# ELEMENTOS PARA EL ANÁLISIS DIDÁCTICO DE SITUACIONES PROBLEMA EN LA FORMACIÓN MATEMÁTICA DE MAESTROS

Juan D. Godino. Universidad de Granada

Mauro Rivas. Universidad de los Andes. Venezuela

Walter F. Castro. Universidad de Antioquia. Colombia

Patricia Konic. Universidad de Río Cuarto. Argentina

**Resumen**

El presente documento trata de ejemplificar, a través de tres situaciones-problema que involucran conocimientos referidos a proporcionalidad, fracciones y números decimales, el uso de la "Guía para la identificación de objetos y significados matemáticos", como un recurso potencialmente útil para el desarrollo de competencias de análisis didáctico en la formación de futuros profesores de primaria. Se describe una experiencia en curso en la que se aplica la herramienta mencionada a tres situaciones problemas usadas en una de las fases de los ciclos formativos experimentados.

**Abstract**

This paper intends to exemplifies, through three problems about proportionality, fractions and decimal numbers, the use of the instrument "Guide for the identification of objects and mathematical meanings", as a mean to develop primary student teachers` didactic competencies. It is described an experience where the Guide is applied to three different problems.

## Competencias de análisis didáctico[1]

Teniendo en cuenta algunos aspectos del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática desarrollado por Godino y colaboradores (Godino, Batanero y Font, 2007), presentamos un esquema de clasificación de las competencias específicas para la formación didáctica de los profesores.

---

[1] Consideramos como « análisis didáctico » el estudio sistemático de los factores que condicionan los procesos de enseñanza y aprendizaje de un contenido curricular – o de aspectos parciales del mismo – con unas herramientas teóricas y metodológicas específicas. Gallardo y González (2006) describen dicho análisis como una metodología de investigación educativa (búsqueda de fuentes y tipos de información de las distintas áreas de conocimiento implicadas, meta-análisis de las investigaciones previas, delimitación de cuestiones abiertas y formulación de conjeturas). Por su parte, Gómez (2002) llama "análisis didáctico" a una metodología de diseño, implementación y evaluación de programaciones curriculares de aula en el contexto de la formación de profesores de matemáticas.

*1. Competencias referidas al diseño e implementación de procesos de estudio matemático:*

- Seleccionar y reelaborar los *problemas matemáticos* idóneos para los alumnos de los distintos niveles, usando los recursos lingüísticos y medios apropiados en cada circunstancia.

- *Definir, enunciar y justificar* los *conceptos, procedimientos* y *propiedades* matemáticas, teniendo en cuenta las nociones previas necesarias y los procesos implicados en su generación.

- Implementar *configuraciones didácticas* que permitan identificar y resolver los *conflictos semióticos* en la *interacción didáctica* y optimizar el aprendizaje matemático de los alumnos.

- Reconocer el sistema de *normas sociales y disciplinares* que restringen y hacen posible el desarrollo de los procesos de estudio matemático y aportan explicaciones plausibles de los fenómenos didácticos.

*2. Competencias referidas a conocimientos didácticos específicos y valoración de la idoneidad didáctica:*

- Conocer las aportaciones de la Didáctica de la Matemática a la enseñanza y aprendizaje de los bloques de contenidos y *procesos matemáticos* tratados en educación primaria (secundaria), y referidas a: desarrollo histórico (desde una perspectiva epistemológica) de los contenidos a enseñar, orientaciones curriculares, etapas de aprendizaje, tipos de errores y dificultades, patrones de interacción didáctica y sus efectos en el aprendizaje, uso de recursos tecnológicos y materiales manipulativos, propuestas de enseñanza experimentadas previamente, instrumentos de evaluación, etc. Estos conocimientos le van a permitir reconstruir un *significado de referencia* matemática y didáctica para los procesos de estudio pretendidos o implementados, y en consecuencia emitir un juicio valorativo sobre los mismos que oriente el incremento de la *idoneidad didáctica* de tales procesos.

- Valorar la idoneidad didáctica de los procesos de estudio planificados o implementados en sus distintas dimensiones (*epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y* *ecológica*). Esta competencia supone desarrollar en el profesor una actitud positiva hacia la enseñanza de las matemáticas, valorando su papel formativo y utilidad en la educación de los ciudadanos y profesionales.

El desarrollo de las competencias didácticas es un desafío complejo para los formadores de profesores por la diversidad de dimensiones y componentes a tener en cuenta. Una de tales dimensiones se refiere al análisis de los propios conocimientos matemáticos, para los cuales será necesario adoptar una visión amplia que reconozca el papel central de la actividad de resolver problemas en la generación del conocimiento.

**Desarrollo de competencias de análisis didáctico**

Situados en el contexto anterior, con el objeto de fomentar el desarrollo de competencias de análisis didáctico en la formación de futuros profesores de primaria, estamos experimentando la aplicación de *ciclos formativos* sobre las matemáticas y su didáctica, los cuales comprenden los siguientes tipos de situaciones:

1) Resolución de problemas de acuerdo a un modelo didáctico socio-constructivo-instruccional.

2) Reflexión epistémico-cognitiva sobre los objetos y significados[2] puestos en juego en la resolución de problemas.

3) Análisis de las interacciones en la clase de matemáticas.

4) Reconocimiento del sistema de normas que condicionan y soportan la actividad de estudio matemático.

5) Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de estudio matemático experimentado.

En estos procesos de estudio se implementa una trayectoria didáctica que contempla las siguientes fases o momentos:

---

[2] Los objetos y significados matemáticos sobre los que se orienta la reflexión se describen en Godino, Batanero y Font (2007), así como los supuestos antropológicos que sirven de base al "enfoque ontosemiótico". Los estudiantes son introducidos progresivamente en el reconocimiento de tales objetos y procesos, así como a la perspectiva plural y relativista del significado de los objetos matemáticos.

1) Presentación de las consignas.

2) Exploración personal

3) Trabajo cooperativo en equipos para elaborar una respuesta compartida.

4) Presentación y discusión

5) Institucionalización por el formador, explicitando los conocimientos pretendidos

6) Estudio personal de documentos de trabajo seleccionados, apoyado por las tutorías individuales y grupales.

Un ciclo formativo de este tipo se describe en Godino, Batanero, Roa y Wilhelmi (2008)[3] basado en el estudio de nociones elementales de estadística a partir de un proyecto de análisis de datos.

**Herramientas para el análisis didáctico**

El proceso de estudio propuesto y el desarrollo de la trayectoria didáctica referida contemplan la realización de un conjunto de actividades de análisis didáctico de la propia práctica docente. El análisis se basa en la aplicación de algunas herramientas teóricas desarrolladas en el marco del "Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática" (Godino, Batanero y Font, 2007), en particular las noción de "configuraciones epistémicas y cognitivas".

El estudio de las configuraciones epistémicas y cognitivas en la resolución de problemas, se realiza utilizando la "Guía para la identificación de objetos y significados matemáticos". Para llevar a efecto este análisis se realizan las siguientes actividades:

a) Selección de una situación problema.

b) Búsqueda de soluciones.

[3] Las publicaciones donde se desarrolla el "Enfoque Ontosemiótico" están disponibles en Internet: http://www.ugr.es/local/jgodino

c) Elaboración de las configuraciones epistémicas de los objetos y significados puestos en juego en las soluciones.

d) Resolución de la situación problema por parte de los estudiantes.

e) Revisión de respuestas de los estudiantes al problema y elaboración de las configuraciones cognitivas correspondientes.

El uso de la *guía* de identificación de objetos y significados permite reflexionar sobre la naturaleza de la actividad matemática puesta en juego en la resolución de la situación problema correspondiente.

En las siguientes secciones presentamos el desarrollo de lo concerniente al apartado c) de las actividades anteriormente mencionadas, en la resolución de tres situaciones-problema diferentes. Tales situaciones-problema fueron propuestas en diferentes momentos a un grupo de estudiantes de magisterio, como situaciones introductorias al estudio de los temas a los cuales están referidas, en el marco de una asignatura dirigida a completar su formación matemática desde la perspectiva de la enseñanza. Otro ejemplo de este tipo de análisis epistémico/cognitivo se ha realizado en Godino, Rivas, Castro y Konic (2008b).

**Análisis didáctico de problemas matemáticos**

**4.1. Una situación introductoria para el estudio de la proporcionalidad**

Como situación introductoria al tema de la proporcionalidad se ha realizado con un grupo de 60 estudiantes del curso Matemáticas y su Didáctica del primer año de la carrera de magisterio, una exploración inicial de los conocimientos de estos estudiantes sobre el tema. Dando lugar al desarrollo del primer momento del ciclo formativo correspondiente. Se inicia la experiencia proponiendo a los estudiantes la resolución de cuatro situaciones-problema, relacionadas con el contenido matemático proporcionalidad directa y simple. La última situación-problema se considera asociada al conocimiento para enseñar la proporcionalidad. El análisis epistémico que aquí se presenta se realiza sobre esta última situación problema.

Las situaciones-problema, referidas se presentan a continuación:

1) Un coche consume 8,4 litros de gasolina cada 100 km. ¿Cuántos kilómetros puede recorrer con 25,2 litros?

2) ¿Cuáles de las siguientes tablas expresan magnitudes proporcionales? (Los números expresan las medidas de las cantidades correspondientes)

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| B | 7 | 14 | 21 | 28 | 35 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| L | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 |
| S | 36 | 72 | 108 | 144 | 180 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| T | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| E | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 |

Comprueba tus respuestas, representando gráficamente cada tabla en diagramas cartesianos.

3) De los siguientes pares de magnitudes, ¿cuáles son directamente proporcionales?

a) Lado del cuadrado y su superficie

b) Lado del cuadrado y su perímetro

c) Edad y altura de las personas

Justifica tu respuesta usando una tabla para cada uno

4) Explica con tus propias palabras cuándo dos magnitudes son directamente proporcionales. Pon un ejemplo, construye su tabla y represéntala gráficamente.

*4.1.1. Análisis previo de la situación-problema*

A continuación se presentan algunos de los tipos de objetos y significados puestos en juego en la solución de uno de los problemas del instrumento (por razones de espacio se omiten los análisis de los otros tres problemas). El análisis se realiza sobre el problema 4, siguiendo la metodología desarrollada en Godino, Rivas, Castro y Konic (2008a).

**Situaciones-problema**

| Objetos | Significados |
|---|---|
| Explicación | Proporcionar una definición de magnitudes directamente proporcionales. |
| Ejemplo de proporcionalidad directa | Situación particular que cumple con las reglas que caracterizan una relación de proporcionalidad entre magnitudes. |
| Elaboración de la tabla con pares de números proporcionales | Mostrar el conocimiento de que la proporcionalidad involucra una secuencia de pares de números que cumplen la regla que caracteriza una relación de proporcionalidad. |
| Elaboración del gráfico cartesiano correspondiente | Mostrar competencia para traducir la expresión tabular a una representación gráfica cartesiana en la que se manifiesta una disposición lineal de los pares de números proporcionales. |

**Elementos lingüísticos**

| Objetos | Significados |
|---|---|
| Explica con tus propias palabras cuándo dos magnitudes son directamente proporcionales | Enunciado de la definición de magnitudes directamente proporcionales |
| Secuencia de pares de números proporcionales | Relación de proporcionalidad directa |
| Conjunto de puntos linealmente dispuestos en el gráfico cartesiano | Relación de proporcionalidad directa |

*Conflictos potenciales:*

Uso de las expresiones “mayor (menor) en A implica mayor (menor) en B” para caracterizar la proporcionalidad directa. Uso de reglas intuitivas (Tirosh y Stavy, 1999).

Ubicación incorrecta de la secuencia de pares de números proporcionales en el gráfico cartesiano.

**Conceptos/definiciones**

| **Objetos** | **Significados** |
|---|---|
| Magnitudes proporcionales | Las magnitudes son proporcionales si la razón de las cantidades correspondientes es constante. |
| Sucesión de pares de números proporcionales | La razón de los pares de números correspondientes es constante. |
| Constante de proporcionalidad | Razón entre dos medidas de cantidades correspondientes cualesquiera. |

*Conflictos potenciales:*

No reconoce la relación constante entre las razones de los pares de números proporcionales.

**Propiedades**

| **Objetos** | **Significados** |
|---|---|
| P1: Si se multiplican las cantidades de una magnitud por un número, las cantidades de la otra magnitud se multiplican por el mismo número. | Permite obtener términos de la secuencia de pares de números proporcionales. |

*Conflictos potenciales:*

- No encontrar la propiedad P1.

**Procedimientos**

| **Objetos** | **Significados** |
|---|---|
| Generación de pares de números proporcionales | Obtener los pares que constituyen los términos de las sucesiones de magnitudes proporcionales. |
| Construcción de la tabla | Representar la relación de proporcionalidad de manera extensiva (numérica). |
| Construcción de la representación gráfica | Representar la relación de proporcionalidad de manera extensiva (gráfica). |

*Conflictos potenciales:*

- Obtener pares de números no proporcionales.
- Elaborar una tabla o gráfico incorrecto o incompleto.

**Argumentos**

| Objetos | Significados |
|---|---|
| A1: La razón de las cantidades multiplicadas por el mismo número es la misma constante de las magnitudes previas. | Justifica la propiedad P1 |

*Conflictos potenciales:*

- No identificar la propiedad P1.

**4.2. Una situación introductoria al estudio de las fracciones**

A continuación presentamos el enunciado de una situación-problema numérico-algebraico.

> "Cuando lanzamos una pelota desde una cierta altura, rebota hasta un quinto de la altura a la que se lanzó. Si después de tres botes la altura alcanzada es de 6 cm., ¿a qué altura inicial se lanzo la pelota? 1) Resuelve el problema; 2) Explica la solución utilizando alguna representación gráfica; 3) Explica la solución usando notación algebraica".

*4.2.1. Análisis previo de la situación-problema*

Presentamos a continuación el análisis a priori de los objetos y significados matemáticos que se ponen en juego durante la actividad de solución del problema anterior, e identificamos los potenciales conflictos de significado, siguiendo la metodología desarrollada en Godino y cols. (2008a).

**Elementos lingüísticos**

| Tipos de objetos | Significados |
|---|---|
| Lanzamos una pelota desde una cierta altura | Refiere a una experiencia física y el valor desconocido (incógnita) de una cantidad. |
| Rebota hasta un quinto de la altura a la que se lanzó | Establece la relación numérica entre la altura desde la que cae y la altura a la cual rebota; fracción 1/5. |
| Si después de tres rebotes la altura alcanzada es 6 cm. | La relación numérica se compone tres veces consigo misma, fracción de fracción, asigna una medida a la altura final alcanzada. |
| $\frac{1}{5}(\frac{1}{5}(\frac{1}{5}x)) = 6$ | Uso de la letra x para indicar la incógnita, expresión de la relación entre los datos, las condiciones y la incógnita. |

*Conflictos potenciales:*

La fracción (1/5) actúa sobre una cantidad desconocida, se puede pensar que no es posible resolver el problema, dado que la altura desde la cual cae no se conoce.

No se obtiene una equivalencia procedimental para la expresión "rebote" que en este caso equivale a "1/5".

No se interpreta la expresión "si después de tres rebotes" como una composición multiplicativa del operador consigo mismo.

"La altura alcanzada es de 6 cm." no se interpreta como la última altura después de tres rebotes.

La solución algebraica, expresada mediante la ecuación, presupone la puesta en acto de conceptos, propiedades y procedimientos, enmarcados en un juego de lenguaje y articulados para hallar el valor de la incógnita. Lo cual es un reto para los estudiantes por la coordinación entre las diferentes entidades primarias.

**Conceptos**

| Tipos de objetos | Significados |
|---|---|
| Fracción | Modo de expresar una parte de un todo dividido en partes iguales. |

| | |
|---|---|
| Incógnita | Letra que se le asigna a un valor desconocido. |
| Igualdad | Expresión matemática que relaciona dos números |

*Conflictos potenciales:*

No se utiliza la fracción como un todo dividido en partes iguales dado que no se conoce el “todo” inicial.

Se identifica una cantidad desconocida pero no se opera sobre ella.

No se identifican las dos cantidades que son iguales y no se plantea una relación entre ellas.

**Propiedades**

| **Tipos de objetos** | **Significados** |
|---|---|
| Dada una cantidad que es el resultado de una reducción (a/b) de un número desconocido, podemos conocer el número. | La suma de las partes da el total. |
| La multiplicación de un número, diferente de cero, por su inverso multiplicativo da uno. Ponerlos en correspondencia con los conflictos potenciales. | Despejar la incógnita. |

*Conflictos potenciales:*

No se identifican las dos cantidades que son iguales.

La fracción como operador no se usa cuando no se conoce el número sobre el cual se aplica el operador.

**Procedimientos**

| **Tipos de objetos** | **Significados** |
|---|---|
| Hallar la fracción de una cantidad | Dada la altura a la cual rebota, encontrar la altura desde donde se lanzó. |
| Multiplicar el valor 6 por 5x5x5 | Procedimiento numérico que permite encontrar la altura inicial a partir de la última altura, después de tres rebotes. |

*Conflictos potenciales:*

No se identifica que 6 cm. es el último rebote, que corresponde a un quinto de una cantidad puede encontrarse, al multiplicar por cinco, revertiendo la operación inicialmente aplicada de fraccionar entre cinco. Tensión entre dos enfoques del número racional: duplicador/partición y el amplificador/reductor (Behr, Khoury, Harel, Post y Lesh, 1997).

**Argumentos**

| **Tipos de objetos** | **Significados** |
|---|---|
| Si 6 es la quinta parte de una cantidad desconocida, entonces podemos encontrar la cantidad desconocida. | Relación entre el antecedente y el consecuente de la fracción, interpretada como operador. |
| Si $x$ es la altura inicial desconocida y cada vez que la pelota rebota, la altura se reduce en un quinto, y si rebota tres veces, entonces la altura final alcanzada será: $\frac{1}{5}\left(\frac{1}{5}\left(\frac{1}{5}x\right)\right)$ | Se relaciona la altura desconocida con el procedimiento que la transforma al reducir la altura cada vez en un quinto de la altura previa. |
| Si la altura final alcanzada es de 6 cm. y la altura final corresponde a la expresión algebraica del renglón anterior, entonces tenemos la relación: $\frac{1}{5}\left(\frac{1}{5}\left(\frac{1}{5}x\right)\right)=6$ | Se vinculan dos cantidades, que de acuerdo con el enunciado del problema, son iguales. |

*Conflictos potenciales:*

No proponer la argumentación: si la pelota rebotó un quinto cada vez y si la altura alcanzada es de 6 cm. entonces la altura desde la cual rebotó fue 6x5.

No vincular las dos cantidades que se relacionan y que son iguales, la altura inicial que se reduce en un quinto cada vez que rebota y el valor final de la altura alcanzada en el tercer rebote.

### 4.3. Una situación introductoria al estudio de los números decimales

A continuación presentamos el enunciado de un problema sobre números decimales.

Resuelve las siguientes cuestiones:

a) ¿Son decimales los números 1’3456789 y 27’454545… (45 repetido indefinidamente)? Justifica la respuesta.

b) ¿Cuál es la fracción que es igual a 27’454545… (45 repetidamente)?

c) ¿Es un número decimal el número cuya expresión decimal es 4’58999… (una infinidad de 9)? Justifica la respuesta.

d) Explica la diferencia entre “número decimal” y “expresión decimal de un número real”.

*4.3.1. Análisis previo de la situación-problema*

Similar a lo expuesto anteriormente, a continuación se muestra un análisis epistémico previo (objetos y significados) de una posible solución al problema anterior.

**Elementos lingüísticos**

| **Objetos** | **Significados** |
|---|---|
| “¿Son decimales los números….?” | Concepto de número decimal |
| “45 repetido indefinidamente” | Periodicidad e infinitud de cifras decimales |
| “una infinidad de 9” | Periodicidad e infinitud de cifras decimales |
| 1’3456789<br>27’454545…<br>4’58999… | Expresiones decimales de números racionales:<br>Racional decimal<br>Racional no decimal<br>Racional decimal con expresión decimal periódica |
| “Cual es la fracción que…” | Fracción generatriz de un número racional |
| “Explica la diferencia entre número decimal y expresión decimal….” | Distinción conceptual entre ambas nociones |
| Expresión del procedimiento para | Procedimiento de cálculo de la fracción generatriz |

| | |
|---|---|
| hallar la fracción generatriz | |
| Expresión de las justificaciones en los incisos a) y c) | Argumentos que establecen la verdad de las proposiciones |

**Conceptos/definiciones**

| **Objetos** | **Significados** |
|---|---|
| Fracción | Representante de un número racional |
| Número decimal | Número racional que tiene como representante una fracción decimal |
| Número racional | Clase de fracciones equivalentes |
| Expresión decimal de un número real | Representación de un número real en la forma: a’bcd…, donde a,b,c,d,…. Son números naturales |
| Número decimal cuya expresión decimal tiene infinitas cifras. | Expresión del número decimal a,bc…(d+1) en la forma: a,bc…d99999… |
| Fracción generatriz de la expresión decimal periódica de un número racional | Fracción que interpretada, al dividir numerador y denominador genera la expresión decimal del racional correspondiente |

**Propiedades/Proposiciones**

| **Objetos** | **Significados** |
|---|---|
| P1: Para toda expresión decimal periódica existe una fracción generatriz | Permite decidir si el racional correspondiente es un número decimal |
| P2: Si la expresión con comas de un número racional se puede convertir en fracción decimal, entonces el racional es un número decimal. | Permite decidir si el racional correspondiente es un número decimal |
| P3:<br>a) 1’456789 es decimal<br>b) 27’454545…no es decimal<br>c) La fracción generatriz de b) es: 302 | a) Establece que 1’456789 pertenece a la clase de los números decimales.<br>b) Determina que el número 27’454545… no pertenece a la clase de los decimales.<br>c) Justifica que el número 27’454545…., no |

| | |
|---|---|
| $\frac{302}{11}$<br>d) El número 4’589999…., es el decimal 4’59 | pertenece a la clase de los decimales.<br>d) Caracteriza a los números decimales con expresión decimal infinita. |
| P4: Si en la descomposición en factores primos del denominador de una fracción irreducible solo existen las potencias de 2 y 5, entonces el racional respectivo es un número decimal. | Permite decidir si el racional correspondiente es un número decimal. |

**Procedimientos**

| **Objetos** | **Significados** |
|---|---|
| Técnica para hallar la fracción generatriz de un número racional | Obtención de fracciones generatrices par decidir si el número es decimal |
| Comparación conceptual entre número y expresión decimal de un número | Establecer diferencias entre ambos conceptos |

**Argumentos**

| **Objetos** | **Significados** |
|---|---|
| A1: Deductivos, considerando los casos expresión decimal finita, periódica pura o mixta. | Establecen la verdad de la proposición Correspondiente |
| A2: Del cambio de representación se cumple la definición de número decimal | |
| A3: De la forma de representación, con coma, que tenga un número y la aplicación de la propiedad P2, se determina si un número es decimal | |
| A4: Teorema directo: multiplicando numerador y denominador por potencias de 2 y/o 5 convenientemente.<br>Teorema recíproco: Reducción al absurdo (Godino y cols, 2004, p. 129) | |

**Reflexiones finales**

Consideramos que la realización de este tipo de análisis es potencialmente útil para los profesores de matemáticas, pudiéndose aplicar tanto a las soluciones esperadas desde el punto de vista del profesor, como a las soluciones dadas por los estudiantes. El análisis de la "matemática en acción" que realizamos en este trabajo se considera una competencia instrumental del profesor de matemáticas al permitirle reconocer la complejidad de objetos y procesos matemáticos puestos en juego en las actividades matemáticas, prever potenciales conflictos, adaptarlas a las capacidades de sus estudiantes y a los objetivos de aprendizaje.

Esta nueva situación-problema de "análisis epistémico-cognitivo" que comprende tanto análisis previos de las posibles soluciones, así como de las soluciones dadas por los alumnos, la estamos experimentando con diversos grupos de estudiantes y diferentes problemas matemáticos elementales. Como primeras conclusiones de estas experiencias podemos decir que la actividad es un reto para los futuros profesores; resulta conflictiva la identificación y discriminación de los tipos de objetos y significados, ya que usualmente supone un cierto nivel de actividad metacognitiva a la que no están habituados.

Se considera válido el esfuerzo que comprende la realización de estas actividades de análisis porque, entre otras cosas, permitirá "hacer conscientes" a los profesores en formación, en los términos propuestos por Mason y Spencer (1999), del conocimiento necesario, puesto en juego, en la resolución de una situación-problema. Tal conciencia potenciaría las posibilidades de "saber para actuar en el momento" (knowing-to act in the moment) de quien más tarde orientará el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Aunque este tipo de análisis se revela útil para el formador de profesores, consideramos que es posible y deseable capacitar a los futuros profesores para realizar análisis similares de sus propias experiencias de enseñanza y aprendizaje. La actividad de resolución se complementa con la reflexión epistémico – cognitiva provocada por las consignas: *¿Qué matemáticas se pone en juego en la resolución del problema? ¿Qué matemática ha puesto en juego el alumno*?; estas preguntas se apoyan en el uso de las herramientas teóricas del "enfoque ontosemiótico", concretadas en este caso en los ejemplos presentados.

**Referencias**

Behr, M. J., Khoury, H.A., Harel, G., Post, T. y Lesh, R. (1997). Conceptual units analysis of pre-service elementary school teachers' strategies on a rational-number-as operador task. *Journal for Research in Mathematics Education*, *28*(1), 48-89.

Gallardo, J. y González, J. L. (2006). El análisis didáctico como metodología de investigación en educación matemática. En P. Bolea, M. González y M. Moreno. *X Simposio de la SEIEM*. (pp. 57-77). Huesca: Instituto de Estudios Altoaragoneses, Universidad de Zaragoza.

Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education, 39* (1-2), 127-135.

Godino, J. D., Batanero, C., Font , V. y Wilhelmi, M. R. (2007). Análisis didáctico de procesos de estudio matemático basado en el enfoque ontosemiótico. *Conferencia invitada en el IV Congresso Internacional de Ensino da Matematica*. ULBRA, Brasil, 25-27 Octubre.

Godino, J. D., Rivas, M., Castro, W. F. y Konic, P. (2008a). Desarrollo de competencias para el análisis didáctico del profesor de matemáticas. *VI Jornadas de Educación Matemática Región Murcia*. (pp. 25-49). Murcia: Centro de Profesores y Recursos de Lorca, Mar Menor, Murcia I y Murcia II..

Godino, J. D., Rivas, M., Castro, W. F. y Konic, P. (2008b). Epistemic and cognitive analysis of an arithmetic- algebraic problem solution. *ICM 11, Topic Study Group 27: Mathematical knowledge for teaching*. Disponible en Internet: http://tsg.icme11.org/tsg/show/30

Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *Revista EMA*, 7 (3): 252-292.

Mason, J. y Spencer, M. (1999). Beyond mere knowledge of mathematics: the importance of knowing-to act in the moment. *Educational Studies in Mathematics, 38*, 135–161.

Tirosh, D. y Stavy, R. (1999). Intuitive rules: A way to explain and predict students' reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, *38*, 51-66.