TRANSFORMACIONES DE LA INFORMACIÓN EN LA FORMULACIÓN DE PROBLEMAS: UNA MIRADA HACIA LOS FUTUROS MAESTROS

Information transformations in problem posing: a closer look at future teachers

Chico, J.[a], Montes, M.[b] y Badillo, E.[c]

[a]Universidad de las Islas Baleares; [b]Universidad de Huelva; [c]Universidad Autónoma de Barcelona

Resumen

El objetivo de este estudio es caracterizar las transformaciones de enunciados de problemas multiplicativos realizadas por futuros maestros. Para ello propusimos a estudiantes del Grado de Educación Primaria que modificaran el enunciado de un problema multiplicativo de un libro de texto. Desarrollamos un análisis de contenido sobre las modificaciones propuestas para caracterizar las transformaciones realizadas mediante un proceso deductivo-inductivo de codificación. Describimos en detalle la familia de transformaciones de la información, ilustrando los códigos de tres subcategorías emergentes. Los resultados señalan que, en conjunto, las transformaciones de la información realizadas por los futuros maestros cambian, añaden o eliminan elementos numéricos, gráficos, simbólicos o, relaciones entre datos, para promover u obstaculizar estrategias de resolución basadas en el conteo o en la suma reiterada o, incidir en la complejidad del problema.

Palabras clave: *formulación de problemas, formación de maestros, competencia profesional.*

Abstract

The aim of this study is to characterise the transformations of multiplicative word problems performed by future teachers. For this purpose, we proposed preservice primary teachers to modify a multiplicative word problem taken from a textbook. We developed a content analysis on the proposed modifications. By a deductive-inductive coding process we characterise the transformation performed by future teachers. We describe in detail the set of information transformations, illustrating the codes of three emerging subcategories. The results indicate that future teachers transform the information of a word problem by changing, adding, or eliminating numerical, graphic, or symbolic elements, or relationships between data. Overall, these transformations aim to promote or hinder resolution strategies based on counting or repeated addition, or to increase or decrease the complexity of the problem.

Keywords: *Problem posing, teacher education, professional competence.*

INTRODUCCIÓN

La formulación de problemas ha sido principalmente explorada desde la perspectiva de su potencial respecto de la construcción de conocimiento matemático de los estudiantes (p. ej., Kilpatrick, 1987), y también respecto del potencial que tiene para la construcción de conocimiento matemático y didáctico de futuros profesores (Tichá, Hospesová, 2015). Sin embargo, pese a que la resolución de problemas

Chico, J., Montes, M. y Badillo, E. (2022). Transformaciones de la información en la formulación de problemas: una mirada hacia los futuros maestros. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas y J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 219-227). SEIEM.

está presente en los currículos de todo el mundo, no se ha prestado apenas atención a la competencia de los profesores para formular problemas escolares de matemáticas para sus alumnos (Crespo, 2013). Al respecto, en esta comunicación presentamos resultados preliminares de una investigación en curso que tiene por objetivo a largo plazo caracterizar la competencia profesional en la formulación de problemas escolares. Entendemos esta competencia profesional como las habilidades cognitivas, así como los aspectos motivacionales y volitivos del profesor (Weinert, 2001) para proponer problemas a los alumnos con la intención de promover la construcción de conocimiento matemático. En esta comunicación no abordamos las dimensiones motivacional y volitiva. Esta competencia se descompone en tres destrezas: crear enunciados de problemas, seleccionar problemas y transformar enunciados de problemas ya existentes (Carrillo et al., 2021). En este estudio nos centramos en la última destreza. Concretamente, la pregunta de investigación que abordamos es: ¿cómo transforman enunciados de problemas futuros maestros? Para dar respuesta a esta pregunta, propusimos a 127 futuros maestros transformar problemas multiplicativos de libros de texto escolares. El objetivo de este estudio exploratorio es caracterizar las transformaciones de enunciados de problemas multiplicativos realizadas por futuros maestros.

En lo que sigue, presentamos antecedentes teóricos sobre la formulación y transformación de problemas. Después, introducimos el diseño y los métodos cualitativos aplicados en el análisis de los datos para dar paso a la descripción de los diferentes tipos de transformaciones de la información que emergen de los datos. Finalizamos con reflexiones en torno a los resultados, así como las líneas que darán continuidad a este estudio.

ANTECEDENTES TEÓRICOS

El responsable fundamental de promover que los estudiantes de Primaria y Secundaria desarrollen tareas de resolución de problemas es el profesor, que debe proponer actividades con esta naturaleza. Desde esta perspectiva, asumimos que el profesor debe ser competente en la formulación de problemas escolares. Dentro de esta competencia se identifican tres destrezas: crear nuevos problemas; seleccionar problemas de fuentes como libros de texto, webs, etc.; y, transformar problemas ya existentes (Carrillo et al., 2021). Esta última destreza implica modificar uno o varios elementos del enunciado con una intención didáctica (Carrillo et al., 2021), pudiendo tener dicha modificación un impacto significativo en el proceso de resolución (Lavy y Berkshadky, 2003).

Los elementos del enunciado de un problema que pueden ser transformados son diversos. Siguiendo la caracterización de Malaspina (2013) para las partes de un problema, organizamos las transformaciones en cuatro categorías: entorno matemático, contexto, información, y requerimiento. El entorno matemático hace referencia a los conceptos matemáticos que pueden ser usados en la resolución del problema. La información se vincula a los datos que el problema proporciona, sean útiles o no para su resolución, pudiendo ser expresados en diferentes registros de representación. El requerimiento, en caso de existir, consiste en la demanda que el problema establece como meta a conseguir, presentándose habitualmente en forma de pregunta. Finalmente, el contexto hace referencia a la situación a la que se vincula el problema, pudiendo ser matemática o extramatemática. En una modificación de un problema puede darse una o más transformaciones de uno o de varios de estos elementos (Milinkovic, 2015), y debe realizarse de forma coordinada.

En general, la formulación de problemas escolares es una tarea no trivial para los futuros profesores (Montes et al., 2022). Si a esto se le añade la necesidad de que el profesor sea consciente de las implicaciones que tiene una transformación sobre la resolución del problema, hecho que debe estar vinculado a una cierta intención didáctico-matemática, la complejidad aumenta. Por esto, diversos autores señalan la necesidad de proponer, en contextos de formación inicial de profesores, tareas de transformación y selección de problemas (Lavy y Hourigan, 2019). Existen diversas estructuras para organizar tareas de formulación de problemas. Una posibilidad es la estructuración libre, demandando que se haga una transformación, sin dar mayor indicación. Otra es una estructuración con base en la estrategia a seguir para transformar problemas. Por ejemplo, Lavy y Bershadsky (2003) proponen transformar problemas a través de la estrategia "¿y si no…?". Una tercera posibilidad es estructurar la tarea orientando la transformación hacia alguno de los elementos del problema, exigiendo, por ejemplo, que se modifiquen los datos de un problema de reparto para que éste no sea exacto.

METODOLOGÍA

Diseñamos un protocolo con cuatro tareas que demandan transformar problemas de estructura multiplicativa de libros de texto de Educación primaria usados en España. Restringimos el contenido matemático a la multiplicación y división por ser crucial en esta etapa, y porque los futuros maestros habían cursado una asignatura de contenido didáctico-matemático que contempla el pensamiento multiplicativo. Para cada tarea los participantes dispusieron de una semana para realizar, de forma individual y por escrito, una o más modificaciones de los enunciados, pudiendo proponer una o más transformaciones en cada modificación.

Los participantes son 127 estudiantes del tercer curso del Grado de Educación primaria de la Universidad Autónoma de Barcelona en el periodo académico 2020-2021. Presentamos resultados que se derivan del análisis de las 198 modificaciones propuestas a la primera tarea, que plantea modificar un problema para promover el aprendizaje matemático de los contenidos identificados (figura 1). Es un problema multiplicativo con estructura de isomorfismos de medidas, donde se establece la proporción entre dos espacios de medida (Vergnaud, 1983; Montero y Callejo, 2018). Se corresponde con una situación de grupos iguales con el número total de elementos desconocido. El enunciado presenta un modelo visual de grupos iguales que muestra todos los elementos agrupados.

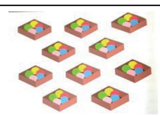
Modifica los dos enunciados para que promuevan la comprensión de los contenidos matemáticos que identificas. Para cada cambio que realices indica en la tabla: qué tipo de cambio es; por qué lo harías; y, qué aporta al aprendizaje matemático de los alumnos.
Bruno tiene 10 cajas con canicas. Cada caja contiene 5 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Bruno en total? 

Figura 1. Primera tarea del protocolo diseñado.

Siguiendo una metodología cualitativa, realizamos un análisis de contenido en dos fases: preparación y organización (Elo y Kyngäs, 2008). En la primera fase nos familiarizamos con la totalidad de los datos y establecimos cada modificación como unidad de análisis. También determinamos las categorías centrales de codificación: información, contexto, requerimiento y entorno matemático (Malaspina, 2013). La revisión de los estudios de Lavy y Bershadsky (2003) y Milinkovic (2015) sirvió de inspiración para establecer a priori algunos códigos de las transformaciones de la información, que se refinaron en la segunda fase de análisis. En la fase de organización, realizamos la codificación de los datos donde los códigos a priori y los emergentes del análisis se refinan mediante métodos de comparación constante (Strauss y Corbin, 2002), comparando, contrastando y abstrayendo códigos en muestras cada vez más amplias de los datos. Como resultado de este proceso de codificación inductivo-deductivo, obtenemos códigos como 'cambiar a otro elemento numérico' o 'eliminar elemento gráfico', que organizamos en familias atendiendo las cuatro categorías centrales (Malaspina, 2013). Una vez establecido un conjunto de códigos estable, para cada código contamos las modificaciones donde al menos aparece una transformación etiquetada con ese código. En esta comunicación, nos centramos en describir la naturaleza de los códigos de la categoría más frecuente, transformaciones de la información, presente en el 81% de las modificaciones analizadas. Mostramos también la frecuencia de cada uno de los códigos.

TRANSFORMACIONES DE LA INFORMACIÓN

Organizamos las transformaciones de la información en cuatro subcategorías según si se transforman: i) elementos numéricos (presente en el 61,7% de las modificaciones), ii) gráficos (38,9%), iii) relaciones establecidas entre datos (30,6%) o, iv) elementos simbólicos (3,6%). Mostramos las frecuencias y algunas modificaciones junto con extractos de las justificaciones de los futuros maestros para ilustrar la naturaleza de los códigos más frecuentes de las tres primeras subcategorías.

Transformación de elementos numéricos

La transformación de elementos numéricos se compone de cuatro códigos no excluyentes: i) cambiar algún elemento numérico por otro (34,3%); ii) añadir elemento numérico (26,3%); iii) eliminar elemento numérico (22,2%); y, iv) cambiar algún elemento numérico por un rango de valores (1,5%).

Las transformaciones consisten en cambiar algún elemento numérico del enunciado por otro, o conllevan un cambio en la tipología de problema dentro de la estructura de isomorfismos de medida, o inciden en la complejidad, manteniendo la estructura multiplicativa. En el primer caso, se intercambian los elementos numéricos conocidos y desconocidos de la estructura multiplicativa. Así el nuevo enunciado se corresponde con un problema de medida, si se intercambia el número de cajas por el número total de canicas; o con un problema de reparto, si se intercambia el número de canicas de cada caja por el número total de canicas como en la modificación de FM38 (figura 2). En el segundo caso, el cambio del elemento numérico aumenta o disminuye la complejidad del problema, proponiendo, por ejemplo, una operación más difícil como en la modificación de FM102 (figura 2).

Modificación de FM38: Bruno tiene 50 canicas. Las quiere repartir en 10 cajas y que en cada caja haya la misma cantidad. ¿Cuántas canicas deberá guardar en cada caja?	Modificación de FM102: Bruno tiene 6 cajas con canicas. Cada caja contiene 5 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Bruno en total?
Justificación: …he querido modificar el enunciado para que él o la aprendiz deba hacer una división (y no una simple multiplicación), que es una operación que también pertenece al pensamiento multiplicativo.	Justificación: Nos es muy fácil multiplicar por 10 (o sumar x veces 10). Por eso, si en vez de haber 10 cajas hay 6, la multiplicación les pude causar más dificultad y por ende expandir su conocimiento de las multiplicaciones.

Figura 2. Modificaciones propuestas por FM38 y FM102.

La mayoría de las transformaciones que se basan en añadir algún elemento numérico, incorporan una nueva relación entre los datos que tiene implicaciones en la resolución del problema. Por ejemplo, en la modificación de FM102 (figura 3) se añade una relación aditiva que involucra el nuevo elemento y transforma el problema en uno de dos etapas que posibilita el uso de nuevas estrategias de resolución. Por otro lado, encontramos modificaciones en las que añadir un elemento numérico no implica una nueva relación. En estas modificaciones se introducen elementos numéricos irrelevantes para la resolución del problema. Así, no se alteran los posibles conceptos matemáticos involucrados en la resolución del problema, aunque sí se dificulta la comprensión del enunciado del problema (modificación de FM12, figura 3).

Modificación de FM102: Bruno tiene 10 cajas con canicas. Cada caja contiene 5 canicas. Ayer, Itziar, su prima, le cogió sin permiso 20 canicas. ¿Cuántas canicas tiene ahora Bruno?	Modificación de FM12: Bruno es un niño que tiene 11 años y desde los 6 colecciona canicas. Hoy las ha ordenado todas en 10 cajas diferentes de manera que en cada de una de estas cajas le ha puesto 5 canicas. ¿Cuántas canicas ha recopilado Bruno durante todos estos años?
Justificación: El alumno debe resolver un problema añadido al primer enunciado. En este caso debe restar 20 canicas a las 50 que ya tenía. He hecho el cambio para dificultar un poco más la comprensión del texto y su resolución.	Justificación: He realizado un cambio produciendo una contextualización del problema. De esta manera el alumnado se aproxima a una situación más común a su entorno y a la vez comprende que puede resolver problemas de la vida cotidiana con las matemáticas.

Figura 3. Modificaciones propuestas por FM102 y FM12.

Por último, la mayoría de las transformaciones de la información donde se eliminan uno o los dos elementos numéricos del enunciado inciden en la interpretación de la información suprimida en el elemento gráfico (modificación de FM9 en la figura 4). En menor grado, esta transformación aparece en combinación con otras, variando el conjunto de soluciones y los conceptos matemáticos involucrados en la resolución. Este es el caso de la modificación de FM36 (figura 4), donde se cambia un elemento numérico por otro de la misma estructura multiplicativa (ahora se da el número total de elementos) y se eliminan un elemento numérico y el gráfico. Como resultado se obtiene un problema nuevo con más de una solución, que requiere la combinación de los divisores de 50.

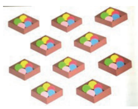
Modificación FM9: Bruno tiene estas cajas de canicas. ¿Cuántas canicas tiene Bruno en total? 	Modificación FM36: Bruno tiene 50 canicas. Las quiere agrupar en cajas, ¿cuántas maneras posibles tiene de hacerlo? Justifica tu respuesta.
Justificación: Si quitamos los datos del problema y no decimos ni cuantas cajas ni cuantas canicas hay, podemos potenciar la interpretación de la imagen que tiene que hacer el alumnado.	Justificación: Cambio a enunciado más generalista. Ahora el/la alumno/a no tiene que buscar un dato concreto, sino pensar y reflexionar. No se trata de aplicar un algoritmo, sino de reflexionar. Se les pide justificación.

Figura 4. Modificaciones propuestas por FM9 y FM36.

Transformación de elementos gráficos

La transformación del elemento gráfico del enunciado del problema revela cuatro códigos no excluyentes: i) cambiar internamente el elemento gráfico (14,6%); ii) eliminar el elemento gráfico (13,1%); iii) cambiar el elemento gráfico por otro (12,1%); y, iv) añadir otro elemento gráfico (0,5%).

Cambiar internamente el elemento gráfico describe transformaciones que inciden en el diseño del elemento gráfico sin cambiar el modelo matemático que representa, en nuestro caso el modelo multiplicativo de grupos iguales. Algunos son cambios estéticos que se fundamentan en cuestiones de atención a la diversidad, como la modificación de la gama cromática de los colores para mejorar la visualización del elemento gráfico en alumnos daltónicos, o que se producen como consecuencia de cambios en el contexto, como cambiar las cajas por mesas y las bolas por sillas (Chico et al., en prensa). Por otro lado, encontramos cambios internos del elemento gráfico que buscan incidir en el proceso de resolución, como eliminar las bolas de las cajas para obstaculizar estrategias de conteo o, cambiar la disposición de las cajas a una lineal para facilitar el conteo o la suma reiterada como estrategia de resolución (modificación de FM33 de la figura 5).

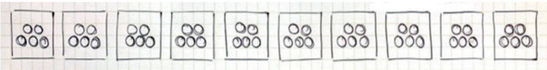
Modificación de FM33 Tienes 10 cajas con canicas. Cada caja contiene 5 canicas. ¿Cuántas canicas tienes en total? 	Modificación de FM17: Bruno tiene 10 cajas para guardar todas sus canicas. En cada caja caben 5 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Bruno? 
Justificación: De esta manera, los niños y las niñas ven más fácilmente que una multiplicación puede ser una suma reiterada	Justificación: Cambiaría el dibujo porque si ponemos el otro, el alumno tiene el resultado en la foto. Por lo tanto, tiene el recurso de sumar y dejar de hacer la multiplicación, que es lo que nos interesa.

Figura 5. Modificaciones propuestas por FM33 y FM17.

Las transformaciones que se basan en eliminar el elemento gráfico del enunciado del problema aparecen en combinación con otro tipo de transformaciones. En algunos casos se combina con un cambio de requerimiento donde se solicita la representación gráfica del problema como en la modificación de FM43 (figura 6). En otros, este cambio se combina con otras transformaciones para coordinar la información numérica y gráfica y, el requerimiento del nuevo enunciado (modificación de FM36 en figura 4).

Eliminar el dibujo de las canicas y pedir el dibujo para la comprobación
Justificación: Facilitar el razonamiento del problema y evitar que cuenten como primera opción. Luego, que dibujen las canicas para comprobar si lo han contado bien.

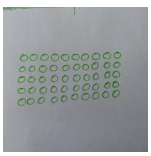
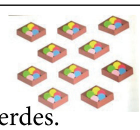
Figura 6. Modificación propuesta por FM43.

Por último, en la mayoría de las transformaciones donde se cambia el elemento gráfico por otro elemento gráfico, se sustituye el modelo de grupos iguales por otro modelo matemático y tan solo en una modificación se cambia el elemento gráfico a otro decorativo. El modelo de grupo representativo es el más escogido por los futuros maestros para dificultar estrategias de resolución basadas en el conteo o la suma reiterada (modificación de FM17 en la figura 5) aunque también encontramos algunas modificaciones con otros modelos como el rectangular (modificación FM18 en la figura 6).

Transformación de relaciones

La transformación de las relaciones entre datos, ya sean entre elementos numéricos o expresadas en el elemento gráfico, se organiza en dos códigos: i) añadir relaciones (28,2%) y, ii) eliminar relaciones (5,5%) en el enunciado del problema. Por la naturaleza de estos códigos, ambos aparecen mayoritariamente en combinación con otras transformaciones.

En el caso de eliminar relación, se presenta siempre con eliminar un elemento numérico y, con eliminar o cambiar el elemento gráfico. Por ejemplo, en la modificación de FM36 (figura 5) se elimina la relación que expresa el grupo representativo como resultado de eliminar un elemento numérico y el gráfico.

Modificación FM18 El Bruno ha ordenado las canicas y las ha colocado de esta manera. ¿Cuántas canicas tiene en total? 	Modificación de FM41:  Bruno tiene 10 cajas con 5 canicas cada una. Su hermana le coge, de cada caja, las canicas verdes. ¿Cuántas canicas tendrá ahora en total?

Justificación: De esta manera se trabaja el modelo rectangular de la multiplicación y se deja de forma libre que los alumnos multipliquen como les vaya bien, haciendo 10x5 o separando las canicas y después sumando, etc. (pensamiento multiplicativo y aditivo)	Justificación: Cambiando los datos se añade un grado más de dificultad al problema. No solo se trabaja el pensamiento multiplicativo, sino que también el aditivo, en este caso la resta.

Figura 7. Modificaciones propuestas por FM49 y FM41.

Respecto a añadir relaciones, esta transformación se presenta mayoritariamente en combinación con transformaciones del elemento numérico o con un cambio del elemento gráfico a otro modelo multiplicativo. Es frecuente que añadir una relación se combine con nuevos elementos numéricos, como en la modificación FM102 comentada anteriormente. Aunque estos dos códigos parecen tener un cierto grado de codependencia en el conjunto de los datos que necesita de mayor atención, también encontramos modificaciones en las que añadir relaciones se presenta en combinación con otros códigos. Por ejemplo, en la modificación de FM18 (figura 7), se eliminan los elementos numéricos y se introduce el modelo rectangular de la multiplicación expresando así nuevas relaciones del modelo que pueden incidir en la estrategia de resolución y los contenidos matemáticos sugeridos en el enunciado del problema. Por otro lado, encontramos algunas modificaciones donde añadir relaciones no se combina con otras transformaciones. En estos casos, además de añadir etapas y ampliar los posibles contenidos matemáticos del problema, se incide en la interpretación del elemento gráfico para extraer un nuevo dato (modificación de FM41 en la figura 7).

REFLEXIONES FINALES

Este trabajo supone una contribución significativa hacia la incipiente conceptualización de la competencia profesional en formulación de problemas escolares, en particular, lo relativo a la caracterización de la destreza "transformar problemas", dado que complementa aproximaciones anteriores (Carrillo et al., 2021; Chico et al., en prensa). En este estudio se ha iniciado la caracterización de transformaciones de la información de enunciados de problemas, identificando cuatro subcategorías en función de si se transforman elementos numéricos, gráficos o simbólicos, o relaciones entre datos. El refinamiento de estas cuatro subcategorías ha permitido descomponer cada una de ellas en diversos tipos de transformaciones según si se cambian, se añaden o se eliminan elementos o relaciones.

Los resultados muestran que las transformaciones de los elementos numéricos son las más frecuentes en las modificaciones propuestas por los futuros maestros. Esencialmente, con este tipo de transformaciones los futuros maestros cambian la tipología del problema dentro de la misma estructura multiplicativa o inciden en la complejidad del problema añadiendo etapas, ampliando las soluciones del problema o, eliminando la información numérica ya expresada en el elemento gráfico. Respecto a las transformaciones del elemento gráfico, aparecen en casi el 40% de las modificaciones propuestas por los futuros maestros. Este tipo de transformaciones se dividen entre aquellas que se preocupan de aspectos sociales y culturales del aprendizaje de las matemáticas y, aquellas que inciden en las estrategias de resolución del problema, dificultando o facilitando estrategias de conteo y suma reiterada. Con menos frecuencia, los futuros maestros transforman las relaciones dadas en el enunciado del problema. Este tipo de transformaciones conlleva añadir etapas al problema o ampliar significados matemáticos en el enunciado del problema. En conjunto, cuando los futuros maestros transforman la información del enunciado, inciden en la complejidad del problema, promoviendo u obstaculizando ciertas estrategias de resolución o variando los contenidos matemáticos del problema. En contraposición, cuando transforman el contexto, los futuros maestros se basan esencialmente en aspectos socioculturales del aprendizaje con el objetivo de facilitar la inmersión del alumno en el problema (Chico et al., en prensa). La variación de la complejidad del problema (Stein et al., 2000) asociada al tipo de transformación realizada será objeto de estudio en futuros trabajos, dado que resulta interesante, de cara a la formación de maestros, proporcionarles herramientas que les permitan gestionar dicha complejidad.

El siguiente paso de esta investigación será explorar la combinación y la relación de diversos tipos de transformaciones en las modificaciones propuestas por los futuros maestros mediante análisis cuantitativos. En este sentido, observamos que algunos códigos aparecen simultáneamente, de forma habitual, en las modificaciones analizadas. Esto podría implicar relaciones de codependencia entre ciertos códigos, como por ejemplo entre eliminar elementos numéricos y eliminar relaciones. En otros casos, se combinan diversos tipos de transformaciones atendiendo a diversos aspectos, como complejizar el problema, promover el desarrollo de nuevas estrategias de resolución o variar los contenidos matemáticos del problema, entre otros aspectos. Esto nos informa de la capacidad de los futuros maestros para coordinar diferentes transformaciones con una intencionalidad didáctica dirigida a promover aprendizaje matemático.

A medio plazo, el objetivo es generar tareas formativas, para contextos de formación inicial y continua de maestros, que permitan desarrollar la destreza en la transformación de problemas escolares, siendo estas tareas a su vez un vehículo para construir conocimiento especializado necesario para la enseñanza de las matemáticas.

Agradecimientos

A los equipos de los grupos de investigación GIPEAM (SGR2017-101) y DESYM (HUM-168), los proyectos PID2019-104964GB-I00 (MINECO) y RTI2018-096547-B-I00. Al centro de investigación COIDESO de la Universidad de Huelva, y a la red MTSK, auspiciada por AUIP.

Referencias

Carrillo, J., Montes, M. y Contreras, L. C. (2021). La competencia profesional en formulación de problemas escolares. En GIDIMAT-UA (Ed.), *Ideas para la Educación Matemática* (pp. 162-183). Compobell.

Crespo, S. (2003). Learning to pose mathematical problems: Exploring changes in preservice teachers' practices. *Educational Studies in Mathematics, 52*(3), 243-270.

Chico, J., Montes, M. y Badillo, E. (en prensa). Teachers' professional competence to pose school problems: the case of transformation of existing problems. En *Proceedings of the 12th Conference of the European Society for Research in Mathematics Education.* ERME

Elo S. y Kyngäs, H. (2008). The qualitative content analysis process. *Journal of Advancee Nursing*; *62*(1), 107-115.

Kilpatrick, J. (1987). *Problem formulating: Where do good problems come from*? En A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 123-147). Lawrence Erlbaum Associates.

Lavy, I. y Bershadsky, I. (2003). Problem posing via "what if not?" strategy in solid geometry–a case study. *Journal of Mathematical Behavior, 22*, 369-387.

Lavy, I. y Hourigan, M. (2019). Posing mathematically worthwhile problems: developing the problem-posing skills of prospective teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *23*, 341-361.

Malaspina, U. (2013). Variaciones de un problema. El caso de un problema de R. Douady. *UNION, Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 34*, 141-49.

Milinkovic, J. (2015). Conceptualizing problem posing via transformation. En F. M. Singer, N. F. Ellerton y J. Cai (Eds.), *Mathematical Problem Posing* (pp.47-70). Springer.

Montero, E. y Callejo, M. L. (2018). Cómo interpretan estudiantes para maestro respuestas de alumnos de primaria a problemas de división-medida con fracciones. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 378-386). SEIEM.

Montes, M., Pascual, I., Carrillo, J. y Martín-Díaz, J. P. (2022). Caracterización de problemas multiplicativos de números enteros propuestos por futuros maestros. *Educaçao e Pesquisa, 48*, 1-19.

Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A. y Silver, E. A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*. Teachers College Press.

Strauss, A. y Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. Universidad de Antioquia.

Tichá, M. y Hošpesová, A. (2015). Developing teachers' subject didactic competence through problem posing. *Educational Studies in Mathematics, 83*(1), 133-143.

Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. En R. Lesh y M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes*, (pp. 127-174). Academic Press.

Weinert, F. E. (2001). Concepts of competence: A conceptual clarification. En D. S. Rychen y L. H. Salgnik (Eds.), *Defining and selecting key competencies* (pp. 45-66). Hogrefe and Huber.