

LA ARITMÉTICA EN LA REAL ACADEMIA MILITAR DE MATEMÁTICAS DE ZAMORA (1789-1808)

Arithmetic in the Royal Military School of Mathematics of Zamora (1789-1808)

Monterrubio-Pérez, M. C.

Universidad de Salamanca

Resumen

La Academia de Matemáticas de Barcelona fue una institución muy importante de enseñanza militar durante el siglo XVIII, dedicada a la formación de los ingenieros militares. Con la misma normativa se creó la Real Academia Militar de Matemáticas de Zamora. En este trabajo se analiza un manuscrito, que se encuentra en la Biblioteca Central Militar de Madrid, y que presenta una serie de reflexiones para ayudar en la comprensión de los contenidos matemáticos impartidos en la Academia de Zamora. En particular, se presta atención a las aportaciones didácticas de dicho texto.

Palabras clave: aritmética, siglo XVIII, academia militar, ingenieros militares, aspectos didácticos

Abstract

Mathematic School of Barcelona was a very important institution for military taught during the 18th century, for the training of military engineers. With the same normative it was founded the Royal Military School of Mathematics of Zamora. In this paper we analyse a manuscript from Military Library of Madrid that include some reflections in order to help understanding the mathematical contents taught in the Academy of Zamora. We focused the attention in the didactical aspects of this manuscript.

Keywords: arithmetic, 18th century, military school, military engineers, didactical aspects

INTRODUCCIÓN

En el siglo XVIII, tal como señalan Riera y Riera (2008), se produce en España un gran avance en el estudio de la ciencia y la tecnología, en particular, en el estudio de las matemáticas, donde tiene especial importancia el papel de la Secretaría de Guerra y la de Marina. Concretamente, instituciones de carácter militar, como la Armada y el Ejército de Tierra, contribuyeron de forma significativa a fomentar el estudio de las Matemáticas. De hecho, como señalan Ceballos, Núñez y Villacampa (2013), la enseñanza de las Matemáticas fue llevada a cabo en las instituciones militares antes de la creación de cátedras de Matemáticas en las universidades españolas. En particular, podemos destacar la labor del cuerpo de Ingenieros militares, creado en 1710, tal como indican Capel, Sánchez y Moncada (1988), por Jorge Próspero de Verboom, discípulo de Fernández de Medrano, que había dirigido la Real Academia Militar de Matemáticas de Bruselas creada en 1675. El interés de Verboom por conseguir una formación de calidad para los ingenieros llevó a la creación de la Academia de Matemáticas de Barcelona, que entró en funcionamiento el 15 de octubre de 1720, con Mateo Calabro como director y donde la enseñanza era llevada a cabo por profesores pertenecientes al cuerpo de Ingenieros militares. En 1739 Pedro Lucuce es nombrado director de la Academia y permanece en este puesto durante cuarenta años, exceptuando el periodo de 1756 a 1760, dedicado a la Sociedad de Matemáticas de Madrid. Además de la Academia de Barcelona, existieron otros centros como las Academias militares de Cádiz, Orán, Ocaña y Zamora, entre otras.

De acuerdo con Carracedo Primo (2009, 2014), la Academia de Zamora se crea siguiendo la Real Orden de 22 de septiembre de 1789, con el mismo reglamento que la Academia de Barcelona, de forma que queda regulada por la Real Ordenanza de 29 de diciembre de 1751. La Academia se cierra en 1793 debido a la Guerra con Francia y se abre de nuevo en 1795. En 1803 se crea una nueva Academia para Ingenieros en Alcalá de Henares y se cierra la Academia de Barcelona. En 1805 se suprime la Academia de Cádiz. Solo queda en funcionamiento la Academia de Zamora, que cerrará en 1808.

A continuación se reproducen los artículos 54, 56, 57 y 58 de dicha Real Ordenanza:

54. Los tratados, y asuntos, que se hubieren de dictar en la Academia, deberán disponerse, y coordinarse por el Director de ella, dirigido todo por él, como doctrina propia, con aquella concision o extension que juzgare, según las materias, convenir al mayor fruto, teniendo para ello presente, que el fin de esta Academia, es la instrucción de las Tropas solo en las partes de las Mathematicas concernientes al Arte de la Guerra, tomando de ellas solo lo preciso à este intento, prefiriendo siempre lo útil à lo deleytoso.

56. Antes de dictar en la Academia los Quadernos pertenecientes à cada clase, los hará vèr al Inspector, para que con su aprobacion se escriban, omitiendo esta prevencion, quando haviendose de dar en otro Curso, no huviere hecho novedad en ellos.

57. Aprobados los Quadernos por el Inspector, los entregará el Director de la Academia à los Ayudantes, para que los dicten en sus clases, y de ellos no variarán cosa alguna sin consentimiento del Director, ni se estenderán en su explicación à otros asuntos, que los respectivos à aquellos de que traten, sin mezclar ajenas especies, que solo perturban la genuina inteligencia de los Quadernos; y el Inspector cuidará se archive copia de estos en la Libreria de la Academia.

58. Qualquier alteracion, que el Director de la Academia tuviere por necesaria, ò conveniente hacer en lo perteneciente à la enseñanza, que aqui se establece, segun la experiencia fuere manifestando, la hará presente al Ingeniero General; y si no fuere supuesto de mucha entidad, que mereciere mi Real atencion, resolverà por sí lo que juzgare mas util.

De acuerdo con la ordenanza el plan de estudios está formado por los siguientes contenidos: Aritmética; Geometría Especulativa (los seis primeros libros de Euclides, el once y el doce); Cónicas (Elipse, Parábola, Hipérbola); Geometría Práctica (incluye Trigonometría); Fortificación defensiva y ofensiva, regular e irregular, real y de campaña, con ataque y defensa de las plazas; Mecánica general; Tratado teórico de Artillería; Cosmografía o descripción del Universo; Arquitectura Civil y Dibujo.

Tal como se señala en la ordenanza, los contenidos impartidos eran seleccionados por el director de la Academia y las clases eran tomadas al dictado. Capel, Sánchez y Moncada (1988), señalan que Pedro Lucuce fue el encargado de redactar los textos utilizados en la Academia. Según indican Ceballos, Núñez y Villacampa (2013), Lucuce se basó en los seis primeros libros de Euclides, en obras de Crouzaz, Bellidor, Le Clerc, obras españolas de Mateo Calabro, Fernández de Medrano, Larrando de Mauleón, el Marqués de Santa Cruz de Marcenado y el Compendio Mathematico del padre Tomás Vicente Tosca. Dado que el texto de Lucuce se iba a destinar a la enseñanza, posiblemente eligió a Tosca ya que, como señalan Maz-Machado y Rico (2015), en el texto de Tosca “El interés por mostrar estos contenidos matemáticos de forma didáctica y facilitar su comprensión es una constante” (p. 58). Este manuscrito basado en el curso de Pedro Lucuce se encuentra en la Biblioteca Central Militar de Madrid (BCM) con el título Curso inédito de matemáticas, fortificación, artillería, cosmografía y arquitectura que sirvió de texto en las Academias militares (Pedro Lucuce), y corresponde a los apuntes tomados por Antonio Remón y Zarco Torralbo y Orbaneja en los años 1760.

Además, en la BCM también se encuentra un manuscrito, de autor anónimo, pero que, según indica Velamazán (2015), algunos autores atribuyen a Antonio Sangenís, que estudió en la Academia de

Barcelona y en 1795 fue nombrado profesor de la Academia de Zamora. El documento se presenta con el título: “Reflexiones y observaciones necesarias para la más completa inteligencia del tratado de Aritmética Universal que se enseña en la Real Escuela Militar de Matemáticas de Zamora”.

Teniendo en cuenta que, tal como se ha indicado, las clases se daban al dictado, es posible que este texto se utilizara para trabajar de forma más sencilla con aquellos alumnos que no aprobaban y que debían trabajar más la parte de Aritmética.

El objetivo de este trabajo consiste en analizar las aportaciones, desde el punto de vista didáctico, de este documento atribuido a Sangenis.

MARCO TEÓRICO Y ANTECEDENTES

El siglo XVIII fue un año especialmente importante en el desarrollo del conocimiento matemático. Como señala Garma Pons (1978) los grandes avances en la producción matemática van unidos a los avances de la técnica. Una forma de analizar los contenidos desarrollados es a través de las obras de diferentes autores de la época. Es el caso, por ejemplo, del trabajo de Maz (2009) que analiza el concepto de número en manuales españoles de matemáticas de los siglos XVIII y XIX, Oller-Marcén (2018) que analiza la obra matemática de Ventura de Ávila, o el estudio de Sánchez Sierra y González Astudillo (2020) sobre la obra de Odriozola.

Un aspecto de especial interés en el análisis de materiales de este tipo es la idea de Fenomenología de Freudenthal entendiendo, como señala Puig (1997, que “El análisis fenomenológico de un concepto o de una estructura matemática consiste entonces en describir cuáles son los fenómenos para los que es el medio de organización” (p. 63). En particular, resulta de especial interés lo que Freudenthal denomina Fenomenología didáctica, que lleva a prestar atención a los fenómenos relacionados con el mundo de los alumnos y las situaciones propias del proceso de enseñanza-aprendizaje.

METODOLOGÍA

Se trata de un estudio de carácter descriptivo en el que se realiza un análisis de dos documentos. De acuerdo con Rico y Fernández-Cano (2013) “El análisis didáctico es un método de investigación propio de la didáctica de la matemática” (p. 13). Tal como describe Gómez (2002), el análisis didáctico consta de cuatro fases: Análisis de contenido, Análisis cognitivo, Análisis de instrucción y Análisis de actuación. En particular nos centraremos en el análisis de contenido y, siguiendo a Gómez (2002) prestaremos atención a la estructura conceptual, los sistemas de representación y el análisis fenomenológico. Este estudio consiste en una investigación en la que se realiza una búsqueda documental sobre documentos de carácter histórico, que nos lleva al análisis de dos fuentes directas (o primarias) que cumplen con las condiciones señaladas por Saez-Rosenkranz (2016) que considera que “Es necesario verificar la capacidad de las fuentes para entregar una información fiable y adecuada para explicar el fenómeno que se quiere resolver” (p. 110). En nuestro caso, las dos fuentes son dos manuscritos. Nuestro análisis se centra en un manuscrito que expone una serie de reflexiones necesarias para poder entender mejor los contenidos desarrollados en las Academias militares de Matemáticas y que se encuentran en el otro manuscrito estudiado.

RESULTADOS

En primer lugar, prestamos atención a la estructura de ambos textos. Posteriormente, observaremos algunos de los conceptos que se incluyen en cada uno de los manuscritos analizados y la forma en la que se presentan dichos conceptos, y prestaremos especial atención al análisis fenomenológico y a las aportaciones desde el punto de vista de la didáctica.

El manuscrito basado en el curso de Lucuce (Figura 1) se presenta con el título “Curso matemático para la instrucción de los militares”. Cuenta con una Introducción, un apartado dedicado a

Fundamentos de la Matemática y un primer tratado, De la Aritmética, compuesto por los siguientes libros y capítulos:

Libro 1º. De la Aritmética.

Capítulo 1º. De la numeración.

Capítulo 2º. Del algoritmo de los números enteros: esto es de las cuatro primeras reglas de la Artimética vulgar que son Sumar, Restar, Multiplicar y Partir.

Capítulo 3º. De las fracciones vulgares.

Libro 2º. Del Algoritmo Literal.

Capítulo 1º. De la Adición, Sustracción, Multiplicación y Partición de las Cantidades Literales.

Capítulo 2º. De los quebrados literales

Libro 3º. De la razón y proporción en común.

Libro 4º. De las reglas de Proporción.

Libro 5º. De las potencias y raíces de los números, y singularmente de la composición y resolución de los números cuadrados y cúbicos.

Capítulo 1º. De la síntesis o composición de las potencias.

Capítulo 2º. Del análisis o resolución de las potencias: esto es de la extracción de la raíz.

Libro 6º. De las progresiones.

Capítulo 1º. De la Progresión Aritmética.

Capítulo 2º. De la Progresión Geométrica.

El manuscrito atribuido a Sangenis (Figura 2) y cuyo análisis nos ocupa en este trabajo, presenta la siguiente estructura:

Un apartado de Introducción, con el título Reflexiones necesarias para la más completa inteligencia de los principios de la Matemática.

Capítulo 1º. De la numeración.

Capítulo 2º. Del algoritmo de los números enteros.

Capítulo 3º. De la resolución y composición de los números.

Capítulo 4º. De las fracciones en general.

Capítulo 5º. De las fracciones decimales.

Capítulo 6º. De las fracciones continuas.

Capítulo 7º. De la extracción de la raíz cuadrada y cúbica.

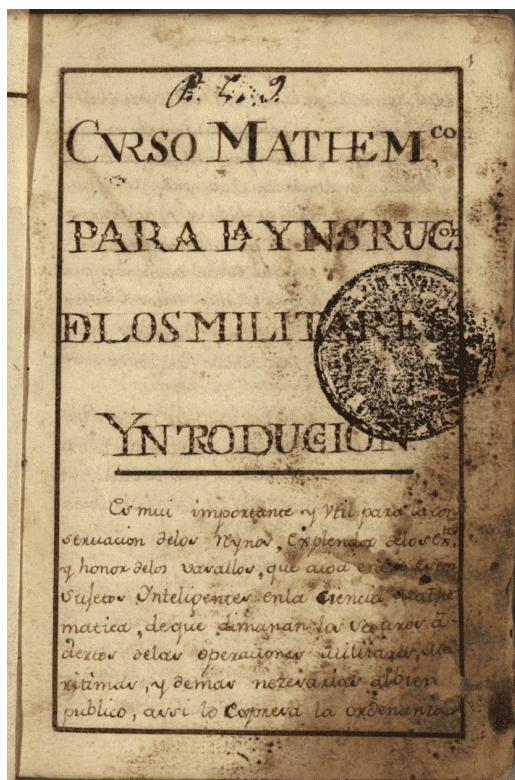


Figura 1. Manuscrito basado en el curso de Pedro Lucuce

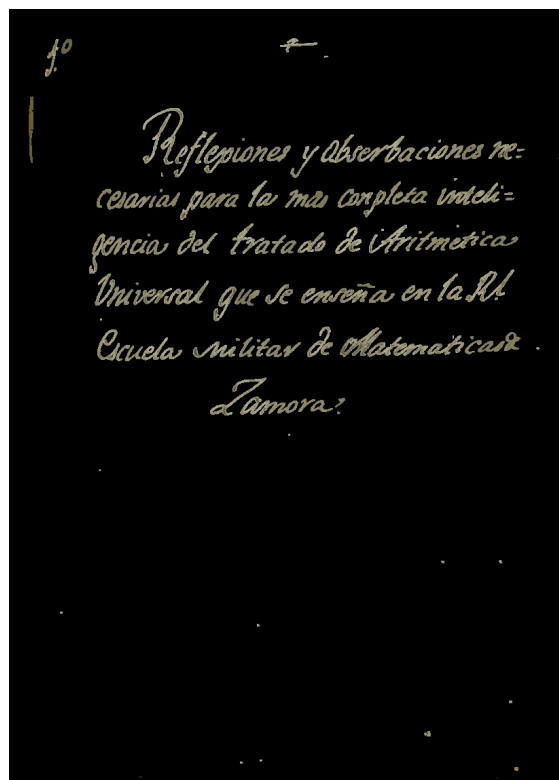


Figura 2. Manuscrito anónimo atribuido a Sangenis

En el apartado de Fundamentos del manuscrito basado en el curso de Lucuce se explica el significado de los términos Definición, Axioma, Postulado, Proposición, Teorema, Problema, Lema, Corolario, Escolio e Hipótesis. En la introducción del manuscrito atribuido a Sangenis se explica lo que es Analizar, las ideas singulares (las que adquirimos por medio de los sentidos), que nos llevarán a la formación de las ideas abstractas que pueden ser simples (color o sonido, por ejemplo) o compuestas (idea de hombre, caballo, árbol, casa, etc.). Señala la importancia de las ideas abstractas en el estudio de las Matemáticas explicando que primero se prescinde del color, peso y otras cualidades físicas para llegar a la idea abstracta de la extensión figurada y, después, se prescinde de la figura y se obtiene la idea simple y abstracta de la extensión. Además, señala que el hecho de que la extensión, peso, medida, etc., pueda ser mayor o menor que cualquier otra extensión, peso, medida, etc., permite llegar a la idea abstracta de cantidad.

En el primer capítulo, titulado “De la numeración” tanto en el manuscrito basado en el curso de Lucuce como en el manuscrito que nos ocupa, se comienza presentando una serie de definiciones que se muestran en la Tabla 1.

Hay algunos conceptos que solo figuran en el manuscrito basado en el curso de Lucuce, como por ejemplo: Número racional o efable (conmensurable con la unidad), Número irracional, inefable o Geométrico (es con la unidad inconmensurable), partes alícuota y alicuanta.

En el estudio de las operaciones de sumar, restar, multiplicar y dividir, ambos textos trabajan con situaciones reales y presentan enunciados en los que intervienen las siguientes unidades:

Varas, pies, pulgadas y líneas (una vara está formada por 3 pies, un pie por 12 pulgadas y una pulgada por 12 líneas).

Pesos, reales y maravedís (un peso equivale a 15 reales y un real a 34 maravedís).

Quintal, arroba, libra y onza (un quintal está compuesto por 4 arrobas, la arroba por 25 libras y la libra por 16 onzas).

Signos, grados, minutos y segundos (un signo está formado por 30 grados, un grado por 60 minutos y un minuto por 60 segundos).

En el manuscrito basado en el curso de Lucuce los ejemplos con este tipo de unidades se centran en la suma y la resta mientras que el texto de Reflexiones también las utiliza en la multiplicación y la división. Un aspecto de interés en este texto se presenta en la explicación de la resta, cuando señala que “Siendo el sustraendo mayor que el minuendo, si se sustrae este de aquel, la resta será lo que falte al minuendo para poderse efectuar la sustracción, o lo que quedará por restar”. Es decir, plantea la posibilidad de que el sustraendo sea mayor que el minuendo, pero no se habla en ningún momento de números negativos que sí se incluyen en el manuscrito basado en el curso de Lucuce.

TABLA 1. Definiciones de algunos conceptos en las dos obras analizadas		
CONCEPTO	MANUSCRITO BASADO EN EL CURSO DE PEDRO LUCUCE	MANUSCRITO ATRIBUIDO A SANGENÍS
Número	Uno es lo que de tal suerte es algo que no puede ser otra cosa, como un ángel, una piedra, un hombre, etc. Unidad es el abstracto por quien se dice uno. Número: Cuanto se refiere o hace relación a la unidad	Número: Cuanto se refiere o hace relación a la unidad. En particular define número concreto (referido a la unidad concreta) y número abstracto (referido a la unidad abstracta).
Cantidades homogéneas y heterogéneas	Dos cantidades se dicen homogéneas cuando la una repetida algunas veces puede exceder a la otra. Heterogéneas, cuando la una por muchas veces que se repita no puede exceder a la otra.	Cantidades homogéneas: se refieren a una misma unidad. Cantidades heterogéneas: se refieren a distintas unidades. Para expresar las relaciones que corresponden a los números determinados es necesario que se examinen contando, midiendo y pesando las mismas cantidades.
Número entero	Se refiere a la unidad como el todo a la parte	El que solo consta de unidades
Quebrado, fracción o minucia	Se refiere a la unidad como la parte al todo	Equivale a parte de una unidad

Otro elemento cuyo análisis resulta interesante es el cálculo del máximo común divisor, que en ambos manuscritos se denomina mayor medida común. Mientras que el manuscrito basado en el curso de Lucuce solo propone calcularlo aplicando el algoritmo de Euclides, el manuscrito atribuido a Sangenis trabaja, además, con la factorización en números primos y el cálculo haciendo el producto de los factores comunes. Además, este texto presenta los criterios de divisibilidad para el dos, el tres y el cinco.

CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS DE FUTURO

El manuscrito basado en el curso de Lucuce presenta los diferentes elementos que componen el estudio de las matemáticas distinguiendo de forma expresa definiciones, lemas, teoremas, corolarios, escolios, etc., mientras que el manuscrito atribuido a Sangenis tiene una estructura lineal en la que se dan definiciones y se procede con las explicaciones que se consideran pertinentes para la comprensión del concepto y su utilización en la resolución de situaciones que, generalmente, tienen que ver con lo que les va a resultar de utilidad a los alumnos de la Academia en su vida cotidiana.

Se observa que las definiciones en el manuscrito basado en el curso de Lucuce se presentan de forma muy rigurosa, mientras que el manuscrito de Reflexiones trata de ser más didáctico, añadiendo más explicaciones, tratando de presentar los contenidos de forma más concreta. De hecho no incluye algunas definiciones, por ejemplo, numero efable e inefable, puesto que no son necesarias para las aplicaciones prácticas que presenta. Además, trabaja siempre con ejemplos numéricos, mientras que Lucuce incluye un libro completo, el segundo, dedicado a la Aritmética literal. También es interesante observar que propone procedimientos diferentes para realizar algún cálculo, como en el caso del cálculo del máximo común divisor de varios números, en el que además del algoritmo de Euclides, propuesto en el manuscrito basado en el curso de Lucuce, indica la posibilidad de calcularlo a partir de la factorización en números primos. Sin duda, es interesante como recurso didáctico ofrecer diferentes posibilidades de realizar un mismo cálculo.

Se pone de manifiesto que para tratar de ayudar a comprender los contenidos matemáticos, se intenta trabajar de forma concreta, prestando atención a la parte numérica en lugar de trabajar con variables y tratando de contextualizar los contenidos, tal como señalan los principios de la Fenomenología didáctica. Es el caso de los aspectos observados en el estudio de la multiplicación y la división que, en el caso del manuscrito atribuido a Sangenis, plantea enunciados verbales variados en los que se deben utilizar las operaciones para resolver situaciones reales con diferentes unidades habituales en la vida diaria de la época (varas, pies, pesos, reales, etc.).

El estudio de un documento como el manuscrito atribuido a Sangenis, que ya en su título indica que está destinado a “la más completa inteligencia” de los contenidos tratados en la Academia nos lleva a compartir la idea de Oller-Marcén (2018) cuando señala que este tipo de trabajos sobre aspectos didácticos de obras del pasado pueden ser de utilidad para la formación de profesorado, entre otros aspectos porque nos permite conocer recursos didácticos utilizados en el pasado.

Este trabajo se debe completar analizando, de forma exhaustiva, todos los libros que componen el tratado de aritmética del manuscrito basado en el curso de Lucuce y las reflexiones propuestas en el manuscrito atribuido a Sangenis.

AGRADECIMIENTO

Agradezco al Instituto de Estudios Zamoranos Florián de Ocampo la concesión de una beca de investigación en la convocatoria de 2019 para el desarrollo de la investigación sobre la Real Academia Militar de Matemáticas de Zamora (1789-1808).

BIBLIOGRAFÍA

Anónimo (s.f.). *Reflexiones y observaciones necesarias para la más completa inteligencia del tratado de Aritmética Universal que se enseña en la Real Escuela Militar de Matemáticas de Zamora*. (BCM, ML-R-338 A)

Capel, H.; Sánchez, J. E. y Moncada, O. (1988). *De Palas a Minerva. La formación científica y la estructura institucional de los ingenieros militares en el siglo XVIII*. Barcelona: Serbal.

- Carracedo Primo, J. (2009) Las academias militares de la ciudad de Zamora. *Actas del IV Congreso de Historia militar, Zaragoza. Vol. II*, comunicaciones pp. 25-27. Madrid: Ministerio de Defensa.
- Carracedo Primo, J. (2014). *Historia Militar de Zamora desde el siglo XVIII*. Zamora: Instituto de Estudios Zamoranos “Florian de Ocampo”.
- Ceballos, M., Núñez, J. y Villacampa, R. (2013). Pedro de Lucuce y Ponce y las instituciones matemático-militares españolas del siglo XVIII. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 16 (1), 147-168.
- Garma Pons, S. (1978). Producción matemática y cambios en el sistema productivo en la España de finales del siglo XVIII. En A. Carreira, J. A. Cid, M. Gutiérrez y R. Rubio, Homenaje a Julio Caro Baroja. Madrid: Centro de Investigaciones sociológicas.
- Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *Revista EMA*, 7 (3), 251-292.
- Maz, A. (2009). Investigación histórica de conceptos en los libros de matemáticas. En M. J. González, M. T. González y J. Murillo (Eds), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 5-20). Santander: SEIEM.
- Maz-Machado, A. y Rico, L. (2015). Principios didácticos en textos españoles de matemáticas en los siglos XVIII y XIX. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME*, 18 (1), 49-76. Doi: 10.12802/relime.13.1812
- Oller-Marcén, A. M. (2018). Aspectos didácticos de las obras matemáticas del ilustrado Ventura de Ávila. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 417-426). Gijón: SEIEM.
- Puig, L. (1997): Análisis fenomenológico. En Rico, L. (Coord.), *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*, pp. 61-94. Barcelona: ICE Universidad de Barcelona – Horsori.
- Real Ordenanza de 29 de diciembre de 1751 para la subsistencia, régimen y enseñanza de la Real Academia Militar de Matemáticas, establecida en Barcelona, y las particulares de Ceuta, Orán, unas y otras al cargo y dirección del Cuerpo de Ingenieros, para la enseñanza de los Oficiales y Cadetes del Ejército.
- Remón Zarco Torralbo Orbaneja, A. (1759-61) *Curso inédito de matemáticas, fortificación, artillería, cosmografía y arquitectura que sirvió de texto en las academias militares*. Cuaderno copiado del *Curso de Matemáticas* manuscrito elaborado por Lucuce. (BCM, ML-R-235 A).
- Rico, L. y Fernández Cano, A. (2013). Análisis didáctico y metodología de investigación. En L. Rico, J. L. Lupiáñez y M. Molina (Eds.) *Análisis didáctico en Educación Matemática* pp. 1-22. Granada: Comares.
- Riera, J. y Riera, L. (2008). La Academia de Matemáticas de Barcelona: Ilustración e inquisición a finales del siglo XVIII. *Nova Época*, 1 (2), 153-159.
- Sáez-Rosenkranz, I. (2016). El método histórico aplicado a la investigación educativa. *REIRE. Revista d’Innovació i Recerca en Educació*, 9 (2), 106-113. Doi: 10.1344/reire2016.9.2927.
- Sánchez Sierra, I. M. y González Astudillo, M.T. (2020). La geometría analítica en el Curso completo de matemáticas puras (1829) de José de Odriozola. *Historia y Memoria de la Educación* 11, pp. 113-149
- Velamazán, M. A. (2015). Revisión de la formación y la aportación matemática del ingeniero militar Antonio Sangenís (1767-1809). *Llull*, Vol. 38 (N.º 82), 371-397. ISSN: 0210-8615.