

DISEÑO DE UN RECORRIDO DE ESTUDIO E INVESTIGACIÓN EN LOS PROBLEMAS DE MODELIZACIÓN

Cecilio Fonseca Bon, Universidad de Vigo

José Manuel Casas Mirás, Universidad de Vigo

Marianna Bosch Casabo, Universidad Ramón Llull de Barcelona

Josep Gascón, Universidad Autónoma de Barcelona

Resumen

El trabajo que aquí presentamos forma parte de un proyecto que consiste en diseñar, experimentar y estudiar la viabilidad de un nuevo dispositivo didáctico que denominamos Recorridos de Estudio e Investigación (REI), para la creación de secuencias de enseñanza y aprendizaje en el aula, correspondiente a la modelización funcional de la enseñanza de las matemáticas para impartir en escuelas de ingeniería.

INTRODUCCIÓN

Durante muchos años, la “modelización y las aplicaciones” han estado limitadas, en las instituciones escolares, a la aplicación de un conocimiento matemático previamente aprendido por los alumnos a determinadas situaciones más o menos reales, con la doble finalidad de mostrar su utilidad y servir de motivación al aprendiz. Aún hoy en día este uso perdura en los sistemas de enseñanza. Sin embargo, en el ámbito de la investigación en Educación Matemática, la “modelización y las aplicaciones” constituye un dominio de investigación que no ha dejado de crecer intensamente en los últimos años.

MARCO TEORICO Y ANTECEDENTES

En este trabajo, por problemas de espacio, nos limitaremos a describir solo el modelo teórico de REI con el que estamos trabajando.

En el ámbito de la TAD, como respuesta a la pérdida de sentido de la matemática enseñada, se ha propuesto recientemente un nuevo dispositivo didáctico estructurado esencialmente para hacer posible una enseñanza funcional de las matemáticas y, en especial, para posibilitar la enseñanza de las matemáticas como una actividad de modelización. Esta línea de trabajo es claramente convergente con el tipo de actividades y competencias matemáticas que propugna la OCDE mediante las dos ediciones del informe PISA (OECD, 2006) y que designa con el término de “matematización”.

Para introducir en el aula el proceso de matematización, la TAD propone recurrir a un nuevo tipo de dispositivo didáctico que designa como Recorridos de Estudio e Investigación (Chevallard, 2005). Se considera que un Recorrido de Estudio e Investigación (REI) viene generado por el estudio de una cuestión viva Q y con fuerte poder generador, capaz de imponer un gran número de cuestiones derivadas. El estudio de Q y de sus cuestiones derivadas conduce a la construcción de un gran número de saberes que delimitarán el mapa de los posibles recorridos y sus límites. La cadena de cuestiones que se generan es, de hecho, una cadena de cuestiones y de respuestas (Q_i , R_i). Los REI recuperan así la relación genuina entre cuestiones y respuestas que está en el origen de la construcción del conocimiento científico en general y de la actividad de modelización en particular.

A partir de esa idea de Chevallard, estamos diseñando y desarrollando un modelo particular de REI adaptado a nuestro entorno institucional (escuelas de ingeniería

donde impartimos la docencia) que nos permita elaborar secuencias de enseñanza – aprendizaje para implantar en un Taller de Problemas. Ese modelo de REI (*Fonseca, Casas, Gonzalez, 2008*) con el que estamos trabajando viene caracterizado:

i) Razón de Ser

Debe existir una Razón de Ser que responda a cuestiones relacionadas con la nueva actividad matemática a realizar, tales como: ¿cuáles son las razones históricas que motivaron su estudio?; ¿cuáles son las situaciones problemáticas a las que responde la nueva OM que se va a construir?; ¿qué Situaciones Problemáticas (SP) emergen que antes no era posible formular?

ii) Situación Generatriz (SG)

De todas las SP anteriores, el profesor y los alumnos deben poder elegir aquella, que sea suficientemente rica, que provoque la aparición de una actividad matemática de complejidad creciente y que complete y amplíe las nuevas OM que vayan apareciendo. A esta SP le llamaremos SG. Esta debe mantenerse viva a lo largo del proceso de estudio y, siempre que sea posible, debe estar vinculada con el futuro profesional de los ingenieros, que es la institución donde trabajamos.

iii) Organizaciones Matemáticas Relativamente Completas (OMLRC)

El estudio de la SG y de sus cuestiones derivadas conduce a la construcción de un gran número de saberes que delimitarán el mapa de los posibles recorridos y sus límites. Toda esa cadena de cuestiones y de respuestas, se articula alrededor de un dispositivo didáctico, que podemos considerar como un proceso de ingeniería matemática denominado Organizaciones Matemáticas Locales Relativamente Completas (OMLRC), desarrollado en (*Fonseca, 2004*). Este dispositivo reúne dos particularidades importantes: en la primera se gestiona el proceso de construcción de la actividad matemática, articulada alrededor de una serie de Momentos y, en la segunda, se analiza la calidad de la actividad matemática construida, utilizando una serie de indicadores. Presentamos a continuación una versión muy resumida de una OMLRC.

El proceso de construcción de la actividad matemática, es un proceso de *ingeniería didáctica* y viene articulado alrededor de los Momentos Didácticos:

OD1. Debe haber un momento informativo: a lo largo del proceso de estudio de la OM local se debe potenciar la necesidad de retomar tareas, técnicas, nociones y conceptos de

aquellas OM (estudiadas anteriormente o no) que contienen los materiales necesarios para construir la nueva actividad matemática.

OD2. Debe haber un momento del primer encuentro: hace referencia al momento matemático que constituyen el tipo de problemas de partida.

OD3. Debe contener momentos exploratorios.

OD4. Debe provocar un desarrollo progresivo de la técnica (momento del trabajo de la técnica).

OD5. Debe existir un Momento Teórico de justificación de las técnicas.

OD6. Debe de precisarse lo que es “exactamente” la organización matemática elaborada, que corresponde al momento institucional.

OD7. Es preciso evaluar la calidad de los componentes de la OML construida, aparece de esta forma el momento de la evaluación.

OD8. Momento de las TIC.

b) La construcción de la Organización Matemática Local (OML) genera un producto que es un proceso de *ingeniería matemática*. Para medir el grado de completitud de la misma se utilizarán los siguientes indicadores:

OML1. Deben aparecer tipos de tareas asociados al “cuestionamiento tecnológico”, esto es, tareas que hagan referencia a la interpretación, la justificación, la fiabilidad, la economía y el alcance de las técnicas, así como a la comparación entre ellas.

OML2. Existencia de diferentes técnicas para cada tipo de tareas y de criterios para elegir entre ellas.

OML3. Existencia de diferentes representaciones de la actividad matemática.

OML4. Existencia de tareas y de técnicas “inversas”.

OML5. Interpretación del funcionamiento y del resultado de la aplicación de las técnicas.

OML6. Existencia de tareas matemáticas “abiertas”.

OML7. Necesidad de construir técnicas nuevas capaces de ampliar los tipos de tareas.

OML8. Debe existir la posibilidad de perturbar la situación inicial.

Hay que subrayar, que la noción de “completitud” es relativa. No tiene sentido hablar de OML “completas” ni de OML “incompletas”. Se trata, en todo caso, de una cuestión de grado: existen OML más o menos “completas” que otras en función del grado en que sus componentes cumplen las condiciones descritas por los indicadores OML1-

Los REI se presentan como unos nuevos dispositivos didácticos muy flexibles que pueden ayudar a superar algunas de las restricciones transpositivas que dificultan enormemente y casi impiden la enseñanza de la modelización matemática en los actuales sistemas de enseñanza.

SECUENCIAS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE EN LOS RECORRIDOS DE ESTUDIO E INVESTIGACIÓN.

Estamos desarrollando REI para crear marcos de referencia que diseñen situaciones de aprendizaje relacionadas con la modelización, que permitan actuar sobre la actividad matemática institucional de la Universidad. El trabajar en un entorno institucional tan privilegiado como son las escuelas de ingeniería, con una fuerte versatilidad en su formación académica, nos sirve para experimentar y diseñar diversos REI que se pueden utilizar en secuencias de enseñanza-aprendizaje de campos de problemas en los que estén involucradas situaciones útiles para los ingenieros. Los REI que tenemos más desarrollados están situados en los bloques matemáticos relativos a la OM de las matrices y al estudio de la variación de una función. En (Fonseca, Casas, Gonzalez, 2008) diseñamos un REI correspondiente al bloque de optimización de funciones. Partiendo de la actividad matemática desarrollada en torno al cálculo del diseño y volumen máximo de una piscina mostramos, que con la ayuda de un adecuado *cuestionamiento tecnológico*, es posible *desarrollar el momento exploratorio y el trabajo de la técnica* en una dirección tal que provoque la ampliación de los tipos de problemas que pueden abordarse y, *reformular los procesos de modelización como procesos de construcción y articulación de praxeologías matemáticas de complejidad y completitud crecientes* (Bosch, Fonseca, Gascón, 2004) con el objetivo de dar respuesta a ciertas cuestiones problemáticas con sentido que se han planteado en cierto ámbito de la realidad matemática o extra-matemática. Queremos que el estudiante aprenda a realizar pequeños desarrollos tecnológicos a partir de un trabajo práctico supuestamente previo.

A modo de conclusión :

El desarrollo de los REI realizados en el curso 2007/08 y 2008/09 nos permite reflexionar y destacar unas primeras conclusiones :

- Son una buena herramienta para el estudio de la modelización matemática.
- La diversidad de conocimientos del alumnado procedente de la Enseñanza Secundaria, dificulta enormemente la construcción y reconstrucción de actividad matemática en la Universidad. Hay necesidad de cuestionar la propia actividad matemática institucional desarrollada en la Enseñanza Secundaria.
- El poco tiempo del que se dispone para impartir programas demasiados extensos en la Universidad provoca que una parte importante del REI tenga que hacerse fuera del aula.
- Los REI que nosotros diseñamos están ligados a una institución concreta, como son las escuelas de ingeniería. Si cambiamos la institución, podría dar lugar a otro REI distinto.
- En la elaboración de secuencias de enseñanza y aprendizaje con los REI, aparece en todo momento la necesidad de elaborar un nuevo contrato didáctico que, por un lado, provoque cambios en el modelo epistemológico actual de la actividad matemática y, por otro lado, deben producirse cambios en las responsabilidades del profesor y del alumno.
- En un REI, a partir de una Razón de SER se genera un proceso de estudio con una cuestión generatriz lo suficientemente rica como punto de partida. Esta cuestión generatriz es dinámica y puede ser vivida por el alumnado de ingeniería, como el motor del proceso de estudio, a partir de la cual se genera una actividad matemática con nuevas cuestiones y nuevas respuestas. El alumno está obligado a perturbar la situación inicial, elaborar conclusiones y presentar los resultados. Es el protagonista del proceso de estudio.

BIBLIOGRAFIA:

- Bosch, M., Fonseca, C. e Gascón, J. (2004). Incompletitud de las organizaciones matemáticas locales en las instituciones escolares. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 24, 2/3, 205-250.
- Chevallard, Y. (2005). Steps towards a new epistemology in mathematics education. IV Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 4). Sant Feliu de Guíxols (Spain)
- Fonseca, C.,(2004) *Discontinuidades matemáticas y didácticas entre la Enseñaza Secundaria y la Enseñaza Universitaria*, Tesis Doctoral, Univ. de Vigo.
- Fonseca, C., Casas, J. M., Gonzalez, H.(2008), *Un recorrido de estudio e investigación entorno a una tarea de modelización: el cálculo del volumen máximo de una piscina*, Actas XVI Congreso Universitario de Innovación Educativa en las Enseñanzas Técnicas, Cádiz.