# El *Compendio de Matemáticas de José Mariano* Vallejo: su visión del concepto de límite.

Mª Teresa González Astudillo

Universidad de Salamanca

## *Resumen*

José Mariano Vallejo y Ortega fue un activo político, didáctica y matemático influido por las corrientes innovadoras del momento en Matemáticas y que quedaron fielmente reflejadas en su obra. A lo largo de este texto se recupera una parte de su Compendio, analizado bajo el punto de vista de las tentativas internacionales por ir conformando una parte de las matemáticas muy activa en ese momento: El Análisis Matemático.

## *1.- Del autor y su contexto*

La vida de Vallejo (1779 Albuñuelas-Granada-1846 Madrid), se inicia hacia finales del reinado de Carlos III y sufre numerosos avatares como consecuencia de los vaivenes de la política española. Si hacemos recuento de los acontecimientos de los que va a ser testigo y simplemente nombrando los cambios de gobierno que va a conocer desde el reinado de Carlos IV, la posterior abdicación en su hijo Fernando VII, la dominación francesa, la guerra de la Independencia, el sexenio absolutista, el trienio liberal, el periodo absolutista de Fernando VII y el reinado de María Cristina podemos tener indicios de los vaivenes en los que va a estar involucrado.

Sus primeros estudios superiores los realiza en la Facultad de Filosofía y Letras de la Universidad de Granada y posteriormente se traslada a Madrid a estudiar en la sección de Arquitectura de la Real Academia de Bellas Artes de San Fernando, siendo en aquel momento profesor de Matemáticas de dicho centro D. Antonio Varas Portilla (Medrano, 1998) y D. Benito Bails (Herranz y Medrano, 1990).

En 1801 es propuesto como profesor sustituto de Matemáticas en la Academia y un año después saca por oposición la cátedra de Matemáticas, Ataque, Fortificación y Defensa en el Real Seminario de Nobles de Madrid a la edad de 23 años. En dicha institución se encarga de reestructurar la enseñanza de las matemáticas, fruto de lo cual publica su obra más importante el *Tratado Elemental de Matemáticas* en 1812.

Vallejo como científico formado e influido por las ideas de la Ilustración, refleja en sus obras su preocupación por la prosperidad de la Nación en dos frentes: la educación y la aplicación de los contenidos matemáticos a diferentes aspectos prácticos de la vida procurando en todo momento dar utilidad a las matemáticas. Esta preocupación por la utilidad de las ciencias era común en aquella época y Vallejo muestra gran interés por todas aquellas ramas del saber susceptibles de aplicación para el progreso y el desarrollo. Sus obras que tienen una clara intencionalidad didáctica, también pretenden dar constancia de los últimos avances realizados en Europa de los que estará siempre al tanto, e incluirá en las sucesivas ediciones (como se puede observar comparando dichas ediciones) de sus libros de texto.

A lo largo de su vida estará implicado en actividades relacionadas con la política, la educación y las aplicaciones de las ciencias en diferentes actividades prácticas como la nivelación de Madrid, los trabajos que realizó en el Laboratorio de Fuegos artificiales,… generalmente relacionados con la ingeniería civil y con el Arte Militar.

En cuanto a la política su compromiso con los liberales durante la Guerra de la Independencia le llevo a tener algunos cargos de responsabilidad. Abandona Madrid y se traslada a Cádiz donde se le nombra Agregado del Laboratorio de Fuegos Artificiales y Artillería de la Plaza de Cádiz. Más tarde, por inspiración suya se crea la Academia Militar de San Fernando. Ocupa diversos cargos políticos y el 28 de abril de 1813 se le nombra diputado por Granada en las Cortes de Cádiz. Al terminar el trienio liberal tiene que exiliarse y no vuelve a España hasta el 3 de junio de 1829. Retoma entonces su actividad científica y cuando muere Fernando VII su actividad política, así en 1844 es nombrado senador por Granada.

La preocupación por la enseñanza se reflejó en todos sus libros, y en otras actividades como en su participación en la experiencia que se lleva a cabo en el Instituto Pestalozziano o en la creación de las Escuelas Normales. En 1821 se establece el Reglamento General de Instrucción pública y se crea la Universidad Central con intervención de Vallejo en la que se van a utilizar sus textos. En 1833 es nombrado Vocal de la Inspección General de Instrucción Pública cuya misión era inspeccionar las escuelas sobre todo las de enseñanza primaria y de matemáticas. Su iniciativa lleva a la creación de dos Escuelas Normales, una para cada sexo que eran también escuelas de adultos el 25 de diciembre de 1833. En 1834 desaparece la Inspección y se crea la Dirección General de Estudios de la que forma parte con el propósito de elaborar un nuevo plan de estudio. Destaca también por su labor e editor e impresor de su editorial Garrasayaza y la implantación de su método de enseñanza de la lectura.

## 2.- El Compendio de Matemáticas Puras y Mixtas

En 1819 publica su *Compendio de Matemáticas Puras y Mixtas*[1] que es un extracto de su Tratado Elemental (terminado en 1807 pero debido a la Guerra de la Independencia no se publica hasta 1812) dado que la voluminosidad de este aconsejaba un texto más manejable y asequible para los estudiantes. En el prólogo del Tratado indicaba Vallejo los objetivos que creía cumplía su libro:

> …su contenido interesaba a toda clase de personas, cualquiera que fuese su carrera y circunstancias, por presentarse en ella todos los principios de las Matemáticas y de sus importantísimas aplicaciones, con la mayor concisión, claridad y exactitud, y aún al alcance de las personas que no tratan de hacer carrera por este ramo de los conocimientos humanos

En 1825, durante su exilio, viaja por el norte de Europa: Londres, Francia, Bélgica, Holanda. Se mantiene dando clases de matemáticas. Asiste al Instituto de París, a la Sorbona, al Colegio de Plantas, La Escuela Politécnica,… Allí recibe clases de

[1] Matemáticas: las ciencias que tratan de averiguar las relaciones y propiedades de la cantidad. Podrán expresar, componer y descomponer cantidades

Matemáticas puras: tratan de la cantidad con la mayor abstracción

Matemáticas mixtas: consideran la cantidad como una propiedad de los cuerpos.

Lacroix, Laplace, Cauchy y Gay-Lussac. Sobre todo influye en él Cauchy lo que hace que incluya en su tratado alguna de las enseñanzas recibidas.

> … Este sabio profesor, con quien he tenido el honor de conversar en París, ha desenvuelto con mucha maestría varios puntos de Análisis; y se espera den sólido fundamento que simplificará y aclarará otros varios que no se hallan esplicados con la debida exactitud. A mi me resulta la gran satisfacción de haber coincidido algún tanto con sus ideas, y aun haberlas llevado en algún punto un poco mas adelante. En efecto, en el resúmen de sus lecciones dadas en la Escuela politécnica sobre el Cálculo infinitesimal, impreso en 1825, reconociendo la incertidumbre de los resultados a que puede uno ser conducido por el empleo de series divergentes, trata de evitar estos inconvenientes, y dice en la advertencia de dicha obra que espera que, los que la lean se convencerán de que los principios del Cálculo Diferencia y sus importantes aplicaciones se pueden esponer fácilmente, sin la intervención de las series. Y como yo esplico los principios de dicho Cálculo tanto en mi Tratado elemental de Matemáticas compuesto en 1807 e impreso en 1813, como en este Compendio, sin suponer conocido el desarrollo de las series, resulta que me he anticipado en este asunto; y si se tiene en consideración que Mr. Cauchy supone ya conocida la fórmula del binomio de Neuton, y que yo esplico los principios del espresado Cálculo diferencial, sin suponer demostrada de antemano dicha fórmula, no se estrañará el que yo haya asegurado haber llevado algo más adelante las ideas de Mr. Cauchy en este particular (Vallejo, Compendio, Tomo I, p. 114)

En 1826 se hace una crítica favorable de su Compendio en la Revista Enciclopédica (periódico de París) en Francia y hace una segunda edición en Madrid y en París. En cada edición intentó incluir los avances que se habían hecho hasta el momento con un claro objetivo didáctico y práctico.

> Me sirvieron de un poderoso estímulo para mejorarla y perfeccionarla … para que sin faltar a la concisión, que es una de sus circunstancias esenciales, contuviese todo lo descubierto sobre los diferentes ramos de las ciencias que forman su objeto; principalmente lo que se dirige a promover las aplicaciones de utilidad general, desechando las vagas abstracciones e inexactos sistemas para evitar los peligros del error, y cooperar a que mis semejantes participen de las inmensas e incalculables ventajas de la sólida instrucción. (Tomo I, pp. IV-V).

Este texto se adoptó como libro de texto en las Universidades, Colegios y Seminarios.

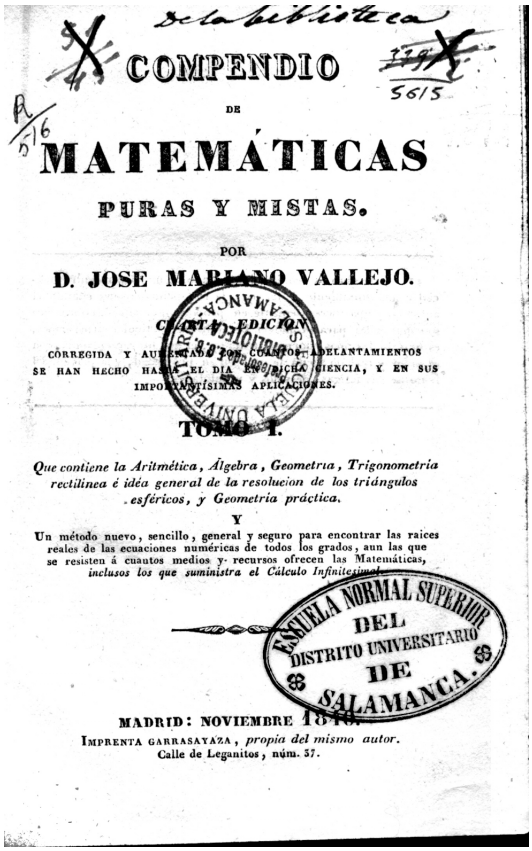
> A pesar de que lo añadido ascienda a mas de ocho pliegos de impresión, y de lo mejorada que sale la presenta aun en la parte tipográfica, no alteraré su precio; solo se cargará en las provincias los gastos de conducción □c; y para conciliar todavía mejor el beneficio público, he dispuesto que los dos tomos de esta obra se vendan sueltos, esto es, cada uno de por sí; lo cual trae al estudiante la ventaja de no tener que desembolsar mas de un duro para estudiar cada curso lo que siempre le es ventajoso" (Tomo I, p. VI)

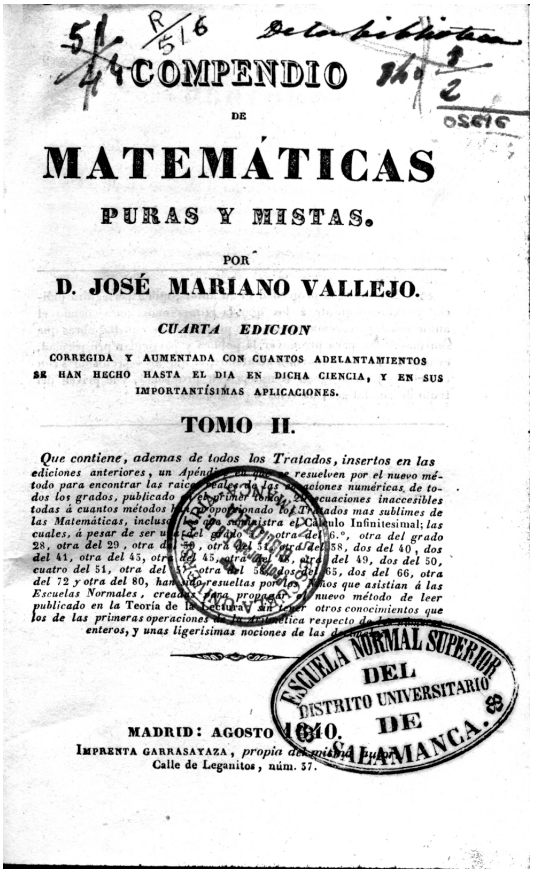
En 1835 se publica la tercera edición del Compendio.

La obra que se analiza a continuación es el *Compendio de Matemáticas puras y mistas* Cuarta edición (noviembre de 1840) Madrid: Imprenta Garrasayaza (propia del autor), una obra dividida en dos tomos. El primero contiene la Aritmética, el Álgebra, la Geometría, Trigonometría rectilínea e idea general de los triángulos esféricos, y

Geometría práctica[2]. Tiene 18 páginas de prólogo e introducción, 521 páginas de texto y 4 láminas con 169 gráficas.

El segundo (agosto 1840) trata de la Aplicación del Álgebra a la Geometría, el Cálculo Diferencial, el Cálculo Integral y la parte correspondiente a las matemáticas mixtas (Mecánica, estática, dinámica, hidrostática, hidrodinámica, mecánica industrial, Afinitología, cristalografía, capilarología, pirología, electrología, magnetología, neumatología, gasología, higrometría, anemología, acústica, óptica, meteorología, astronomía y el arte conjetural o teoría de las probabilidades). Tiene 430 páginas de texto, 8 páginas entre el prólogo y el índice y 4 láminas desplegables con 127 imágenes.


COMPENDIO
DE
MATEMÁTICAS
PURAS Y MISTAS.
POR
D. JOSE MARIANO VALLEJO.
CUARTA EDICION
CORREGIDA Y AUMENTADA CON CUANTOS ADELANTAMIENTOS SE HAN HECHO HASTA EL DIA EN DICHA CIENCIA, Y EN SUS IMPORTANTÍSIMAS APLICACIONES.
TOMO I.
Que contiene la Aritmética, Álgebra, Geometria, Trigonometria rectilinea é idéa general de la resolucion de los triángulos esféricos, y Geometria práctica.
Y
Un método nuevo, sencillo, general y seguro para encontrar las raices reales de las ecuaciones numéricas de todos los grados, aun las que se resisten á cuantos medios y recursos ofrecen las Matemáticas, inclusos los que suministra el Cálculo Infinitesimal.
MADRID: NOVIEMBRE 1840.
IMPRENTA GARRASAYAZA, propia del mismo autor.
Calle de Leganitos, núm. 37.


COMPENDIO
DE
MATEMÁTICAS
PURAS Y MISTAS.
POR
D. JOSÉ MARIANO VALLEJO.
CUARTA EDICION
CORREGIDA Y AUMENTADA CON CUANTOS ADELANTAMIENTOS SE HAN HECHO HASTA EL DIA EN DICHA CIENCIA, Y EN SUS IMPORTANTÍSIMAS APLICACIONES.
TOMO II.
Que contiene, ademas de todos los Tratados, insertos en las ediciones anteriores, un Apéndice en que se resuelven por el nuevo método para encontrar las raices reales de las ecuaciones numéricas de todos los grados, publicado en el primer tomo, 22 ecuaciones inaccesibles todas á cuantos métodos han proporcionado los Tratados mas sublimes de las Matemáticas, incluso los que suministra el Cálculo Infinitesimal; las cuales, á pesar de ser una del grado 1.°, otra del 6.°, otra del grado 28, otra del 29, otra del 30, otra del 31, otra del 38, dos del 40, dos del 41, otra del 43, otra del 45, otra del 48, otra del 49, dos del 50, cuatro del 51, otra del 57, otra del 58, dos del 65, dos del 66, otra del 72 y otra del 80, han sido resueltas por los Niños que asistian á las Escuelas Normales, creadas para propagar el nuevo método de leer publicado en la Teoría de la Lectura, sin tener otros conocimientos que los de las primeras operaciones de la Aritmética respecto de los números enteros, y unas ligerísimas nociones de las decimales.
MADRID: AGOSTO 1840.
IMPRENTA GARRASAYAZA, propia del mismo autor.
Calle de Leganitos, núm. 37.

## 3.- El Análisis Matemático

Lo que hoy en día llamamos Análisis Matemático está repartido entre los dos tomos. En el primero, dentro del Álgebra, hay un apartado titulado "*Proposiciones importantes acerca de las cantidades constantes y variables y de los límites*" (`p. 336-345) en el que se trata el concepto de límite de variables. En el segundo tomo se abarcan todas las cuestiones relativas a *De las funciones, Idea general de las series y de los números figurados, del método de los límites y del cálculo de las diferencias* (pp. 40-57). Hay una parte dedicada al *Cálculo diferencial* (pp. 58-114)

[2] Y según dice el autor: Un método nuevo, sencillo, general y seguro para encontrar las raíces reales de las ecuaciones numéricas de todos los grados, aún las que se resisten a cuantos medios y recursos ofrecen las Matemáticas, incluso los que suministra el Cálculo Infinitesimal. (Tomo I, portada)

De las diferencias segundas, terceras etc

Aplicación del Cálculo Diferencial al desarrollo de las funciones algebraicas en series

Aplicación del Cálculo diferencial a las diferencias finitas

De la diferenciación de las funciones trascendentes, y de su desarrollo en series

De la diferenciación de cualesquiera ecuaciones de dos variables

Aplicación del Cálculo Diferencial para determinar los máximos y mínimos de las funciones de una sola variable.

De los valores que toman en ciertos casos los coeficientes diferenciales, y de las espresiones que se convierten en $\frac{0}{0}$

Aplicaciones del Cálculo Diferencial a la teoría de las líneas curvas.

De los coeficientes diferenciales de las superficies curvilíneas, de las superficies de los cuerpos de revolución y de los volúmenes de estos. (índice , Tomo II)

y otro apartado dedicado al *Cálculo Integral* (pp. 115-133)

De la integración de las funciones racionales de una sola variable

De la integrción de las funciones irracionales

De la integración de las diferenciales binomios.

De la integración de las cantidades logarímicas y esponenciales

Aplicación del Cálculo Integral a la cuadratura de las curvas, y a su rectificación, a la cuadratura de las superficies curvas y a la evaluación de los volúmenes que comprenden. (índice, Tomo II)

En la introducción Vallejo expone la definición de algunos términos utilizados en matemáticas desde un punto de vista tanto matemático como filosófico. Aquí se incluyen algunas expresiones como: cuerpo, sensación, memoria, idea, abstracción[3], atención, análisis[4], comparación, relación, juicio, proposición, raciocinio, demostración, definición, problema, corolario, postulado, escolio, lema, ciencia, método,…

Todo lo que concierne al estudio de variables lo incluye Vallejo dentro de la parte llamada Álgebra, de hecho define lo que entiende por Análisis como:

> La parte del Álgebra que trata de resolver los problemas después de puestos con ecuación, se llama Análisis; cuyo espíritu consiste en suponer conocido lo mismo que trata de averiguar (p. 146, Tomo 1)

La primera definición que da Vallejo de límite tiene que ver con la distinción entre cantidad constante y cantidad variable, teniendo en cuenta que todavía no ha nacido el concepto de número real

> Se llama cantidad constante la que en una misma cuestión no puede tener más de un solo valor; y cantidad variable, la que en una misma cuestión puede tener todos los valores que se quiera (Tomo I, pp. 313-314)

[3] La abstracción es una operación del alma, por medio de la cual concebimos como separadas, cosas que realmente no lo están.

[4] La análisis es una operación del alma, por medio de la cual se descompone un todo en sus partes, para ver qué conexión o dependencia tienen entre sí y con el todo, y se vuelven a juntar otra vez para que compongan el mismo todo

El hecho de que una variable pueda aumentar o disminuir según los valores que se le van dando es la esencia del Análisis en el Compendio de Vallejo, de forma que la noción de límite de una variable y posteriormente de una función como veremos más adelante sólo tiene sentido en relación con la variación (aumento o disminución) que experimenta esta variable. Esta idea proviene de L`Hôpital (1661-1704) que en su *Analyse des infinitement petits* (1696) indica:

> On appelle quantités variables celles qui augmentent ou diminuent continuellement (p,1)

Una definición similar la encontramos en el libro de Euler (1707-1783) *Introductio in analysin infinitorum* (1748)

> Quantitas conſtans eſt quantitas determinata, perperuo cumdem valorem ſervans (p.3)
>
> Quantitas variabilis est quantitas indeterminata ſeu univerſalis, qua omnes omnino valores deteminatos in ſe complectitur (p.4)

Concretamente la definición de límite se enuncia en los siguientes términos:

> Cuando una cantidad variable se puede acercar a otra constante tanto como se quiera, de manera que la diferencia entre ellas pueda llegar a ser menor que cualquier cantidad dada, pero sin que jamás puedan llegar a ser iguales se llama a la constante límite de la variable, (p. 343, Tomo I)

Vallejo impone dos condiciones al límite de una variable: la cantidad variable se puede acercar tanto como se quiera al límite por un lado, y por otro, jamás pueden llegar a ser iguales. Se refleja, por lo tanto, la idea de infinito potencial de Aristóteles expresada en un registro verbal, siendo una aproximación más operativa que estructural y básicamente dinámica frente a la concepción estática que manejamos en la actualidad (Bagni). Hemos de recordar también que la época que estamos analizando corresponde a la Ilustración, en la que el interés esencial es que los conceptos funcionen más que las preocupaciones por una definición bien fundamentada (aunque Vallejo insiste a lo largo de su texto en la idea de no "tomar como verdaderos axiomas, sino aquellos que verdaderamente lo son" p. 340, Tomo I).

En la definición anterior de límite se constata la influencia que Cauchy[5] tuvo sobre Vallejo

> Lorsque les valeurs successivement attribuées à une même variable s'approchent indéfiniment d'une valeur fixe de manière a finir par en différer aussi peu que l'on voudra, cette dernière est appelèe le limite des toutes les autres (Cauchy, p,. 4 Cours d'Anlyse, 1821)

Esta concepción que Vallejo tiene acerca del límite tiene algunas reminiscencias geométricas ya que la idea se basa en el principio de exahusción de Eudoxo. Así encontramos justo antes y como preámbulo de la definición de límite este principio

> Si de dos cantidades desiguales, de la mayor se quita más de la mitad y de lo que quede más de la mitad, y así sucesivamente, con más razón podemos asegura que lo que resulta, podrá llegar a ser menor que una cantidad por pequeña que sea (p. 337-338, Tomo I)

[5] Sierpinska (1985) atribuye a Cauchy un obstáculo epistemológico ligado a la expresión de Cantor "horror al infinito" determinado por la imposibilidad física de alcanzar el límite. Es un obstáculo derivado de la identificación del paso al límite con una aproximación física que implica, por un lado considerar el infinito desde un punto de vista potencial y desde el punto de vista intuitivo-geométrico no permite alcanzarlo.

Idéntica proposición se encuentra el libro 10 de los Elementos de Euclides. Además con posterioridad se utiliza este concepto de límite fundamentalmente para tratar cuestione relativas a áreas y volúmenes: la determinación de la superficie lateral de un cono (p. 471) en relación con dos pirámides una inscrita y otra circunscrita; y el volumen y la superficie de una esfera en relación con poliedros inscritos y circunscritos.

Para Vallejo las variables tenían dos límites: uno verdadero cuando las variables decrece que es 0 y otro que es el límite considerado, se obtiene cuando las variables crecen y se representa por $\frac{1}{0}$. Se hace la salvedad de que este último límite no se considera verdadero porque si se puede alcanzar. Aún así, se contemplan algunas excepciones que llama límite particulares como cuando plantea que la circunferencia es el límite de los perímetros de los polígonos; y el círculo lo es de la superficie de los mismos polígonos (Tomo I, p. 423).

Para definir el concepto de función utiliza la siguiente definición:

> Se llama *función a* toda cantidad o expresión cuyo valor depende del de una variable (Tomo II, p. 40)

Que posteriormente detalla incluyendo una clasificación de funciones muy similar a la de Euler[6]. Podemos deducir por tanto que la concepción que maneja de función es una noción algebraica basada en la expresión simbólica

Utiliza para expresar las coordenadas de un punto en el plano las letras x, para las abscisas y z, para las ordenadas, pues según manifiesta la letra "y" en castellano tiene por si sola significado y es preferible utilizar otra letra para nombrar este aspecto matemático. Los ejes de coordenadas son por lo tanto, el eje X y el eje Z.

Clasifica las funciones atendiendo a diversos criterios, algunos de los cuales han quedado en desuso, pero la idea general que rige esas clasificaciones reside en la expresión simbólica que tienen las funciones.

> Las funciones se dividen en *reales* y *aparentes*. Se llaman reales aquellas en que para cada valor de la variable, resulta uno nuevo para la función … y se llaman aparentes aquellas cuyo valor es constante cualquiera que sea el valor que tome la variable
>
> También se dividen en *algebraicas* y *trascendentes*[7]; algebraicas son aquellas en que las variables están enlazadas con las constantes, solo por adicion, sustracción, multiplicación, division, elevación a potencias y extracción de raices, sin entrar en ellas lineas trigonométricas, logaritmos, ni otras expresiones que pronto daremos a conocer con el nombre de esponenciales y diferenciales; pues cuando entran estas cantidades, las funciones se llaman trascendentes.
>
> Las funciones algebraicas se dividen en *racionales* e *irracionales;* racionales son las que no envuelven ningún radical; e irracionales las que contienen la variable debajo de algún radical.
>
> Estas se dividen en *esplícitas* e *implícitas;* explícitas son aquellas en que ya se halla el radical, como en $z = a + \sqrt{ax - x^2}$

[6] Para Euler una función era "Functio quantitatis variabilis, eſt expreſſio analytica quomodocunque compoſita ex illa quantitate vairabili & numeris ſeu quantitatibus conſtantibus" (p.4)

[7] Esta clasificación ya la estableció Euler en su Introductio in Analysin Infinitorum "Functiones dividuntur in Algebraicas & trascendentes illa ſunt, qua compomuntur per operationes algebraicas ſolas ja vero in quibus operationes tranſcenmdentes infinit (p.5)

Implícitas son las que no le sostienen hasta después de resuelta la ecuación, como $z^2 = 2ax - x^2$, que da $z = \pm\sqrt{2ax - x^2}$

También se dividen las funciones en enteras; que son cuando la variable no tiene exponente negativo ni se halla por divisor; y quebradas, que son cuando la variable tiene exponente negativo o se halla por divisor.

Si el exponente de la variable en el numerador es menor que en el denominador, la funcion es genuina; y si al contrario, es espuria.

También se dividen en uniformes, biformes, triformes, … multiformes, según resulta para la funcion uno, dos, tres,.. muchos valores para cada uno de la variable.

También hay funciones de dos o más variables como

$$z^2 = axu + bx^2 + cx + mu + nu^2$$

en las cuales se puede considerar la x como constante y la u como variable, y al contrario, o se puede hacer varias a las dos a un mismo tiempo, y ver los valores que resultan en cada uno de estos casos para la función; y como variando x, no hay precisión de que varíen al mismo tiempo, o al contrario, por esta razón la función $z^2$ se dice que es de dos variables independientes.

Para indicar que una cantidad es funcion de otra se pone delante de la variable una f o F, o φ; así z=f.x; z=F.x; z=φ.x dan a entender que z es función de x… Cuando se quiere indicar la función de una cantidad ya compuesta de la variable, se encierra dentro de un paréntesis; así, z=f.($x^2$), z=f.(a+bx), etc que expresan funciones de $x^2$ y de a+bs etc; y para señalar la funcion de dos o mas vairables independientes se escribe z=f.(x,u), z=f.(x,u.t), etc etc

(Tomo II, pp. 40-41)

Vallejo no da una definición explícita del límite de una función en un punto sino que considera a ésta como una expresión analítica formada a partir de variables y constantes y su límite se deduce del límite de las variables que forman parte de dicha expresión algebraica y de las relaciones que existen entre ellas y con las constantes. Distingue entre límite generales y particulares de funciones; el límite general es 0 o □ mientras que el límite particular de una función se compone de una parte constante y otra variable. La parte variable tendrá límite cero y la constante será el límite de la función. Sólo se consideran dos tipos de estudio en relación con el límite: cuando la variable crece o cuando la variable decrece, es decir, con nuestra nomenclatura solo tendrían sentido los límites cuando x tiende a cero o cuando x tiende a infinito.

El concepto de límite está incluido antes que el Cálculo diferencial de forma que su existencia se concibe por su necesidad para el cálculo de diferenciales. De esta forma se puede comprender que la única operación entre límites que considera Vallejo es límite de la función cociente de dos funciones. En este caso como maneja indiferentemente como variable dependiente e independiente la x y la z no pone ninguna condición sobre el denominador de la fracción, pudiendo éste anularse.

## *4.- Conclusiones*

Vallejo es un hombre de su tiempo a caballo entre la Ilustración y el Romanticismo e influido por estos dos movimientos, buen conocedor y preocupado por estar al tanto de los avances matemáticos que tuvieron lugar en su época y que recogió fielmente en sus obras.

Coincidió con el surgimiento del Análisis Matemático, momento en el que estaban en entredicho muchos de los conceptos, términos y procedimientos que se estaban gestando y que fueron refinándose a lo largo de los siglos posteriores.

Por ello, en este libro encontramos que mientras para algunos conceptos se mantiene la visión geométrica propia de los inicios del Análisis como es el caso de la definición de cantidad variable, para otros se ha superado esta visión y se consideran bajo un aspecto puramente algebraico como es el caso del concepto de función.

El gran avance reside en la consideración del Análisis como el estudio de las funciones y no de las curvas como se hizo hasta L'Hôpital y en la utilización del límite como concepto fundamental sobre el que se desarrollan las demás nociones, aunque finalmente no dé una definición explícita del límite de una función. En realidad el papel que juega el límite en el texto es de herramienta para poder desarrollar posteriormente el Cálculo Diferencial y el Cálculo Integral.

El libro tiene una clara intencionalidad didáctica, estableciendo los pasos y reglas para el cálculo de los diferentes conceptos del Análisis. A pesar de todo, algunos de los conceptos de la época no están completamente refinados, como es el caso de las series de potencias que desarrolla planteándose la convergencia de una forma muy superficial, cometiendo deslices al no tener en cuenta el radio de convergencia y al estar completamente ausente el concepto de resto de la serie de Taylor. Este concepto irá perfilándose a medida que surjan nuevas situaciones que exijan definiciones más rigurosas.

Se observa una confluencia de lenguajes: aritmético, geométrico y algebraico, que indican que los conceptos matemáticos no están aislados, sino que en su evolución han ido incorporando aspectos de diferentes ramas de las matemáticas hasta alcanzar la precisión necesaria.

## *Referencias*

Bagni, G. (2005) Historical roots of limit notion: Development of its representation registers and cognitive development. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education.*

Gentil, J.M. (1999) Nuevos datos sobre la vida y obra de José Mariano Vallejo y Ortega (1779-1846) *Llull* vol. 22, nº 44, 381-404

González, M.T. (2002) *Sistemas simbólicos de representación en la enseñanza del Análisis Matemático: Perspectiva histórica acerca de los puntos críticos*. Tesis doctoral. Salamanca: Universidad de Salamanca

Herranz, C. y Medrano, J. (1990) José Mariano Vallejo: Notas para una biografía científica, *Llull,* vol 13, nº 13, pp. 427-446

Medrano, F.J. (1998) El cálculo diferencial en el Tratado Elemental de Matemáticas de Vallejo. *Actas del VI Congreso de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y las Técnicas* (Segovia-La Granja, 9-13 septiembre 1996), pp. 953-964.

Sierpinska, A. (1985) Obstacles epistemologiques relatifs a la notion de limite. *Recherches en Didáctique des Mathematiques,* vol 61, pp. 5-67