modificando las rutinas y el fluir de la clase. El aula cambia su entorno de trabajo, debe transformarse en una especie de laboratorio, donde quizá cambia hasta la ubicación física de los alumnos. Las nuevas herramientas redefinen tanto la administración del tiempo de tareas por parte del docente como la dinámica de las interacciones y comunicaciones alumno-docente y alumno-alumno.

La dimensión epistemológica implica la manera en que conocemos y aprendemos, la naturaleza de las fuentes para adquirir nuevos conocimientos y sus distintos tipos. Consideremos, por ejemplo, la geometría dinámica y la manera en que incorpora una dimensión empírica de experimentación al conocimiento matemático y como re-posiciona el razonamiento deductivo (Hadas et. Al., 2000). Consideremos también la posibilidad que nos ofrece la tecnología de modelar un fenómeno mediante una gráfica en lugar de hacerlo mediante una expresión algebraica permitiéndonos acceder a distintos aspectos de los objetos matemáticos en estudio (véase el ejemplo ilustrado en la figura 1). Hoyles (2018) y Drijvers (2018) presentan un análisis exhaustivo de la dimensión epistemológica.

La dimensión existencial se refiere a los valores que atribuimos a ciertos tipos de actividades y a la imagen que tenemos de nosotros mismos en relación con un cierto quehacer intelectual. Ruthven trae como ejemplo las posturas fuertemente antagónicas que despertó la calculadora de bolsillo ("desestimula el cálculo mental", "adormece el cerebro", "desestima el esfuerzo [que implica calcular]", "se aprende cómo manejar una máquina y no cómo hacer matemáticas").

¡Y llegó la pandemia! La nueva situación nos propulsó, quisiéramos o no, a usar tecnologías, aunque más no sea para comunicarnos con nuestros alumnos como si estuviéramos en clase. Conozco docentes que por primera vez en sus vidas debieron usar tecnología para dar clases, no les quedaba otra alternativa. Dudo que un uso obligatorio del que no hay escapatoria sea la manera óptima de "amigar" a docentes con la tecnología, superar los desafíos descriptos y además dejar de lado los propios temores, algunos constituyendo una verdadera amenaza a la propia identidad profesional. Drijvers et al. (2021), en un estudio realizado en tres países europeos hallaron que, en efecto y a pesar de ciertas diferencias, los docentes que se abocaron al uso masivo de las tecnologías de video conferencias lo hicieron a expensas del uso de herramientas digitales específicas de matemáticas, un uso que se redujo considerablemente en aquellos docentes que si las aplicaban.

Quizá sea muy temprano para saber el impacto a largo plazo y en escala global de la pandemia en el uso de tecnologías en el aula de matemáticas, y cuáles van a ser las características de ese uso.

Inteligencia artificial

Los dramáticos avances de investigación en inteligencia artificial y sus diferentes aplicaciones están ya impactando todos los órdenes de la vida diaria, la investigación científica, la economía y la medicina. Es muy natural entonces que se considere la incorporación de la inteligencia artificial, en especial cuando su aplicación podría solucionar acuciantes problemas. Consideremos, por ejemplo, uno de los principales objetivos de la Agenda 2030 para el Desarrollo Sostenible (UNESCO, 2015): garantizar que todas las personas del mundo tengan el mismo acceso a una educación de calidad.

Para enfrentar ese desafío, el mundo necesita agregar más de 20 millones de docentes de escuelas primarias y secundarias a la fuerza laboral, y reemplazar los aproximadamente 47 millones de docentes que dejaran la profesión en las próximas décadas. Por lo tanto, parece natural y atractivo pensar en sustituir a los docentes por robots. La inversión inicial necesaria para digitalizar la profesión docente daría sus frutos, ya que una vez instalados y en funcionamiento, los robots no requerirán salarios, no necesitaran días libres y nunca llegarían tarde al trabajo y no sería muy difícil encarar un cambio de programas de estudio. Si se programan correctamente, estos robots tampoco mostrarán ningún sesgo hacia los estudiantes en función del género, la raza, estatus socioeconómico, la preferencia de personalidad u otra consideración (World Economic Forum, 2016). De alguna manera retornamos a las ilusiones primeras que despertaran los ordenadores en cuanto hicieron su aparición masiva de reemplazar al docente humano.

Este libreto en el que los humanos crean robots para reemplazar a los humanos y que para algunos tiene mucho sentido, nos produce no poca incomodidad, aun cuando su implementación no parezca factible, por lo menos a corto plazo. ¿Habría, quizás, un rol más realista para la inteligencia artificial en educación? Por ejemplo, asistir al docente o aportar a su desarrollo profesional como lo sugiere Luckin et al. (2016).

Una posible dirección a explorar sería el uso del "big data" (macrodatos). De la recopilación de más y más datos sobre los alumnos y sus acciones durante el aprendizaje puede que emerjan patrones claros. Estos patrones pueden servir de base empírica para decidir ciertos movimientos pedagógicos. Por ahora, parece haber una brecha entre la facilidad de recopilar grandes cantidades de datos de cualquier tipo y los posibles movimientos pedagógicos que pueden derivarse de su análisis. Además, a primera vista, parece haber una contradicción entre la tendencia a personalizar la enseñanza y la confianza en los datos masivos (patrones generalizados de acciones de aprendizaje) como recurso para el desarrollo profesional de la enseñanza de las matemáticas. El tiempo dirá si la investigación y el desarrollo de la inteligencia artificial, el aprendizaje automático o los macrodatos realmente producirán avances en el cumplimiento de la promesa depositada en ellos para convertirse en un recurso poderoso.

COLOFÓN

Desde mucho antes del advenimiento de los ordenadores personales, hubo líderes en educación matemática que se expresaban así: "Debemos esperar con confianza el eventual desarrollo de sistemas de enseñanza altamente efectivos que hoy en día son poco más que sueños" (Meserve, 1966). Aun sin poder imaginar el impresionante desarrollo de las tecnologías en poco más de medio siglo, existió la visión de que nuevas herramientas podrían cambiar la faz de la educación. Esa visión parece haberse materializado, ahora que esas tecnologías, inimaginables hace tan poco, ya existen y que su potencial ha sido reconocido y estudiado. Sin embargo, esta breve reseña describe los desafíos (algunos conocidos y otros imprevistos) que nos tendrán ocupados por muchos años, a los que nos dedicamos a la educación matemática. Está en nuestras manos tomar ventaja de lo que ya sabemos, de lo que ya existe y asumir la responsabilidad y el desafío de marchar hacia adelante para una mejor educación matemática de las nuevas generaciones.

Referencias

Arcavi, A. (2020). From tools to resources in the professional development of mathematics teachers: General perspectives and crosscutting issues. En O. Chapman y S. Llinares (Eds.), *The International Handbook of Mathematics Teacher Education* (2.ª ed., Vol. 2, pp. 421-437). Sense Publishers.

Arcavi, A. (2022). Geogebra – Tareas para sorprender. *Conferencia plenaria en VII Dia Geogebra Portugal.*

Arcavi, A. y Hadas, N. (2000). Computer mediated learning: An example of an approach. *International Journal of Computers for Mathematics Learning*, *5*(1), 25-45. https://doi.org/10.1023/A:1009841817245

Ball, D. L., Hill, H. C. y Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, *30*(3), 14-17, 20-22, 43-46.

Bess, M. (2018). Technology isn't just changing society - it's changing what it means to be human. https://www.vox.com/technology/2018/2/23/16992816/facebook-twitter-tech-artificial-intelligence-crispr

Borba, M. C., Askar, P., Engelbrecht, J., Gadanidis, G., Llinares, S. y Sánchez Aguilar, M. S. (2016). Digital technology in mathematics education: Research over the last decade. En Kaiser, G. (Ed.), *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education ICME-13* (pp. 221-233). Springer Open.

Borko, H., Koellner, K., Jacobs, J. y Seago, N. (2011). Using video representations of teaching in practice based professional development programs. *ZDM Mathematics Education*, *43*(1), 175-187. https://DOI 10.1007/s11858-010-0302-5

Bruner, J. (1964). The course of cognitive growth. *American Psychologist*, *19*(1), 1-15.

Calvin, A. (1969). *Programmed instruction: Bold new venture*. Indiana University Press.

Clarke, D. (2000). Time to reflect. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *3*(3), 201-203.

Cole. M. y Griffin, P. (1980). Cultural amplifiers reconsidered. En D. R. Olson (Ed.) *The Social Foundations of Language and Thought: Essays in Honor of Jerome S. Bruner* (pp. 343-364). W. W. Norton and Company.

Drijvers, P. (2018). Tools and taxonomies, a response to Hoyles. *Research in Mathematics Education*, *20*(3), 229-235. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1522269

Drijvers, P., Thurm, D., Vandervieren, E., Klinger, M., Moons, F., van der Ree, H., Mol, A., Barzel, B. y Doorman, M. (2021). Distance mathematics teaching in Flanders, Germany, and the Netherlands during COVID-19 lockdown. *Educational Studies in Mathematics*, *108*(1-2), 35-64. https://doi.org/10.1007/s10649-021-10094-5

diSessa, A. (2000). *Changing Minds: Computers, Learning, and Literacy*. MIT Press.

Gagné, R. M. (1965). *Conditions of Learning*. Holt, Rinehart and Winston.

Hadas, N., Hershkowitz, R. y Schwarz, B. (2000). The role of contradiction and uncertainty in promoting the need to prove in Dynamic Geometry environments. Educational Studies in Mathematics, *44*(1), 127-150. https://doi.org/10.1023/A:1012781005718

Hoyles, C. (2018). Transforming the mathematical practices of learners and teachers through digital technology. *Research in Mathematics Education, 20*(3), 209-228. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1484799

Karsenty, R. y Arcavi, A. (2017). Mathematics, lenses and videotapes: a framework and a language for developing reflective practices of teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *20*(5), 433-455. https://DOI 10.1007/s10857-017-9379-x

Luckin, R., Holmes, W., Griffiths, M. y Forcier, L.B. (2016). *Intelligence Unleashed. An argument for AI in Education*. Pearson. https://www.pearson.com/content/dam/corporate/global/pearson-dot-com/files/innovation/Intelligence-Unleashed-Publication.pdf

Meserve, B. (1966). Mathematics teachers, on guard! *The Mathematics Teacher*, *59*(6), 522-530.

Skinner, B. F. (1974). *About Behaviorism*. Vintage Books.

Oleson, A. y Hora, M.T. (2013). Teaching the way they were taught? Revisiting the sources of teaching knowledge and the role of prior experience in shaping faculty teaching practices. *Higher Education*, *68*(1), 29-45. https:// DOI 10.1007/s10734-013-9678-9

Papert, S. (1980). *Mindstorms. Children, Computers and Powerful Ideas*. Basic Books.

Pea., R. (1987). Cognitive technologies for mathematics education. En Schoenfeld, A. (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 89-122). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Ruthven, K. (2022). Ergonomic, epistemological and existential challenges of integrating digital tools into school mathematics. *Asian Journal for Mathematics Education*, *1*(1), 7-18. https:// DOI: 10.1177/27527263221077314

Schwarts, G., Coles, A. y Arcavi, A. (2022). Leading mathematics teacher discussions during professional development: challenges, opportunities, and discussion sense. *For the Learning of Mathematics*, *42*(2).

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, *15*(2), 4-14.

UNESCO (2015). http://uis.unesco.org/sites/default/files/documents/fs39-the-world-needs-almost-69-million-new-teachers-to-reach-the-2030-education-goals-2016-en.pdf

World Economic Forum (2016). Why robots could replace teachers as soon as 2027. https://www.weforum.org/agenda/2017/12/why-robots-could-replace-teachers-as-soon-as-2027