

PROCESO DE RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA ALGEBRAICO EN 2º CURSO DE ESO UTILIZANDO FOROS ELECTRÓNICOS DE CONVERSACIÓN

M. Pilar Royo Regueiro
I.E.S. Montilivi. Girona

Resumen

En este trabajo se presenta una actividad de resolución de problemas en un grupo de dieciocho estudiantes de 2º curso de ESO. Esta actividad conduce al desarrollo de procesos de simbolización y generalización. Para ello se tiene en cuenta la conveniencia de facilitar la expresión oral y escrita (foros electrónicos) de las ideas matemáticas potenciando la participación de todos los estudiantes. La “escucha” de las ideas y razonamientos de los estudiantes permite planificar actuaciones docentes para favorecer el aprendizaje individual y del grupo.

Abstract

In this paper we present a solve problem activity with eighteen students of 2nd course of ESO. The activity leads to the development of generalization and symbolism processes. The convenience of facilitating the expression oral and written (electronic forums) of mathematical ideas to harness the participation of all the students is taken into account. The “listening” of the ideas and reasoning of the students allows planning activities in order to promote the individual learning and the learning of the group.

Introducción: Hacia el uso de lenguaje matemático a través de la conversación en el aula. El uso de foros electrónicos.

La experiencia presentada forma parte de una investigación que tiene como finalidad estudiar y caracterizar cómo algunos usos de los foros de conversación electrónicos en situación de presencialidad posibilitan el desarrollo del pensamiento algebraico en los estudiantes de primer ciclo de ESO.

Partiendo de un enfoque que toma como punto de partida lo que el aprendiz ya conoce, consideramos que el aprendizaje y la enseñanza del álgebra deben basarse en situaciones problemáticas que conducen a la simbolización. Pero también tendremos en cuenta las diferentes formas que presenta el pensamiento algebraico en los niveles correspondientes a edades tempranas: análisis de relaciones entre cantidades, darse cuenta de la existencia de estructuras (Molina, 2006), estudio del cambio, generalización, resolución de problemas, modelización, justificación, prueba, predicción (Kieran, 2004). A ello se suma que la incorporación de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) a las actividades formativas puede reforzar el diseño de metodologías de enseñanza y aprendizaje basadas en la cooperación (Coll y Monereo, 2008).

Con el uso de foros de conversación de un entorno electrónico se intenta facilitar la conversación entre los alumnos y de los alumnos con la profesora. Como señalan Butto y Rojano (2004):

Al usar la discusión en el salón de clases como una metodología de trabajo, se pueden explotar varios aspectos, tales como la interacción entre alumnos, el contexto del conocimiento matemático y las funciones cognitivas y comunicativas como escuchar y hablar.”. De acuerdo con Balacheff y Laborde, 1984 (citado en Hoyles y Sutherland, 1985), cuando hablamos, construimos significados, reconstruimos lo que decimos, y las contradicciones otorgan un incremento importante en los niveles de comprensión.

Se pretende por tanto favorecer que los alumnos hablen de matemáticas utilizando el lenguaje natural como metalenguaje para expresar ideas matemáticas, descubriendo progresivamente, a lo largo del proceso de discusión, la utilidad de la aplicación y uso del lenguaje matemático, y en particular del lenguaje simbólico.

Los foros electrónicos permiten la interacción y la participación de todos los estudiantes a un nivel y con unas características que difícilmente podrían conseguirse en el aula a través de la conversación oral, la cual goza de otras condiciones insustituibles que en el nivel educativo a que nos referimos no deben abandonarse. Por otra parte, las intervenciones realizadas en los foros por los estudiantes orientan la acción docente ofreciendo información sobre la actividad de los estudiantes y las necesidades o conveniencia de introducir otras actividades individuales o de grupo, a veces utilizando material manipulativo que en esta etapa todavía puede resultar útil para acercarse a los conceptos, extrayéndolos de lo abstracto mediante la visualización y la manipulación. También, la diversificación de materiales y recursos manipulativos e informáticos utilizados en el aula de matemáticas, puede favorecer la motivación y permitir la adaptación metodológica a los diferentes ritmos, intereses o necesidades de los alumnos. En la actividad que presentamos se busca que estos recursos favorezcan la expresión y el paso progresivo del lenguaje natural al lenguaje algebraico en la resolución de problemas.

Objetivos de la actividad

Los objetivos de la actividad presentada son:

- Que los estudiantes aprendan álgebra resolviendo problemas a través de la indagación individual y la puesta en común de todo el grupo a través de foros electrónicos.
- Desarrollar el conjunto de competencias que constituyen la competencia matemática (pensar, razonar, argumentar, interpretar y representar, comunicar) y contribuir al desarrollo de otras competencias básicas.

Para ello, se analizará la forma en que los estudiantes

- Descubren regularidades.
- Expresan propiedades, relaciones o regularidades.
- Participan en cadenas de conversación exponiendo dudas, conjeturas, argumentos...
- Desarrollan la capacidad de utilizar un lenguaje adecuado para expresar con rigor las estrategias y razonamientos utilizados en la resolución de problemas.

No se expondrán aquí los datos recogidos de forma sistemática ni por tanto los resultados de su análisis. Esta tarea está en fase de realización. Nos limitaremos a mostrar una secuencia aproximada de la actividad a través de algunas de las aportaciones realizadas por los estudiantes.

Estructura de la tarea y de participación

La experiencia se ha llevado a cabo durante en una materia optativa trimestral de matemáticas con quince estudiantes de 2º curso de ESO de un instituto público de Girona.

Se presentó a los estudiantes la tarea de entregar un informe escrito donde explicasen el proceso de resolución de un problema cuyo enunciado encabezaba un foro de conversación del entorno Moodle del instituto. Podían utilizar el foro de conversación tantas veces como lo desearan para expresar dudas, sugerencias, solicitud de ayuda, y, en general, para comunicarse y resolver el problema conjuntamente. La profesora leía los diálogos de los foros y procuraba aportar orientación y guía cuando le parecía oportuno. No se forzó la participación en los foros fuera del aula de informática. El alumnado era informado del proceso planificado y de los criterios de evaluación que se aplicaban.

La tarea se llevó a cabo en una “optativa” de matemáticas durante tres semanas del segundo trimestre del curso, cuando los estudiantes habían finalizado la unidad didáctica *Álgebra*, correspondiente al crédito común de matemáticas de 2º curso de ESO. Una de las tres sesiones semanales asignadas a esta optativa se realizaba en el aula de informática. Se accedía a los foros del entorno Moodle del instituto. No siempre era posible disponer de un ordenador por estudiante, por lo que en ocasiones trabajaban en parejas. Paralelamente al uso de los foros se realizaron otras actividades.

El problema

Teniendo en cuenta que los estudiantes habían finalizado el trimestre anterior una unidad didáctica de álgebra que incluía una introducción al uso de expresiones algebraicas, se tomó como punto de partida la indagación en los conocimientos previos de los estudiantes sobre el uso del lenguaje simbólico y se planteó el siguiente problema:

“Dados n puntos, ¿cuántos segmentos necesitamos para unirlos de dos en dos?”

Evolución del proceso de resolución del problema¹

En un principio, fue necesario establecer el significado del enunciado de forma clara y común para todo el grupo. Pero todavía no parecía fácil abordar el problema. Las primeras intervenciones de los estudiantes mostraron que necesitaban orientación para mejorar los procesos de generalización que supuestamente habían adquirido en la unidad didáctica cursada el trimestre anterior: (Se muestra parte de una transcripción de un diálogo).

Alumno 1: Pili ¿qué número es n???

Alumno 2: De momento no podemos unir nada porque no sabemos cuántos puntos tenemos.

Profesora: Bien, pues entonces podemos empezar con unos cuantos puntos, los que queráis, y ya iremos haciendo... ¿Con cuántos puntos queréis empezar?

La sugerencia ofreció alguna seguridad para intentar empezar a dibujar esquemas con algunos grupos de puntos. Sin embargo, los estudiantes no parecían ir más allá de la obtención de resultados para un número concreto de puntos. Por ello, la docente decidió realizar una nueva propuesta:

Parece que habéis estado haciendo pruebas dibujando puntos y segmentos. Habéis probado con 2 puntos, con 8 puntos... PROPUESTA: ES POSIBLE QUE OS VAYA BIEN HACER UNA TABLA donde apuntar los resultados de forma ordenada.

Esta propuesta dio paso a una ordenación de los datos obtenidos. Ello facilitaba el proceso de pasar **de la particularización a la generalización**, un proceso que ha de realizar cada estudiante. La elaboración de tablas da lugar habitualmente a la aparición de estrategias de recursividad, como en este caso:

Puntos	Segmentos
1	0
2	1
3	3
4	6
5	10
6	15

Alumno 3: Yo he descubierto esto:

Entre el 1 y el 2 hay 1 de diferencia. Entre el 2 y el 3 hay 2 de diferencia. Entre el 3 y el 4 hay 3 de diferencia y así todos...

a es el número de segmentos.

$a = n - 1 + a$ del número anterior

Aportaciones como la anterior dieron lugar a la expresión de diversas ideas, solicitud de aclaraciones y comentarios. Es interesante por ejemplo observar la última expresión de la aportación escrita anterior (“ $a = n - 1 + a$ del número anterior”), que no se valoró como

¹ No se incluyen todas las aportaciones realizadas por los estudiantes al foro. Se ha realizado una selección representativa para el análisis del proceso de resolución.

errónea sino como un avance en la búsqueda de estrategias de resolución y en el uso de lenguaje algebraico para abordar el problema. Para facilitar la comunicación de estas expresiones y aclarar algunos aspectos que a través de los foros escritos podían complicarse, la docente consideró adecuado proponer una discusión entre el grupo abordando el problema de forma oral y realizando en la pizarra la representación de la situación elaborada conjuntamente, como puede verse en la Figura 1.

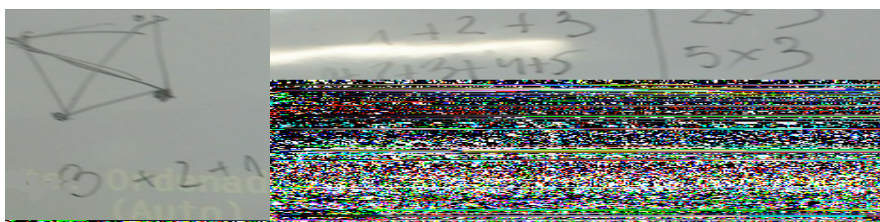


Figura 1: De los casos particulares a la generalización

Finalizada la discusión oral, al encontrarse de nuevo, individualmente o en parejas, ante el problema y reelaborar la construcción realizada conjuntamente en el grupo, aparecieron **nuevas representaciones**:

Alumno4: yo y [Alumno 5.] hemos descubierto la fórmula. Con los ejemplos que hemos hecho ha funcionado, es: $n : 2 (n-1)$

Continuaron las aportaciones al foro. Los estudiantes se comunicaban entre ellos solicitando y ofreciendo explicaciones y ayuda, o intercambiando sus hallazgos:

Alumno 6: [Alumno 7], ¿Cómo puede ser que yo entienda una cosa y tú no?

Se trata de pillar cualquier número, que será “n” entonces haces las operaciones que te dice que es dividir n entre 2 y el resultado de este multiplicarlo por el resultado de n menos 1.

Alumno 8: Albert tiene razón. Lo he comprobado. La fórmula es $n : 2 (n-1)$

Aquí surgió una discusión sobre la equivalencia entre las expresiones “ $(n-1) \cdot n : 2$ ” y “ $n + (n-1) / 2 \cdot n$ ”. Llegaron a la conclusión de que

Alumno 4: Podemos hacer las dos cosas y sale bien.

Algunos estudiantes propusieron utilizar recursos conocidos de otras situaciones:

Alumno 9: Tú pillas el geoplano y vete probando con los puntos y segmentos.

http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_279_g_4_t_3.html?open=activities&hidepanel=true&from=vlibrary.html

Algunos estudiantes buscaron explicaciones convincentes a la fórmula. Aunque esta explicación ya se había encontrado y expresado durante la discusión oral realizada en grupo una semana antes (ver figura 1), la **atribución y apropiación del significado** ha de realizarse individualmente y cada estudiante mostró necesitar su tiempo también individual para realizar el proceso:

Alumno 10: El porqué de la fórmula:

Porque cada punto se ha de relacionar con los otros pero no con él mismo por eso has de restar 1 al número inicial. $\cdot(n-1)$

Se divide por 2 porque los puntos sólo se relacionan una vez no dos.

Mientras tanto, seguían apareciendo nuevas representaciones:

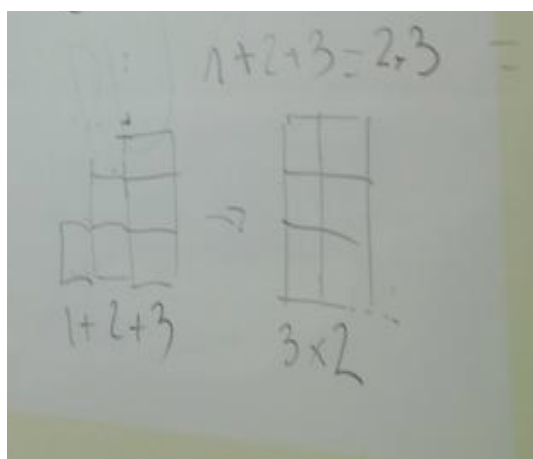
Alumna 11: Yo y [Alumna 12] hemos descubierto:

$n = 5$ puntos $= > (5-1) + (5-2) + (5-3) + (5-4) = 4+3+2+1=10$ segmentos

(Todavía estamos investigando)

A la vista de la estrategia que estaban utilizando las dos últimas estudiantes, se introdujo el **uso de material manipulativo para favorecer representaciones que acercasen lo concreto a la abstracción**. Los “policubos” resultaron de utilidad en este caso.

Se realizó una sesión de trabajo con material y una puesta en común (oral) del grupo. A continuación presentamos la transcripción de un fragmento de la conversación en el grupo. La figura 2 muestra la representación gráfica obtenida.



[Profesora: ¿Qué relación puede tener esto, $1+2+3+4+5$, si ahora dejo los puntos y lo traslado a otra situación, que es ésta de los policubos que os he dado? ¿Qué podéis hacer con los policubos?]

[Alumno: Es lo mismo]

[Profesora: ¿Podéis buscar qué fórmula saldrá?]

[Al.: Sí, sale la suma de los “cuadrados”]

Figura 2: Representando $1+2+3+\dots+n$

Tras la sesión con material y la discusión en grupo, los estudiantes volvieron a su trabajo y al intercambio a través del foro. Aparecieron **nuevas representaciones y relaciones entre ellas**.

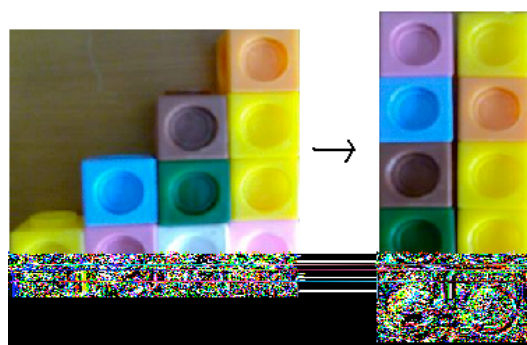
Alumno 13: OTRA ESTRATEGIA

“5 puntos y $n=4$:

$$1+2+3+4 = (1+4) + (2+3) = 5+5 = 10$$

y eso es igual a:

$$(1+4) \cdot 4/2 = 5 \cdot 2 = 10 \quad (1+n) \cdot n/2$$



Discusión

Hemos visto que algunos usos de los foros de conversación de un entorno digital, utilizados para indagar conjuntamente en la búsqueda de estrategias de resolución de problemas algebraicos, facilitan la progresiva construcción individual (diferentes niveles y estrategias) y colectiva de pensamiento algebraico.

Resta concluir el estudio basado en esta experiencia. Otras experiencias similares o complementarias (Royo, 2007; Royo y Giménez, 2008) que forman parte del mismo estudio conducen a confirmar que estos usos de los foros electrónicos también facilitan la reflexión y la comunicación de ideas matemáticas entre los alumnos y actúan como agentes de cambio que repercuten en el rol docente y en las relaciones que se establecen en el aula.

Referencias bibliográficas

- Butto, C.; Rojano, T. (2004). Introducción temprana al pensamiento algebraico: Abordaje basado en la geometría. *Educación Matemática*, vol. 16, 113-118.
- Coll, C.; Monereo, C. (2008). Educación y aprendizaje en el siglo XXI: Nuevas herramientas, nuevos escenarios, nuevas finalidades. En Coll, C. y Monereo, C. (Eds.), *Psicología de la educación virtual*, pp. 19-53. Morata. Madrid.
- Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it? *The Mathematics Educator*, 8(1), 139-151.
- Molina, M. (2006): Desarrollo de pensamiento relacional y comprensión del signo igual por alumnos de tercero de educación primaria. Tesis doctoral. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.
- Royo, P.; Giménez, J. (2008). The use of virtual environments for algebraic co-construction. A S. Turnau (Coord.), *Handbook of mathematics teaching improvement: professional practices that address PISA (75-82)*. University of Rzeszów. Kraków.
- Royo, P. (2007). Coconstrucción de conocimiento algebraico en el primer ciclo de la ESO mediante la participación en foros de conversación electrónicos, *Indivisa, Boletín de Estudios e Investigación* (Madrid), Monografía IX, pp. 137-148.