

DISEÑO DE UNIDADES DIDÁCTICAS DE LA DISTRIBUCIÓN MUESTRAL INCORPORANDO RECURSOS TECNOLÓGICOS

Hugo Alvarado Martínez
Universidad Católica de la Santísima Concepción
María Lidia Retamal Pérez
Universidad católica de la Santísima Concepción

Resumen

En este trabajo, se analiza una propuesta de enseñanza de la distribución muestral basado en una muestra libros de textos de estadística aplicada a la ingeniería. Siguiendo un modelo teórico sobre el significado de un objeto matemático se caracterizan los enunciados y propiedades importantes, las representaciones, campos de problema, procedimientos y argumentos asociados a la distribución muestral. Como consecuencia el diseño considera tres configuraciones didácticas diferenciadas incorporando recursos informáticos en algunas actividades.

Palabras claves: Distribución muestral, significado de objetos matemáticos, análisis de libros de texto.

Abstract

This paper discusses a proposal for teaching of the sampling distribution based on a sample textbook of applied statistics to engineering. Following a theoretical model about the meaning of a mathematical object characterized the statements and important properties, representations, problem fields, procedures and arguments associated with the sampling distribution. We conclude the design considers three different educational configurations incorporating computer resources for some activities.

Keywords: Sampling distribution, meaning of mathematical objects, analyse of textbooks.

Introducción

En general, el proceso de instrucción estadística en la universidad ha sido conducida por la tradición docente de los profesores y con énfasis en el algoritmo algebraico. Sin embargo, se percibe una carencia metodológica de llevar a cabo un procedimiento para el análisis de los textos, considerada un potente recurso didáctico en el diseño de implementación de procesos de aprendizaje (Alvarado, 2007, Alvarado y Batanero, 2008). Por otro lado, las Escuelas de Ingeniería, producto de los informes de agencias acreditadoras internacionales, están orientando sus planes de estudios a lograr las competencias, habilidades y tecnologías necesarias para el futuro profesional.

La distribución muestral es uno de los temas fundamentales en estadística siendo el puente entre las distribuciones de probabilidad y la inferencia estadística, y de interés en muchas aplicaciones en ciencias o ingeniería (Retamal, Alvarado y Rebolledo, 2007). En este trabajo, a partir del análisis de texto de una muestra de libros de Estadística destinados principalmente a la formación de ingenieros y basado en los elementos de significado de un objeto matemático del enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática (Godino, 2002), se caracterizan los enunciados y propiedades importantes, las representaciones, campos de problema, procedimientos y argumentos asociados a la distribución muestral. La propuesta considera el diseño de configuraciones didácticas diferenciadas de la distribución muestral, a partir del significado de referencia de unos campos específicos de problemas en las especialidades de la ingeniería. En particular, se incorpora en las actividades recursos tecnológicos tales como la plataforma virtual que ofrece la dirección de docencia de la Universidad, applets de distribución de probabilidades y la planilla Excel.

Marco teórico

Para establecer una caracterización del sistema de conceptos y propiedades de la distribución muestral nos basamos en el modelo teórico de Godino (2002), que considera las matemáticas como una actividad humana implicada en la solución de cierta clase de situaciones problemáticas de la cual emergen y evolucionan progresivamente los objetos matemáticos. El autor considera diferentes entidades primarias como constituyentes del significado de un objeto matemático, que son las que tratamos de analizar en este trabajo:

- *Problemas y situaciones* que inducen actividades matemáticas y definen el campo de problemas asociado al objeto.
- *Procedimientos*. Cuando un sujeto se enfrenta a un problema y trata de resolverlo, realiza distintos tipos de *prácticas*, que llegan a convertirse con el tiempo en objeto de enseñanza.
- *Lenguaje* utilizada en la actividad de resolución de problemas (términos, expresiones, símbolos, tablas, gráficos).
- *Definiciones y propiedades* características del objeto y sus relaciones con otros conceptos.
- *Demostraciones* que empleamos para probar sus propiedades y que llegan a formar parte de su significado.

Este trabajo se dirige a los campos de problemas asociados a las distribuciones muestrales, como por ejemplo, encontrar la distribución en el muestreo de la media y de la proporción muestral, tanto para muestras extraídas de poblaciones normales y para muestras de tamaño grande de una población, así como su uso en la construcción de los intervalos de confianza. Prácticas características de los problemas descritos serían realizar transformaciones

algebraicas con las variables que intervienen o calcular la probabilidad que la media muestral tome un valor determinado en un intervalo dado, para muestras grandes. Los seis tipos de entidades primarias descritos anteriormente están relacionados entre sí formando *configuraciones*, que Godino, Contreras y Font (2006) definen como redes de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas. En este trabajo se describirán tres *configuraciones* que se proponen en la enseñanza para facilitar la comprensión de los estudiantes, diferenciada especialmente por las herramientas proporcionadas para resolver los problemas y que originan el uso de conceptos y propiedades específicas.

La distribución muestral en la ingeniería

La simulación es el proceso de diseñar un modelo de un sistema real y llevar a cabo experiencias con él a través del computador, con la finalidad de estudiar el comportamiento de sistemas y evaluar las estrategias para organizar el funcionamiento del modelo que representa (Ardanuy y Martín, 1998). En este trabajo consideramos una simulación simplemente como un experimento estadístico de muestreo (Pazos, Suárez y Díaz, 2003). La distribución muestral es importante en el trabajo del ingeniero, al proporcionarle herramientas metodológicas para analizar la variabilidad, determinar relaciones entre variables, diseñar de forma óptima experimentos, mejorar las predicciones y la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre. Relaciona las distribuciones de probabilidades con la inferencia estadística, y su aplicación surge al estimar la distribución muestral de la suma de variables aleatorias, en situaciones de procesos de simulación tales como: el tiempo entre llegadas de clientes a un servicio o piezas a una máquina, donde se utiliza las distribuciones uniforme, gamma, exponencial y erlang; la resistencia de materiales en el diseño de edificios es considerada una

variable aleatoria ya que en el proceso de fabricación, transporte y montaje pueden ocurrir situaciones no calculadas; el tiempo en procesar una pieza es modelada por distribuciones continuas de la familia gamma, weibull y lognormal; tiempo de espera en los procesos de fileteado y congelado de peces en los desembarque; número de unidades falladas en una muestra de control de calidad utilizando la distribución binomial o beta.

Hoy en día, se tiene acceso a suficiente literatura disponible en internet sobre la utilización de tecnologías de la información y la comunicación en la enseñanza de la probabilidad y estadística; sin embargo, se carece de metodologías para evaluar instrumentos de aprendizaje. Una clasificación de los recursos que ofrece la web es la siguiente: a) Software libre, b) Java Applet, c) Materiales educativos en línea, d) Revistas electrónicas y boletines de información, de gran interés son los resultados de investigación.

Diseño de enseñanza de la distribución muestral

La estructura de la secuencia didáctica y configuraciones planificadas de la distribución muestral está basada en el análisis de 22 textos de estadística para ingeniería civil y de ciencias económicas y administrativas. Cabe señalar, que los elementos de significado de las distribuciones muestrales declarados fueron: 25 situaciones problemas, 4 tipos de lenguaje, 8 algoritmo de resolución, 12 definiciones, 18 propiedades, 4 teoremas y 4 formas de argumentación.

Las tres lecciones incluyen teoría, actividades y ejercicios. Las actividades se resuelven colectivamente en la clase; los ejercicios los resuelven los alumnos individualmente en casa, y los alumnos entregan posteriormente la solución al profesor. El tiempo dedicado a la enseñanza del tema comprende 16 sesiones

formales de desarrollo de contenidos de 60 minutos en el aula y tres sesiones en el laboratorio de computación. Las sesiones de aula estarían apoyadas con cañón multimedia, note book y el pizarrón. En el laboratorio se utiliza Excel, applets de estadística y la plataforma virtual de aprendizaje EV@ para entrega de informes y de una evaluación en línea. Las lecciones son las siguientes:

- a) *Distribución de estadísticos que provienen de poblaciones normales*. En dicha lección se parte con conceptos básicos: población, muestra aleatoria, distribución muestral de la media muestral en poblaciones normales y el estudio de la proximidad al parámetro que estima. Se definen las distribuciones de probabilidades chi-cuadrado, t-Student y F de Fisher. Por último, se presentan las propiedades de los estimadores y los métodos de estimación.
- b) *Distribución de la suma de variables aleatorias discretas*. Se trata de extender la aproximación binomial a la normal a la suma de otros tipos de variables aleatorias discretas e independientes, mediante una actividad de laboratorio con ayuda de Excel y applets elaborados de distribuciones de probabilidades. Las aplicaciones de los nuevos conocimientos incluirán, por ejemplo, la aproximación de la distribución de Poisson por la normal en estudios de tráfico, consumo y control de calidad.
- c) *Distribución de la suma de variables aleatorias continuas*. Se estudia a continuación una extensión a variables aleatorias continuas independientes e idénticamente distribuidas. La situación introductoria consiste en estimar el consumo medio de agua, gas y luz en Concepción. Las aplicaciones involucran el estudio de la aproximación normal a las distribuciones uniforme, exponencial y Gamma, en problemas de atención a clientes y se discuten las condiciones de validez con los estudiantes.

Godino, Contreras y Font (2006) definen la *configuración epistémica*, como al sistema de objetos y funciones semióticas que se establecen entre ellos relativos a la resolución de una situación-problema. En esta propuesta diferenciaremos tres tipos de configuraciones epistémicas: manipulativa, algebraica y computacional, que suponen un significado muy diferenciado, incluso para un mismo problema.

a) En la *configuración manipulativa* el estudiante trabaja con dispositivos tales como dados y fichas, papel-lápiz o calculadora, sin utilizar notación o cálculo algebraico. Aparecen objetos matemáticos específicos como experimento aleatorio y estadístico, variable estadística, su distribución y momentos, y el tipo de demostración preferente es el estudio de ejemplos y contraejemplos. Los procedimientos son empíricos y gráficos y el lenguaje se reduce a expresiones verbales y gráficas en papel y lápiz.

b) La *configuración algebraica* se caracteriza por el lenguaje simbólico y la demostración deductiva, así como el recurso a elementos de álgebra y análisis. Los procedimientos serían analíticos y algebraicos, además de incorporar el uso de las tablas de distribuciones para calcular probabilidades. Como conceptos, además de variables aleatorias y sus distribuciones, aparecen la idea de convergencia, momentos, tipificación, etc. Las demostraciones son preferiblemente deductivas. Un ejemplo tipo que se presenta en esta representación es la siguiente:

Supóngase que un sistema está formado por 100 componentes, cada una de las cuales tiene una confiabilidad igual a 0,95. Si esas componentes funcionan independientemente una de otra, y si el sistema completo funciona correctamente cuando al menos funcionan 80 componentes, ¿cuál es la confiabilidad del sistema?
(Meyer, P., 1973, pp.258)

c) La *configuración computacional* amplía el lenguaje, sobre todo el número y variedad de representaciones gráficas dinámicas además del lenguaje icónico, incorpora como procedimiento la simulación y permite trabajar con las variables estadísticas y aleatorias simultáneamente. El argumento preferible es inductivo, estudio de ejemplos, contraejemplos y la generalización. Para llegar a resolver el ejemplo anterior los estudiantes trabajarán con actividades previas donde analizarán la sensibilidad de los parámetros, como es el caso de la distribución binomial, a través del applet de la siguiente figura.

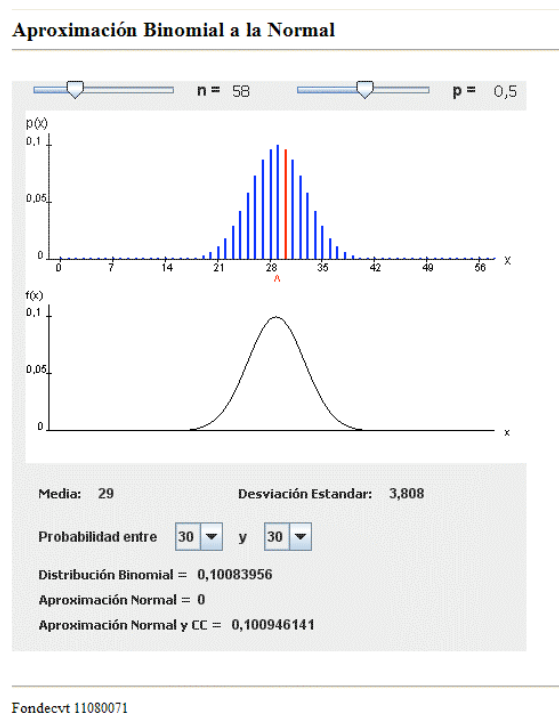


Figura 1: aproximación de la distribución binomial por la normal

Conclusiones

El significado de referencia estudiado en la muestra de libros de probabilidad y estadística aplicada a la ingeniería evidencia que no todos los conceptos y

propiedades se utilizan de manera significativa. Consideramos que debe ponerse atención al estudio de la descripción y comprensión de la variabilidad, emplear las representaciones y simulaciones, medios didácticos relevantes en el aprendizaje de la distribución muestral, conducir el proceso de apropiación de conceptos desde la presentación intuitiva al rigor matemático, enfatizar ejercicios reales de la ingeniería con apoyo informático, y por último diferenciar el estudio de la suma de variables aleatorias y luego el promedio de la muestra.

El análisis ha permitido una primera aproximación a la enseñanza de la distribución muestral. Se sugiere para la construcción del significado de la distribución muestral complementar el trabajo algebraico con la simulación gráfica mediante el ordenador para distintos valores de los parámetros de las distribuciones de probabilidades y así analizar variadas situaciones de problemas, que requieren de las proposiciones de la distribución muestral como herramienta de análisis de datos en ingeniería.

Agradecimientos

Este trabajo es financiado por el Proyecto Fondecyt 11080071

Referencias bibliográficas

- Alvarado, H. (2007). *Significados institucionales y personales del teorema central del límite en la enseñanza de estadística en estudiante de ingeniería*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Alvarado, H. y Batanero, C. (2008). Significado del teorema central del límite en textos universitarios de probabilidad y estadística. *Estudios Pedagógicos*.
- Ardanuy, R. y Martín Q. (1998) *Estadística para ingenieros*. Salamanca: Hespérides.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22 (2 y 3).

- Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 26 (1), 39-88.
- Meyer, P. (1992). *Probabilidad y Aplicaciones Estadística*. Segunda edición. México: Addison-Wesley.
- Pazos, J., Suárez, A. y Díaz, R. (2003). *Teoría de colas y simulación de eventos discretos*. Prentice Hall. Madrid, España.
- Retamal, L., Alvarado, H. y Rebolledo, R. (2007). Comprensión de las distribuciones muestrales en un curso de estadística para ingenieros. *Ingeniare*, 15, 6-17.