

IMÁGENES EN LOS TEXTOS DE EDUCACIÓN PRIMARIA: ¿CUÁNTO APORTAN A LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS?

Pictures in elementary education texts: How much do they contribute to problem solving?

Olivares, D.^a, Segovia, I.^a y Lupiáñez, J. L.^a

^aUniversidad de Granada

Resumen

El objetivo de este trabajo es caracterizar la presencia de imágenes que acompañan a problemas en tres libros de texto de educación primaria en Chile. Analizamos en total 397 imágenes, utilizando como método el análisis de contenido. Nos enfocamos en tres aspectos: presencia de imágenes que acompañan a problemas en los libros de texto; tipos de imágenes (ilustrativas, analíticas o abstractas) y aporte a los procesos de resolución. Como resultado encontramos una cantidad considerable de imágenes que acompañan a problemas, en mayor proporción de tipo ilustrativas, pero con poca relevancia como apoyo a la resolución. Como conclusión, consideramos que las imágenes que incorporan los textos podrían aportar más a la resolución de problemas si uso fuera más intencionado.

Palabras clave: *análisis de textos, resolución de problemas, análisis de contenido, representaciones visuales*

Abstract

The goal of this work is to characterize the presence of pictures that accompany problems in three primary education textbooks in Chile. We analyzed 397 images, using the content analysis method. We focused on three aspects: the presence of pictures that accompany problems in textbooks, types of pictures (illustrative, analytical or abstract pictures) and contribution to the solving processes. As a result, we found a considerable amount of pictures that accompany problems, in a greater proportion of illustrative type, but with little relevance to support solving processes. In conclusion, we consider that the pictures that incorporate the texts could contribute more to problem solving if its use were intentional.

Keywords: *text analysis, problem solving, content analysis, visual representations*

INTRODUCCIÓN

Los libros de texto se consideran un recurso fundamental para la enseñanza de las matemáticas, ya que dan forma a nuestra manera de aprenderlas (Son y Diletti, 2017). En los libros de texto, así como en las matemáticas en general, la resolución de problemas es o debiera ser un aspecto central (Zimmermann, 2016). Por este motivo, múltiples estudios han centrado sus esfuerzos en determinar cómo se aborda la resolución de problemas en los textos utilizados a nivel escolar, y cuáles son las mejores condiciones para obtener resultados en su aprendizaje (Cai, Jiang, Hwang, Nie, y Hu, 2016; Fan y Zhu, 2007; Jäder, Lithner, y Sidenvall, 2019; Mauch y McDermott, 2007; Takahashi, 2016; van Zanten y van den Heuvel-Panhuizen, 2018).

Sin embargo, a pesar de la larga tradición que existe en el análisis de libros de texto, hay un aspecto que se ha tomado poco en cuenta, y que no ha tenido el mismo desarrollo que otros ámbitos de análisis. Se trata del estudio de los elementos no textuales, imágenes o ilustraciones presentes en los textos de matemáticas (Jellis, 2008). Las representaciones visuales, adecuadamente utilizadas, permiten a los estudiantes contar con herramientas para analizar los problemas y pensar de manera

más flexible (NCTM, 2003). La presencia de ilustraciones en tareas de resolución de problemas es aún más importante en cursos pequeños, en que los estudiantes aún se encuentran desarrollando sus habilidades de lectura y comprensión (Jellis, 2008).

Sin embargo, no todas las imágenes contribuyen de la misma forma a facilitar los procesos de resolución de problemas (Puig y Cerdán, 1988), ni todos los textos incorporan la misma cantidad de imágenes. Nos preguntamos entonces, ¿qué tipo de imágenes acompañan a los problemas en los libros de texto de un curso de educación primaria?, ¿cuántos problemas aparecen apoyados por el uso de imágenes?, ¿en qué medida estas imágenes contribuyen a los procesos de resolución?

El objetivo de este trabajo es caracterizar la presencia de imágenes que acompañan a los problemas que aparecen en tres libros de texto de cuarto año de la educación primaria en Chile. Para ello nos centramos en tres aspectos: cantidad de imágenes que acompañan a problemas, tipos de imágenes y aporte a los procesos de resolución. En este trabajo utilizaremos el término ‘imágenes’ para referirnos de manera genérica a elementos no textuales presentes en los libros de texto, tales como figuras, ilustraciones, esquemas, dibujos, etc.

MARCO TEÓRICO

Desde finales de los años 80 hasta la actualidad, distintas investigaciones han abordado algunos aspectos en el estudio del uso de ilustraciones, dibujos y esquemas en los libros de texto de matemáticas. Son y Diletti (2017) los llaman de forma genérica “elementos no-textuales”, y señalan la importancia de analizar no solo su presencia en los libros de texto, sino principalmente su relevancia y relación con los problemas o conceptos matemáticos trabajados. Mauch y McDermott (2007) señalan que los diagramas y figuras son una parte importante de los libros de texto de matemáticas, aunque no debe excederse en su uso ya que pueden resultar abrumadores y distraer la atención. Agrawal, Gollapudi, Kannan y Kenthapadi (2011) apelan a la falta de calidad del material visual incluido en los libros de texto, y desarrollan un algoritmo para encontrar imágenes relevantes en la Web que complementen a las presentes en los textos. El trabajo de estos autores pone de manifiesto la necesidad de establecer mejores criterios a la hora de incluir elementos como las imágenes en los libros de texto.

Kim (2012) utiliza una clasificación para analizar la adecuación de los elementos no textuales a los libros de matemática en general, usando los criterios de precisión, conectividad, contextualidad y concisión, en relación con el contenido enseñado. Otros trabajos han abordado aspectos particulares sobre el uso de imágenes en los textos de matemáticas, como por ejemplo Marmolejo y González (2013), que proponen una metodología para caracterizar tareas de áreas de regiones poligonales como apoyo al desarrollo de la visualización.

En este trabajo utilizamos la clasificación usada en Puig y Cerdán (1988), sobre las imágenes que aparecen en los libros de texto. Empleamos esta clasificación ya que nos permite hacer una valoración del uso de imágenes con respecto, no al contenido en sí, sino específicamente a los problemas que aparecen en los textos. Según estos autores, las imágenes que acompañan a los problemas en los libros de texto pueden ser de tres tipos:

Objeto-ilustrativas: se refiere a imágenes que pueden haber sido mencionadas en el problema, o figuras que representan el tema del problema. Puede estar representado material de cálculo e incluso el resultado numérico. Los detalles expresivos que pueda incluir este tipo de imágenes son prescindibles a la resolución de los problemas (Edens y Potter, 2008). Por ejemplo, si un problema requiere determinar el área de una superficie dadas sus medidas, una imagen de este tipo puede ser la de un parque, una cancha o un patio, sin incluir detalles esquemáticos.

Objeto-analíticas: se trata de imágenes de objetos que ofrecen una idea de las relaciones entre los datos, mediante una adecuada configuración espacial. Incluyen algunos elementos esquemáticos, y

por lo general requieren ayuda del profesor para entenderlos. Se representan relaciones y proporciones espaciales entre objetos (Edens y Potter, 2008).

Diagramas abstractos y esquemas que reflejan relaciones entre los datos: se trata de figuras abstractas. Según la teoría, debiesen ser los más provechosos. Sin embargo, no tienen utilidad si aparecen en el texto sin mayor preparación, ya que los estudiantes necesitan de entrenamiento especial para llegar a comprenderlos. Según Edens y Potter (2008), los estudiantes que aprenden a utilizar este tipo de representaciones suelen ser también los resolutores más exitosos.

ANTECEDENTES

Algunos estudios recientes analizan el uso de imágenes, comparando textos de distintos países, o varias ediciones en un mismo país. Zhu y Fan (2006) analizan libros de texto de China y los comparan con series de libros de los Estados Unidos. Encontraron que en los textos de Estados Unidos hay más presencia de elementos visuales que forman parte de problemas, o que constituyen el problema en sí mismo (41,6%, en comparación con el 19,3% de los textos de China). Estos resultados los relacionan con otros informes que señalan que los estudiantes estadounidenses tienen más habilidades y disposición a trabajar con elementos visuales al resolver problemas que los estudiantes chinos. Kim (2012) realiza un estudio exploratorio de los elementos no textuales que son incluidos en tres libros de texto de Estados Unidos y tres de Corea. El estudio demuestra que las ilustraciones incorporadas en los textos, especialmente aquellas más pictóricas, no contribuyen mayormente a la comprensión de los conceptos matemáticos trabajados. A pesar de que estas pueden tener un potencial para el aprendizaje y el desarrollo del pensamiento, en los libros de texto se suelen usar más como elementos decorativos o motivacionales. Takahashi (2016) analiza libros de textos japoneses, comparando ediciones de 2006 y de 2011. Como resultado encuentra que las ediciones más recientes incluyen más diagramas que ayudan a los estudiantes a resolver los problemas de forma independiente, e incluyen ilustraciones sobre distintos enfoques para abordar un problema.

MÉTODO

El trabajo fue de tipo interpretativo, utilizando el análisis de contenido. Elegimos este método ya que a través de una descomposición del contenido analizado, permite descubrir la estructura interna de lo comunicado (Luis Rico y Fernández-Cano, 2013). Lo comunicado en este caso corresponde a las imágenes que acompañan a los problemas en los libros de texto.

La muestra se compone de tres textos de las editoriales que han ganado las licitaciones del Ministerio de Educación desde el año 2013. Las licitaciones son procesos que deciden qué editorial elabora los textos que son distribuidos de forma gratuita al sistema público y particular subvencionado. Las editoriales deben atenerse a los criterios planteados en las bases de licitación entregadas por el Ministerio de Educación. Los textos analizados son los que se han utilizado desde que entró en vigencia el currículo reformado de 2012, y son los que se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Textos analizados.

Texto	Código
Batarce, Y., Cáceres, B. y Kükenshöner, C. (2013). Matemática 4° básico Tomo I. Santiago: Editorial Santillana.	T1
Alfaro, S., Espinoza, Y. y Cano, S. (2014). Texto del estudiante Matemática 4° básico. Santiago: Editorial Galileo.	T2
Rodríguez, R., García, D., Romante, P. y Verdejo, A. (2019). Texto del estudiante Matemática 4° básico. Santiago: Editorial SM.	T3

El análisis constó de los siguientes pasos: en primer lugar, realizamos una inspección general de cada texto para lograr familiarización con su estructura, forma de presentar el contenido, método de trabajo, etc. En segundo lugar, llevamos a cabo una lectura en profundidad, a la vez que selección

de unidades de análisis. Una unidad de análisis corresponde a segmentos de datos a los cuales se les aplica una categoría que describe conceptos de interés para comprender el fenómeno de estudio (Hernández-Sampieri y Mendoza, 2018). En nuestro caso las unidades de análisis son las imágenes que acompañan a los problemas. Para identificarlas, primero determinamos en cada caso a qué tipo de tareas cada texto considera como problemas, para luego identificar las imágenes que los acompañan. En tercer lugar, asignamos categorías a las unidades de análisis, a través de un código, con apoyo del software Atlas.ti. Utilizamos este software ya que permite guardar la codificación y volver a recuperar las unidades de análisis en su contexto. Posteriormente se traspasó la codificación a hojas de cálculo para futuros análisis y chequeo de consistencia. La codificación del mismo material fue realizada varias veces en distintos momentos de la investigación, lo que nos permitió comprobar que las codificaciones fueran consistentes.

En principio utilizamos un sistema de categorías a priori, basado en nuestro marco teórico. A medida que avanzó el análisis debimos incorporar una categoría emergente, la cual explicamos en profundidad en el apartado de Resultados. El sistema final quedó conformado como se muestra en la Tabla 2.

Tabla 2. Sistema de categorías.

Categoría	Subcategoría	Código
Presencia de imágenes que acompañan a problemas	Problemas	Problema
	Imágenes acompañando a problemas	Imagen
Tipos de imágenes utilizadas	Objeto-ilustrativas	Ilustrativas
	Objeto-analíticas	Analíticas
	Diagramas abstractos y esquemas que reflejan relaciones entre los datos	Abstractas
Papel de las imágenes en el proceso de resolución	Parte del problema	Parte
	Ayuda para la resolución	Ayuda

RESULTADOS

A continuación, damos a conocer los resultados, organizados según las preguntas de investigación.

Presencia de imágenes que acompañan a problemas

Para analizar la categoría presencia de imágenes que acompañan a los problemas en los libros de texto, utilizamos dos subcategorías: problemas e imágenes que acompañan a problemas. En la Tabla 3 mostramos la cantidad total de problemas y de imágenes halladas en los tres textos.

Tabla 3. Presencia de imágenes que acompañan a los problemas

	T1	T2	T3
Total de problemas	294	601	211
Cantidad de imágenes que acompañan a los problemas	95	207	95

En los tres textos encontramos imágenes acompañando a los problemas, aunque en el T3 fue donde encontramos mayor proporción de imágenes en relación con el total de problemas. Por otro lado, en T2 encontramos mayor cantidad de problemas por un amplio margen. Sin embargo, muchos problemas sólo consistían en la lectura de un texto, o compartían una misma imagen que otorgaba un contexto general. Por ejemplo, una imagen de un safari en África y un gráfico de barras horizontales dan paso a 2 tareas de resolución de problemas sobre datos, 4 sobre álgebra y una tarea de invención de problemas.

Tipos de imágenes utilizadas

Para esta categoría utilizamos la clasificación de Puig y Cerdán (1988), según la cual, las imágenes incluidas en los libros de texto pueden pertenecer a una de las siguientes subcategorías:

Ilustrativas: Corresponden a objetos individuales, o imágenes alusivas al tema del problema, que no incluyen elementos esquemáticos. En los tres textos, este tipo de imágenes es el que predomina. Tanto en T1 como en T2, este tipo de imágenes corresponden por lo menos a la mitad de todas las imágenes encontradas. En T3 el porcentaje llega al 76,8% de todas las imágenes que acompañan a problemas. Por lo general, las imágenes reflejan lo mismo que expone el texto del problema. En otras ocasiones corresponde a un personaje, o a la ilustración de un paisaje que da contexto a la situación planteada. Por ejemplo, un espectáculo de circo, una estación espacial o una carretera en las montañas.

Analíticas: Corresponden a objetos que permiten apreciar las relaciones numéricas o espaciales entre los datos. Suelen incluir elementos abstractos, y requieren entrenamiento para comprenderlos. Este tipo de imágenes aparece en menor proporción que las ilustrativas. En T2 fue donde más encontramos este tipo de imágenes en relación con el total de problemas (33,3%), y en T3 donde menos (18,9%). En general este tipo de imágenes las encontramos en mayor cantidad en el tratamiento de temas del eje de Medición y Geometría. Por ejemplo, en problemas relacionados con el cálculo de áreas, o con orientación en el plano. En el eje de Números y Operaciones también encontramos algunos ejemplos, relacionados con el uso de bloques multibase. Los elementos esquemáticos por lo general corresponden a los pasos necesarios para llevar a cabo los algoritmos de las operaciones básicas, y no necesariamente para entender las relaciones entre los datos. La Figura 1 muestra un ejemplo de este tipo de imágenes.

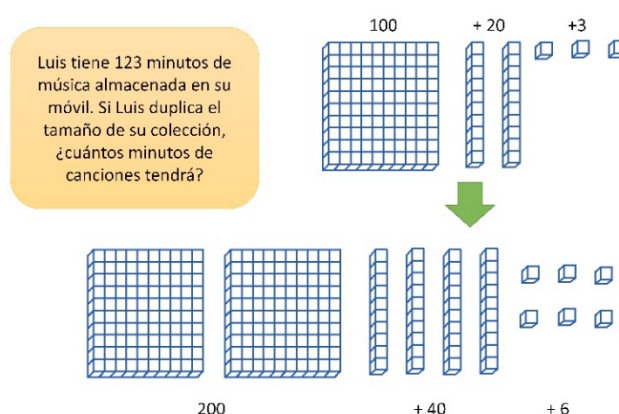


Figura 1. Ejemplo de Imagen Analítica.

Abstractas: Según Puig y Cerdán (1988), estas corresponden a figuras esquemáticas, completamente abstractas que requieren de formación especial para llegar a utilizarlas con provecho. Además, son de las que menos aparecen en los libros de texto. Nuestro análisis coincide con esta afirmación, ya que fue el tipo de ilustraciones que menos aparecieron en los tres textos. La mayoría de las ilustraciones abstractas encontradas corresponden a esquemas para la resolución de problemas en el contexto del método Singapur, como la presentada en la Figura 2. En nuestro análisis además, incluimos los gráficos y pictogramas como figuras abstractas, ya que representan de forma visual y no figurativa relaciones entre los datos necesarios para resolver un problema. Sin embargo, al incluirlos dentro de esta subcategoría, encontramos una salvedad que implicó la creación de una categoría emergente, que será explicada en el siguiente apartado.

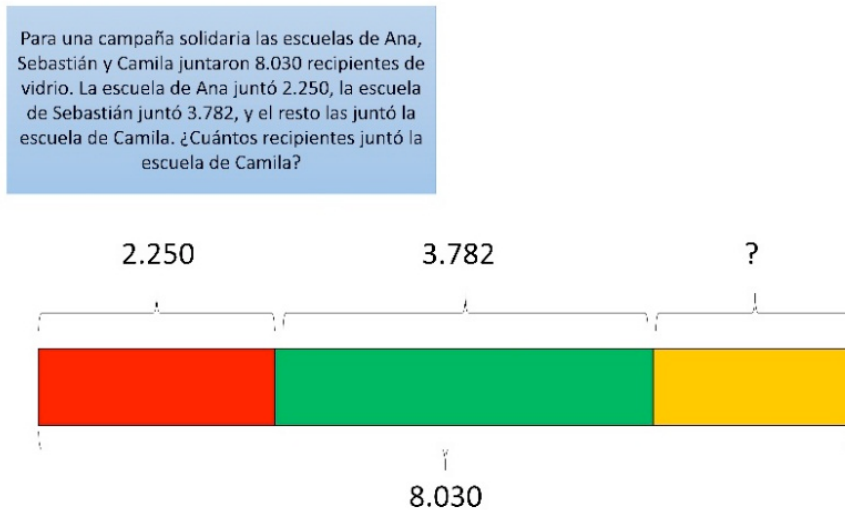


Figura 2. Ejemplo de Imagen Abstracta.

En la Tabla 4 mostramos la distribución de los tipos de imágenes encontradas en los tres textos.

Tabla 4. Distribución de tipos de imágenes.

	Ilustrativas	Analíticas	Abstractas
T1	52 (54,73%)	23 (24,21)	20 (21,05%)
T2	111 (53,62%)	69 (33,33%)	27 (13,04%)
T3	73 (76,84%)	18 (18,95%)	4 (4,21%)

Ayuda que proporcionan las imágenes al proceso de resolución

Al codificar las imágenes, especialmente las de tipo abstracto, surgieron dos nuevas subcategorías. Según Puig y Cerdán (1988), las imágenes abstractas son las que más pueden aportar al proceso de resolución. Sin embargo, en el caso de los gráficos, estos no se utilizan como ayuda sino como parte de los problemas. En vez de ser un apoyo para la visualización de las relaciones y procedimientos, la interpretación misma de gráficos y otro tipo de imágenes abstractas resulta ser parte del problema en sí mismo. Por lo tanto, categorizamos las imágenes en dos nuevos tipos: parte del problema y ayuda para la resolución. En los tres textos resultó que la mayoría de las imágenes abstractas eran parte del problema. En T1 fue donde pudimos encontrar mayor proporción de imágenes abstractas de ayuda a la resolución (40% del total de imágenes abstractas). Sin embargo, esto representa solo un 3,7% del total de los problemas de todo el texto.

De la misma forma, las imágenes analíticas podían servir de ayuda o ser parte de los problemas. En T1 encontramos mayor proporción de imágenes de ayuda a la resolución (43,4%), pero que sin embargo, solo representa el 3,4% del total de los problemas del texto. En T3 fue en donde encontramos menor cantidad de imágenes analíticas que aportan a la resolución, con solo 2 imágenes en todo el texto.

En cuanto a las imágenes ilustrativas, el 100% de ellas corresponden a figuras que forman parte del problema. Ya sea entregando algunos datos, como adorno, u ofreciendo un panorama de la situación en que se inserta el problema.

En la Tabla 5 mostramos los resultados de esta categoría de análisis. Cabe señalar además, que en su mayoría, tanto las imágenes analíticas como abstractas cuando entregan ayuda a la resolución, lo hacen enfocándose en cómo llevar a cabo los cálculos, más que en las relaciones entre los datos para entender los problemas.

Tabla 5. Distribución de imágenes según su aporte a la resolución.

	Ilustrativas		Analíticas		Abstractas	
	Parte	Ayuda	Parte	Ayuda	Parte	Ayuda
T1	52 (100%)	0 (0%)	13 (56,52%)	10 (43,48%)	12 (60%)	8 (40%)
T2	111 (100%)	0 (0%)	53 (76,81%)	16 (23,19%)	19 (70,37%)	8 (29,63%)
T3	73 (100%)	0 (0%)	16 (88,89%)	2 (11,11%)	3 (75%)	1 (25%)

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

En el análisis de los tres textos encontramos una cantidad considerable de imágenes que acompañan a problemas. Sin embargo, no todas las imágenes resultan un aporte a la resolución de problemas. En algunos casos, como en el de T2, la gran cantidad de contenido incluido en el texto dificulta un uso provechoso de las imágenes, y llega a resultar en algunos casos abrumador. Tanto en T1 como en T2 se incluyen esquemas abstractos que pueden servir de ayuda para establecer las relaciones entre los datos. Sin embargo, estas solo se encuentran en algunas secciones del texto, muy distanciadas unas de otras. Los estudiantes no alcanzan a tener la formación suficiente para usarlas después por su propia cuenta.

En general, el espacio utilizado por las imágenes incorporadas podría ser mejor aprovechado. Observamos que la cantidad de imágenes ilustrativas supera por mucho a las analíticas o abstractas. Por lo general este tipo de imágenes se utilizan como adorno, lo cual coincide con los resultados de Kim (2012). Las imágenes analíticas aparecen en segundo lugar en los tres textos, y las imágenes abstractas son las que menos presencia tienen en los libros analizados. Lo anterior resulta preocupante, ya que estas podrían ser las de mayor utilidad para resolver problemas. Al contrario de lo que ocurre en Takahashi (2016), sólo una pequeña parte del total de imágenes constituye una herramienta de ayuda a los procesos de razonamiento. Incluso entre las imágenes que sirven de ayuda, gran parte está dedicada a la correcta aplicación de cálculos aritméticos, como la de la Figura 1, más que a alcanzar una comprensión de las relaciones entre los datos, como la Figura 2.

Pareciera ser que el uso de imágenes no está del todo intencionado, y que son puestas para cumplir con los requerimientos de las bases de licitación. Si su diseño estuviera mejor planificado, bajo un enfoque didáctico claro, tanto las imágenes como los esquemas y otras representaciones podrían tener un mayor impacto en el desarrollo de habilidades de resolución de problemas.

Creemos que los resultados obtenidos resultan relevantes para la mejora de los textos escolares. También consideramos oportuno retomar esta línea de investigación en el análisis de textos, dados los avances técnicos disponibles hoy en día para la elaboración de estos recursos, que deben ir de la mano con los aportes del lado de la investigación en didáctica de la matemática. Los materiales instruccionales se desarrollan cada día más en el ámbito tecnológico. Sólo basta pensar en la calidad física de los textos actuales (comparados con los de hace tres décadas), o incluso en los libros de texto digitales. Los cambios en tecnología necesitan tomar en cuenta sus implicaciones para la enseñanza y el aprendizaje, e integrar aspectos pedagógicos y del contenido (Yerushalmy, 2005).

Esperamos que este trabajo sea un aporte en ese sentido, tanto a nivel teórico como práctico para el diseño de los libros de texto de la educación primaria.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se ha realizado en el seno del Proyecto de Investigación PGC2018-95765-B-I00 “Competencias profesionales del profesor en formación inicial y Educación STEM (PROFESTEM)” del Plan Nacional de Investigación del Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades y gracias a la beca CONICYT PFCHA/DOCTORADO BECAS CHILE/2018 folio 72190671.

Referencias

- Agrawal, R., Gollapudi, S., Kannan, A. y Kenthapadi, K. (2011). Enriching textbooks with images. En *Proceedings of the 20th ACM international conference on Information and knowledge management* (pp. 1847-1856).
- Cai, J., Jiang, C., Hwang, S., Nie, B., y Hu, D. (2016). How do textbooks incorporate mathematical problem posing? An international comparative study. En P. Felmer, E. Pehkonen, y J. Kilpatrick (Eds.), *Posing and Solving Mathematical Problems* (pp. 3-22). Cham: Springer.
- Edens, K., y Potter, E. (2008). How Students “Unpack” the Structure of a Word Problem: Graphic Representations and Problem Solving. *School Science and Mathematics*, 108(5), 184-196.
- Fan, L., y Zhu, Y. (2007). From convergence to divergence: the development of mathematical problem solving in research, curriculum, and classroom practice in Singapore. *ZDM*, 39(5-6), 491-501.
- Hernández-Sampieri, R., y Mendoza, C. (2018). *Metodología de la investigación: las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. México: McGraw Hill.
- Jäder, J., Lithner, J., y Sidenvall, J. (2019). Mathematical problem solving in textbooks from twelve countries. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1-17.
- Jellis, R. (2008). Primary children’s interpretation and use of illustrations in school mathematics textbooks and non routine problems : a school based investigation (Tesis doctoral). Universidad de Durham.
- Kim, R. (2012). The quality of non-textual elements in mathematics textbooks: an exploratory comparison between South Korea and the United States. *ZDM*, 44(2), 175-187.
- Marmolejo, G. y González, M. (2013). Visualización en el área de regiones poligonales. Una metodología de análisis de textos escolares. *Educación matemática*, 25(3), 61-102.
- Mauch, K., y McDermott, M. (2007). Can elementary mathematics textbooks be improved to facilitate student understanding of mathematics? *Mathematics and Computer Education*, 41(2), 127-135.
- NCTM. (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sevilla: SAEM Thales.
- Puig, L., y Cerdán, F. (1988). *Problemas Aritméticos Escolares*. Madrid: Síntesis.
- Rico, Luis, y Fernández-Cano, A. (2013). Análisis didáctico y metodología de investigación. En L. Rico, J. Lupiáñez, y M. Molina (Eds.), *Análisis didáctico en educación matemática: metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular* (pp. 1-22). Granada: Comares.
- Son, J.-W., y Diletti, J. (2017). What Can We Learn from Textbook Analysis? En *What Matters? Research Trends in International Comparative Studies in Mathematics Education* (pp. 3-32). Springer International Publishing.
- Takahashi, A. (2016). Recent trends in Japanese mathematics textbooks for elementary grades: Supporting teachers to teach mathematics through problem solving. *Universal Journal of Educational Research*, 4(2), 313-319.
- Van Zanten, M., y van den Heuvel-Panhuizen, M. (2018). Opportunity to learn problem solving in Dutch primary school mathematics textbooks. *ZDM*, 50(5), 827-838.
- Yerushalmy, M. (2005). Functions of interactive visual representations in interactive mathematical textbooks. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 10(3), 217-249.
- Zhu, Y., y Fan, L. (2006). Focus on the representation of problem types in intended curriculum: a comparison of selected mathematics textbooks from mainland China and the United States. *International Journal of Science and Mathematics Education*, (4), 609-626.
- Zimmermann, B. (2016). Improving of mathematical problem-solving: Some new ideas from old resources. En P. Felmer, E. Pehkonen, y J. Kilpatrick (Eds.), *Posing and Solving Mathematical Problems* (pp. 83-108). Cham: Springer.