

RELACIONES NUMÉRICAS ESTABLECIDAS POR ALUMNADO DE PRIMARIA

Numerical relationships established by Primary students

Sanfiel, L., Perdomo-Díaz, J. y Bruno, A.

Universidad de La Laguna

Resumen

Se presenta un estudio sobre el tipo de relaciones numéricas que establecen alumnos de Educación Primaria entre números naturales, entendiendo estas como las conexiones a través de operaciones aritméticas, propiedades, ordenaciones o secuenciaciones. Se analizan las respuestas de 154 estudiantes de 5º y 6º de Primaria (10-12 años) a dos cuestiones de una prueba escrita. Los resultados indican que los estudiantes establecieron un alto número de relaciones, predominando el uso de propiedades, como la paridad, y de operaciones, con escasa presencia de las operaciones inversas (resta y división). Se observa además que establecer relaciones en forma de secuencias les resulta más complicado, descendiende el número de respuestas y también la diversidad.

Palabras clave: relaciones numéricas, patrones numéricos, problemas de final abierto

Abstract

This report presents the results of a research on the types of numerical relations that Primary School students have proved to be able to establish by making connections between different numbers through arithmetic operations, property, number's order or sequences. This research was carried out by analysing the answers of 154 Primary 5th and 6th grade students (10-12 years old) to two different questions in a written test. The results indicate that students established a high number of relationships, predominantly the use of properties, such as parity, and operations, with a low presence of inverse operations (subtraction and division). Moreover, establishing relationships in the form of sequences is more complicated, number and diversity of responses decreases.

Keywords: numerical relationships, number patterns, open-ended problems

INTRODUCCIÓN

Existe un acuerdo general entre educadores e investigadores en educación matemática al considerar que practicar procedimientos y rutinas numéricas, sin comprensión, resulta insuficiente en la preparación de los estudiantes para manejarse en los modos de vida actual, en especial, en una sociedad dominada por la comunicación y la tecnológica (Anghileri, 2006). Se indica que la enseñanza numérica debe ir más allá de las rutinas de cálculo para lograr que los estudiantes desarrollen comprensión conceptual de los números, las operaciones, sus propiedades y estructuras.

Desde la década de los 80 se ha promovido un cambio para romper con la tendencia de practicar únicamente algoritmos numéricos, orientándose hacia otras tareas escolares que desarrollen el cálculo mental, la observación de patrones, la predicción de los resultados de las operaciones y el establecimiento de relaciones o conexiones numéricas (Anghileri, 2006; NCTM, 2000; Veloo, 2010). Esto se refleja en el currículo de Matemáticas de Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Canarias (Decreto 89/2014, de 1 de agosto), que establece que el aprendizaje numérico:

Tiene como finalidad el desarrollo del sentido numérico, es decir, la habilidad para componer y descomponer números; comprender y utilizar la estructura del sistema de numeración decimal, y utilizar las propiedades de las operaciones y las relaciones entre ellas para realizar cálculos y resolver problemas. (p. 22238).

El *sentido numérico* en estudiantes de Educación Primaria ha sido estudiado en distintos países. La investigación en este ámbito, en España, se ha centrado en estudiantes de secundaria (Almeida y Bruno, 2014) o futuros docentes (De Castro, Castro y Segovia, 2004), aunque también existen trabajos que analizan el pensamiento relacional entendido como *modos flexibles de construcción de estrategias para abordar una situación o problema matemático, en los que la atención se centra en las relaciones o elementos clave, en lugar de un método estandarizado* (Castro y Molina, 2007). En este trabajo se indica que es necesario conocer las propiedades de las operaciones, transformar expresiones numéricas y entender cómo estas transformaciones afectan a las operaciones.

El trabajo que aquí se presenta tiene como objetivo analizar qué tipo de relaciones establecen entre números naturales, los estudiantes de últimos cursos de Educación Primaria, observando si establecen relaciones a través de las operaciones, de la ordenación o de otras propiedades numéricas. Se estudia qué relaciones predominan en sus respuestas ante determinadas tareas numéricas y si ponen en juego conceptos o propiedades adquiridos a lo largo de la Educación Primaria. Se presentan los resultados de dos tareas de una prueba escrita con el objetivo de mostrar la línea general del estudio.

MARCO TEÓRICO

Ejecutar procedimientos de cálculo de forma precisa, fluida y rápida no implica que se posea la habilidad de ser flexible en el manejo numérico o la capacidad para adaptar las estrategias en función de las necesidades de cada situación (Velloo, 2010). Esto último implica tener *comprensión conceptual*, entendiéndola como la capacidad de realizar conexiones mentales entre hechos matemáticos, procedimientos e ideas (Hiebert y Carpenter, 1992). Tal y como señalan estos autores, esta comprensión conceptual crece a medida que las conexiones mentales se vuelven más ricas y amplias, por lo que los estudiantes deben tener oportunidades para desarrollarla y, para ello, el énfasis en la enseñanza debería ponerse en apoyar que los estudiantes establezcan relaciones, en lugar de fomentar únicamente que sean ejecutores competentes de procedimientos. Esto no implica que memoricen conexiones, sino que valoren y construyan aquellas que les resulten verdaderamente útiles en cada situación (Hiebert y Carpenter, 1992) y las pongan en práctica con flexibilidad.

A la comprensión conceptual y procedimental se le suma el conocimiento de estrategias y su uso adecuado en cada situación. En el caso concreto de los números y las operaciones, desarrollar estrategias flexibles y variadas al utilizar los números y las operaciones es un aspecto importante del aprendizaje que ha sido abordado en numerosos estudios tomando como fundamento teórico el *sentido numérico* (McIntosh, Reys, y Reys, 1992; Yang, Li, y Lin, 2008). Sowder (1992) define *sentido numérico* como una *red conceptual bien organizada que permite relacionar los números y las operaciones, sus propiedades y resolver los problemas de una forma creativa y flexible*.

Para hacer un uso operativo del *sentido numérico*, diversos autores han tratado de caracterizarlo identificando distintas componentes. En esta investigación utilizaremos la propuesta de McIntosh, Reys, y Reys (1992), que estructura el *sentido numérico* en torno a tres áreas, relacionadas con: (i) el conocimiento de los números, (ii) las operaciones entre los números y (iii) aplicar los números y las operaciones en contextos que lo requieran. Cada uno de estos ámbitos se caracteriza por una serie de componentes y sub-componentes que están estrechamente relacionadas, de forma que generalmente aparecen varias de ellas en la resolución de una misma tarea. En esta investigación nos centramos en las siguientes componentes y sub-componentes.

Sentido de la organización de los números. Implica comprender la organización del sistema de numeración decimal (valor posicional), establecer relaciones entre tipos de números, y ordenar dentro y entre tipos de números.

Representar los números de formas diferentes. Se refiere a utilizar formas numéricas equivalentes como descomponer y recomponer números.

Comprender las relaciones entre las operaciones. Reconocer la suma y la resta o la multiplicación y la división como operaciones inversas una de la otra.

Comprender que existen múltiples estrategias. Crear, aplicar y seleccionar estrategias eficientes.

El objetivo general de la investigación es analizar el grado de desarrollo del sentido numérico en alumnado de Primaria, en particular, en relación con las componentes indicadas, a través de tareas en las que se pide establecer relaciones (o conexiones) entre los números. En este trabajo nos centramos en dos objetivos específicos, para alumnado de 5º y 6º de Primaria:

- Identificar el tipo de relaciones numéricas que establecen entre números naturales.
- Analizar la cantidad y la variedad de relaciones numéricas correctas entre números naturales.

METODOLOGÍA

El estudio se realizó con 154 estudiantes de Educación Primaria (82 de 5º y 72 de 6º) de dos centros públicos de Tenerife (España), uno urbano y otro semiurbano.

Como instrumento de recogida de datos se diseñó una prueba escrita con 5 cuestiones, en las que los estudiantes debían establecer relaciones entre números naturales. Todas las cuestiones eran abiertas, en el sentido de que los estudiantes podían dar múltiples respuestas. Estos ítems fueron extraídos de Reys, Reys, McIntosh y Gage (1997), donde se proponen diferentes actividades para desarrollar el *sentido numérico*, y que contiene una sección que trata las relaciones numéricas. Una de las investigadoras seleccionó los ítems, atendiendo a los objetivos de la investigación, y los tradujo; posteriormente los ítems fueron sometidos a un juicio de expertos, en el que participaron las otras dos investigadoras y cinco docentes de uno de los colegios.

La prueba se realizó de forma individual, en una sesión de clase ordinaria de una hora. Las preguntas se entregaron simultáneamente a todos los estudiantes, en el mismo orden, dándoles 10 minutos para cada ítem, sin poder pasar al siguiente hasta que se les indicara. No se realizó instrucción previa, por lo que los estudiantes debían usar el conocimiento numérico adquirido hasta ese momento. Durante la realización de las pruebas siempre estuvo presente una de las investigadoras, que se encargó de cronometrar el tiempo y de resolver las dudas que surgieran.

En este trabajo se presenta el análisis de las respuestas a dos de las cinco cuestiones (Tabla 1), cuyos requerimientos en términos de relaciones eran diferentes: conectar tres números a través de operaciones, orden o propiedades; y continuar una secuencia, dados los dos primeros números.

Tabla 1. Cuestiones 1 y 2 de la prueba escrita

Cuestión 1. Conecta números Elige tres números de la izquierda y busca relaciones entre ellos. Escríbelos en la tabla de la derecha. ¿Habrá otras posibilidades? Puedes usar los mismos números u otros.			Cuestión 2a. Cómo seguirías... 1, 3,... Escribe todas las posibilidades que encuentres.
35	9	Números elegidos	Cuestión 2b. Cómo seguirías... 1, 10,... Escribe todas las posibilidades que encuentres
11			
7	21		
4			
12	15		
8			
5	32		
3			

El proceso de análisis consistió, por un lado, en identificar el tipo de relaciones numéricas que los estudiantes mostraban en sus respuestas (primer objetivo de investigación) y, por otro lado, en analizar el número de relaciones que establecía cada alumno y de cuántos tipos diferentes eran esas relaciones (segundo objetivo).

Las categorías de análisis de las respuestas se generaron a partir del tipo de relación numérica que se mostraba y su relación con las componentes del sentido numérico indicadas en el marco. En la cuestión 1 se identificaron cinco tipos principales de relaciones (Tabla 2): Sistema de numeración decimal (valor posicional, regularidades en la escritura de los números), operaciones (suma, resta, multiplicación, división), ordenación (mayor/menor, ordenación de mayor a menor, o viceversa), secuencias numéricas (series numéricas con distintos criterios como progresiones aritméticas) y propiedades de los números (par, impar, múltiplo, divisor, primo). En la cuestión 2, dada la propia naturaleza de la pregunta, las categorías de respuesta se establecieron en función del tipo de secuencia desarrollada (Tabla 4).

Las respuestas relacionadas con el sistema de numeración decimal, el orden, la construcción de secuencias numéricas o la identificación de propiedades se asociaron a la componente que abarca el *sentido de la organización de los números*, y aquellas respuestas en las que realizaron operaciones aritméticas se asociaron a las componentes de *representación de los números de diferentes formas* y la *comprensión de las relaciones entre las operaciones*. El análisis de los datos comenzó con un proceso de doble codificación que consistió en: seleccionar 20 cuestionarios al azar, dos de las investigadoras codificaron las respuestas, se calculó el porcentaje de coincidencia en las codificaciones y se analizó en conjunto las respuestas que habían recibido distinta codificación, hasta llegar a un consenso sobre cuál era la codificación correcta. El criterio de la tercera investigadora sirvió para tomar decisiones en caso de discrepancias entre las dos codificadoras. Este proceso se repitió, añadiendo cuestionarios, hasta que el porcentaje de coincidencia superó el 60%, momento en el que la codificación quedó a cargo de la primera autora.

RESULTADOS

Resultados de la cuestión 1. Conecta números

En total se obtuvieron 1008 respuestas, siendo correctas casi el 82%. La Tabla 2 muestra el porcentaje de éxito en cada categoría, en función del tipo de relación numérica observada.

Tabla 2. Porcentaje de tipos de relaciones numéricas establecidas en la Cuestión 1

Categorías de respuestas	Éxito	Fracaso	Totales
Sistema de numeración decimal	14,3	0,2	14,5
Orden	7,3	0,5	7,8
Operaciones	16,5	0,5	17
Secuencias numéricas	9,9	0,3	10,2
Propiedades	22,5	0,9	23,4
Otras respuestas	11,4	15,5	26,9

Se puede observar que los tipos de conexiones establecidos por el alumnado han sido variados. La categoría “Otras respuestas” incluye: (i) relaciones matemáticas muy generales, como por ejemplo “Tienen un 3”, sin mencionar nada relativo al valor posicional de ese número, (ii) relaciones de naturaleza no matemática como, por ejemplo, “son mis números favoritos” y (iii) relaciones donde no se respeta el enunciado de la actividad, por ejemplo, porque utilizan 4 o 5 números del listado.

Excluyendo la categoría “Otras respuestas”, la relación que aparece con mayor frecuencia es la que agrupa los números a partir de propiedades generales, con un 23,4%. Las propiedades más frecuentes, descritas por los alumnos, son decir que los tres números pertenecen a una tabla de multiplicación, son pares/impares (predominando “ser par” frente a “ser impar”) o que son primos (Tabla 3).

Le siguen las operaciones, es decir, aquellas respuestas en las que se eligen dos números de la lista para obtener un tercero, también de la lista, mediante una suma, resta, multiplicación o división. Este tipo de conexiones representa un 17% del total, predominando aquellas en las que se utiliza la suma o la multiplicación, frente a la resta o la división. Es decir, el alumnado tiende a establecer operaciones directas y en menor medida sus inversas. Solo dos estudiantes dieron muestras de relacionar las operaciones como inversas una de la otra (ver ejemplo de la categoría Operaciones en la Tabla 3).

Tabla 3. Ejemplos de respuestas de cada categoría

Sistema de numeración decimal 7, 8, 9 son números de 1 cifra 35 15 5 tienen la misma unidad.	Orden 12, 9, 7 $12 > 9 > 7$ 11 12 15 son mayores que el 10.
Operaciones 3 5 8 $3+5=8$ $8-3=5$ $8-5=3$	Secuencias 3 5 7 van de dos en dos 9 8 7 van de cuenta atrás
Propiedades 3 21 12 Porque están en la tabla del 3. 4, 8 y 12 Son números pares	Otros 12+8+35 $12+8=20+35=55$ 8 7 4 son mis números favoritos 7, 9 y 4 son números naturales 3 35 32 que tienen un tres

En cuanto a la cantidad de relaciones correctas que se establecen, 16 estudiantes no contestaron o no establecieron ninguna conexión correcta (Figura 1a), lo que podría deberse a que no entendieran la actividad o que cometieran errores en todas sus respuestas. En el otro extremo, destaca un alumno que presentó 20 conexiones correctas; su estrategia fue relacionar los 3 mismos números mediante diferentes operaciones, tal y como se muestra en el ejemplo de la categoría “Operaciones” en la Tabla 3. El 57%, de los participantes (88 estudiantes) presentaron entre 1 y 6 conexiones correctas.

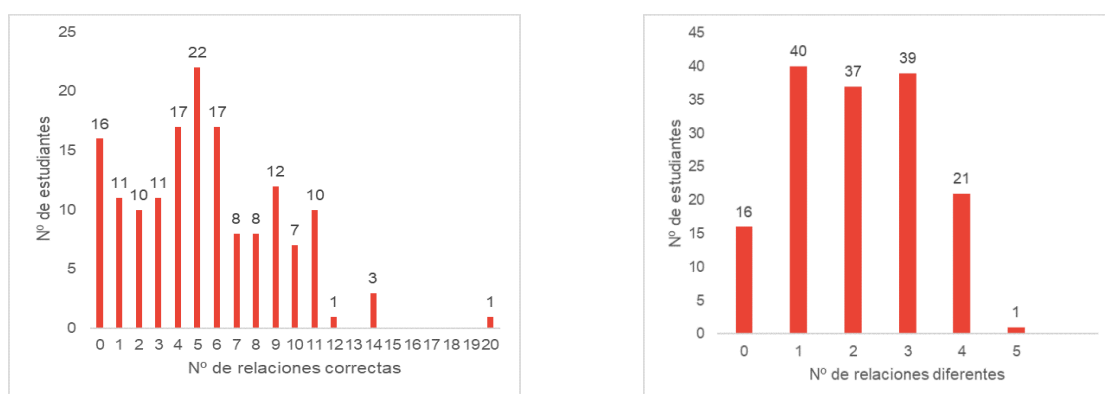


Figura 1. Número de estudiantes según número de relaciones correctas (a) y según número de relaciones diferentes (b)

Por otra parte, la mitad de los estudiantes presenta únicamente uno o dos tipos de conexiones diferentes (Figura 1b), mientras que casi un 40% establece entre 3 y 5 tipos de relaciones diferentes entre los números dados. Destaca un estudiante que presentó los 5 tipos de conexiones distintas.

En resumen, la cuestión 1 resultó de interés por el alto nivel de éxito y de tipología de respuesta presentado por la mayoría de los estudiantes. Destaca la tendencia a presentar operaciones o

propiedades directas frente a sus inversas, ya comentado, y el hecho de que no aparecieran los términos múltiplos y divisores, que ya habían sido estudiados por los estudiantes.

Resultados Cuestión 2a y 2b. Cómo seguirías

Los estudiantes presentaron 285 secuencias para la cuestión 2a, el 57,5% correctas, y 253 en el apartado 2b, el 37,5% correctas. La Tabla 4 muestra la tipología de dichas secuencias, ejemplificadas en la Tabla 5. En la categoría “Otras respuestas” se incluyen secuencias que aparecieron en un porcentaje muy pequeño (progresiones geométricas o sucesiones recurrentes que sumaban los dos términos anteriores) y respuestas erróneas que no se correspondían con secuencias numéricas.

Tabla 4. Porcentaje de tipologías de secuencias

Categorías de respuestas	1, 3,...			1, 10,...		
	Éxito	Fracaso	Totales	Éxito	Fracaso	Totales
Progresión aritmética	43,8	27	70,8	16,9	45,1	62
Secuencia alterna	10,1	4,2	14,3	14,6	5,5	20,1
Otras respuestas	3,5	11,2	14,7	5,9	11,8	17,7

La mayoría de las secuencias que presentan los alumnos son progresiones aritméticas y en menor porcentaje optan por secuencias con alternancia en los términos (Tabla 4). De estas últimas, algunas son de patrón alterno AB, en las que se modifican los términos que ocupan la posición par, dejando fijos los términos impares o viceversa. También dieron secuencias alternas en las que se modifican tanto los términos pares como los impares. Incluso escribieron secuencias alternas con patrón ABC (1, 10, 11, 2, 20, 22...) o ABCD (1, 3, 2, 4, 5, 7, 6, 8...). En ambos apartados, el principal error que cometieron los estudiantes fue no considerar el número 1 del inicio de la secuencia, contestando 1, 3, 6, 9,... o bien, 1, 10, 20, 30... (es decir, las tablas del 3 y del 10, exceptuando el primer término).

Tabla 5. Ejemplos de respuestas de los alumnos

Progresión aritmética	
5, 7, 9, 11, 13...	19, 28, 37, 46, 55...
Secuencias alternas	
1, 3, 11, 13, 21, 23, 31, 33, 41, 43, 51, 53, 61, 63	2, 20, 3, 30, 4, 40, 5, 50, 6, 60, 7, 70
1, 3, 2, 6, 4, 12, 8, 24, 16, 48	1, 10, 11, 2, 20, 22, 3, 30, 33, 4, 40, 44
Otras	
1, 3, 9 es porque es el triple. 1, 3, 4, 7, 11 sumando	1, 10, 100, 1000, 10000 1, 10, 11, 21, 32 sumando

En cuanto al número de secuencias correctas presentadas por cada estudiante (Figura 2a), se obtuvo que la secuencia 1,3... fue menos costosa que la secuencia 1,10... De hecho, 26 alumnos no escribieron ninguna respuesta correcta en la cuestión 2a, frente a 79 en la cuestión 2b. Esto puede estar provocado por la tipología de los números. Así, para hacer una progresión aritmética, en la primera secuencia bastaba sumar 2 (1, 3, 5, 7,...), lo cual es habitual para los estudiantes, pues es hacer la serie de los números impares, mientras que en la segunda secuencia debían sumar 9. Esto es menos intuitivo y requiere de un conocimiento explícito de la creación de una progresión aritmética.

De hecho, muchos estudiantes escribieron la secuencia errónea 1, 10, 20, 30,... En ambos apartados son menos estudiantes los que logran dar más de una respuesta correcta. Lo que muestra que el tiempo requerido y el nivel matemático de la cuestión 2a y 2b fueron superior a la cuestión 1. Esto se ratifica si se observan las tipologías de secuencias correctas creadas por cada estudiante (Figura 2b) donde se refleja que un porcentaje bajo de alumnos pudo escribir más de una tipología de secuencia. De hecho solo 9 estudiantes de los 156 dieron dos o más secuencias correctas que empezaran por 1, 10... frente a 26 en la secuencia 1,3,...

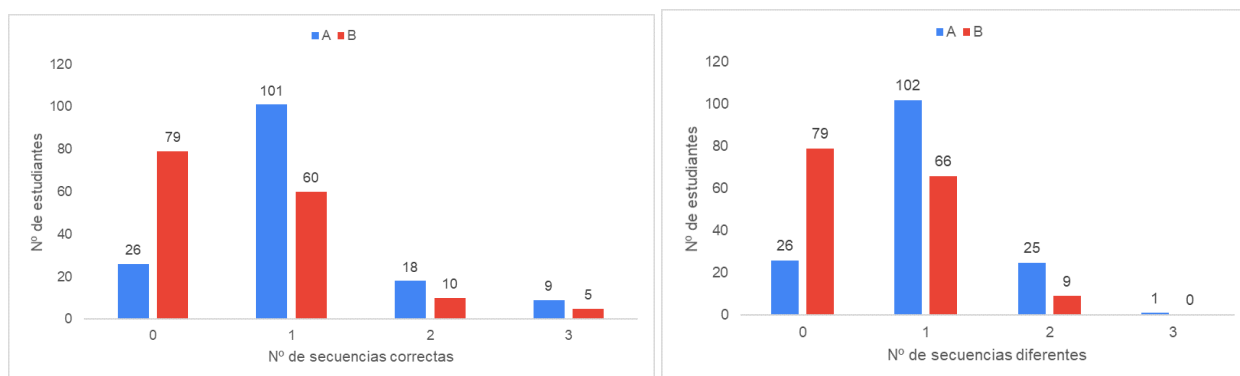


Figura 2. Número estudiantes según número de secuencias correctas (a) y según número de secuencias diferentes (b)

En resumen, la cuestión 2 fue más compleja que la cuestión 1, además los estudiantes emplearon más tiempo para obtener cada respuesta. A cambio, sirvió para explorar su capacidad para buscar regularidades y su creatividad, y observamos como establecen secuencias diferentes a las que habían trabajado en el currículo, que eran las progresiones aritméticas.

CONCLUSIONES

La mayoría de los estudiantes de 5º y 6º de Educación Primaria de este estudio han mostrado capacidad para establecer relaciones numéricas correctas; más del 90% de los participantes indicó, al menos, una relación correcta. Es destacable además, la capacidad, en muchos casos, para verbalizar dicha relación de forma escrita (Tabla 2). Sin embargo, hay un porcentaje de estudiantes que no establece ninguna relación correcta (10,4 % en la cuestión 1 y un 16,9% en la cuestión 2) y otros que presentan muy pocas respuestas o con relaciones más pobres desde el punto de vista del sentido numérico (por ejemplo: “tener un 3”). En las respuestas de los estudiantes predominan propiedades como “ser par”, “estar en la tabla de multiplicar de un número”, seguido de las operaciones de suma y multiplicación; en menor medida utilizan la resta y, prácticamente, no aparece la división. Esto es coherente con los resultados obtenidos por Coronado-Hijón (2014) en un trabajo con estudiantes de 4º y 6º de Educación Primaria, donde se observa que los participantes tienen más dificultades con la resta y la división que con la suma y la multiplicación. La suma y multiplicación son más fáciles; el pensamiento reversible que implica pensar en las operaciones inversas está menos practicado. Por otra parte, las secuencias numéricas de tipo $\pm a$ forman parte del currículo, se trabajan a lo largo de la Educación Primaria en diferentes cursos; esto se refleja en las secuencias que escriben los participantes de esta investigación. Sin embargo, resulta muy interesante observar la gran cantidad de secuencias por alternancia que presentaron los estudiantes, lo que refleja cierto grado de creatividad y de desarrollo del pensamiento relacional (Castro y Molina, 2007).

A pesar de los esfuerzos curriculares por incorporar un aprendizaje diferente de los números, se sigue dedicando mucho tiempo del aprendizaje numérico a tareas cerradas y con una única solución algorítmica. Las dos tareas planteadas alientan a pensar que, si la instrucción proporciona oportunidades enriquecedoras para explorar números y sus relaciones y para descubrir reglas (Alsawaie, 2012, Castro y Molina, 2007), los estudiantes serían capaces de aprovecharlas. Los estudiantes, sin haber recibido instrucción previa en este tipo de actividades, han presentado

numerosas y diversas respuestas. Esa diversidad ha sido mayor en la cuestión 1, lo que podría estar relacionado con el hecho de que es más abierta que la cuestión 2, en cuanto a los tipos de relaciones numéricas que se pueden establecer. Estos datos ponen de manifiesto que la escuela debe hacer un esfuerzo por desarrollar tanto el pensamiento reversible como la capacidad de resolver problemas de diferentes formas desde la perspectiva del sentido numérico, ya que como afirman Yang, Hsu y Huang (2004), la instrucción en este sentido es efectiva.

Agradecimientos. Este trabajo ha sido financiado con el Proyecto de investigación del Ministerio de Economía y Competitividad. Madrid. España. EDU2017-84276-R.

Referencias

- Almeida, R., Bruno, A. (2014). Respuestas de estudiantes de secundaria a tareas de sentido numérico. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 127-136). Salamanca: SEIEM.
- Alsawaie, O.N. (2012). Number sense-based strategies used by high-achieving sixth grade students who experienced reform textbooks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10, 1071-1097.
- Anghileri, J. (2006). *Teaching number sense* (2nd ed.). London: Continuum.
- Castro, E., Molina, M. (2007). Desarrollo de pensamiento relacional mediante trabajo con igualdades numéricas en aritmética básica. *Educación Matemática*, 19(2).
- Coronado-Hijón, A. (2014). Estudio de prevalencia de dificultades de aprendizaje en el cálculo aritmético. *Bordón*, 66 (3), 39-59.
- De Castro, C., Castro, E., y Segovia, I. (2004). Errores en el ajuste del valor posicional en tareas de estimación: Estudio con maestros en formación. En E. Castro y E. de la Torre (eds.). *Actas del VIII Simposio de la SEIEM*. A Coruña: Universidade da Coruña, pp. 183-194.
- Decreto 89/2014, de 1 de agosto, por el que se establece la ordenación y el currículo de la Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Canarias. Boletín Oficial de Canarias, núm. 156, de 13 de agosto de 2014, pp. 22233-22295.
- Hiebert, J., y Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 65-97). New York: Macmillan.
- McIntosh, A., Reys, B. J., y Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12(3), 2-8.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Reys, B., Reys, R., McIntosh, A., Gage, R. (1997). *Number sense: Simple effective number sense experiences, Grades 3-4*. Dale: Seymour Publications.
- Sowder, J. T. (1992). Estimation and number sense. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 371-389). New York: Macmillan and the National Council of Teachers of Mathematics.
- Veloo, P.K. (2010). *The Development of Number Sense and Mental Computation Proficiencies: An Intervention Study with Secondary One Students in Brunei Darussalam*. Doctor Ph. University of Otago. New Zealand.
- Yang, D.C., Hsu, C. J. y Huang, M.C. (2004). A study of teaching and learning number sense for sixth grade students in Taiwan. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 2(3), 407-430.
- Yang, D.C., Li, M.N., y Lin, W.J. (2008). Development of a computerized number sense scale for 3-rd graders: reliability and validity analysis. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 3(2), 110-124.