

CONOCIMIENTO META DIDÁCTICO-MATEMÁTICO EPISTÉMICO DE UNA PROFESORA NOVEL EN LA PLANIFICACIÓN DE LA ENSEÑANZA DE LAS FUNCIONES

Meta didactic-mathematical epistemic knowledge of a novice teacher in planning the teaching of functions

Inglada, N., Breda, A., Sala-Sebastià, G. y Sol, T.

Universitat de Barcelona

Resumen

El objetivo de esta investigación es estudiar cómo una profesora novel usa el conocimiento epistémico aprendido en la formación inicial, cuando planifica un proceso de instrucción sobre funciones para un grupo de alumnado de tercer curso de secundaria de un Instituto público de Barcelona. Para ello, se realiza un análisis temático de: (a) las respuestas de la docente a un cuestionario sobre qué recursos, informaciones o consideraciones utilizará para preparar el tema; (b) la reflexión que hace la profesora sobre las actividades que el Centro le facilita y las propuestas de mejora que ella diseña. Los resultados indican que la profesora posee los conocimientos epistémicos para analizar y mejorar el material usando los aprendizajes de su formación inicial. Pero se constata que su análisis es más profundo cuando usa una pauta de reflexión especializada sobre la Idoneidad Epistémica (IE) de las funciones.

Palabras clave: conocimiento meta didáctico-matemático, Criterios de Idoneidad Didáctica, enseñanza de las funciones, formación del profesorado de matemáticas.

Abstract

The objective of this research is to study how a novice teacher uses the epistemic knowledge learned during initial training when planning an instructional process on functions for a group of third-year secondary school students at a public High School in Barcelona. To this end, a thematic analysis is conducted of: (a) the teacher's responses to a questionnaire about what resources, information, or considerations she will use to prepare the topic; (b) the teacher's reflection on the activities provided by the School and the improvement proposals she designs. The results indicate that the teacher possesses the epistemic knowledge to analyze and improve the material using what she learned from her initial training. However, her analysis is more in-depth when she uses a specialized reflection framework on the Epistemic Suitability (ES) of functions.

Keywords: meta didactic-mathematical knowledge, Didactic Suitability Criteria, teaching functions, mathematics teacher training.

INTRODUCCIÓN

Para poder ejercer como docente de matemáticas de educación secundaria en España es necesario superar un Máster de formación del profesorado. Numerosas investigaciones han estudiado la calidad de los planes de estudios de esta formación inicial del profesorado (Amaya et al., 2021; Duarte et al., 2024; Godino et al., 2017; Ledezma et al., 2024; Font et al., 2021; Font et al., 2024; Henríquez-Rivas y Verdugo-Hernández, 2023; Sánchez et al., 2022). Pero pocos son los trabajos que muestran evidencias de qué aprendizajes aplican los profesores noveles cuando inician su ejercicio profesional, ni de cómo los aplican. Los resultados de esta investigación serían útiles para modificar los planes de

estudio de la formación inicial de los docentes de matemáticas de secundaria de manera que los conocimientos adquiridos en el MAES se implementasen de forma más idónea en la práctica docente.

Esta investigación, enmarcada en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y de la Instrucción Matemáticos (EOS) (Godino et al., 2007), se centra en el conocimiento meta didáctico-matemático epistémico en relación con la enseñanza de las funciones. Como afirma Font (2011), la noción de función es muy importante en la educación matemática secundaria, debido a su naturaleza unificante y modelizadora, así como por su riqueza y complejidad epistémica. El objetivo de este trabajo es estudiar cómo aplica una profesora novel el conocimiento epistémico adquirido en el MAES, superado justo el curso anterior, a la planificación de un proceso de instrucción sobre funciones para un grupo de tercer curso de secundaria y comprobar si el uso de una nueva pauta de reflexión especializada en funciones mejora la calidad de la planificación. Se pretende responder a las preguntas: 1) ¿Qué componentes e indicadores de la IE pone en juego la profesora en la planificación de una situación de aprendizaje sobre funciones? 2) Profundizar en el conocimiento epistemológico sobre funciones con una pauta especializada, ¿mejora la idoneidad del diseño?

MARCO TEÓRICO

Modelo de conocimientos y competencias didáctico-matemáticos (CCDM)

Dentro del marco teórico del EOS, donde se sitúa esta investigación, con la finalidad de atender el problema relacionado con la formación del profesorado, Pino-Fan et al. (2015) proponen un modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático que interpreta y caracteriza los conocimientos de un profesor o profesora a partir de tres dimensiones: matemática, didáctica y meta didáctico-matemática. En esta investigación nos centramos en la tercera de estas dimensiones. Para desarrollar esta dimensión meta didáctico-matemática, en el EOS se han propuesto diferentes constructos teóricos, en particular, para la valoración de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, su herramienta esencial son los Criterios de Idoneidad Didáctica. La IE se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia. Por ejemplo, en la enseñanza de las funciones de 3º de ESO, reducir la enseñanza al aspecto operacional y a su representación algebraica (baja idoneidad) o trabajar diferentes significados de la función, como correspondencia, relación entre variables, relación entre magnitudes, y sus distintas representaciones, verbal, algebraica, tabular, gráfica e icónica (alta idoneidad). En Breda et al. (2017) se configura un sistema de componentes e indicadores que sirven de guía para el análisis y la valoración de la idoneidad didáctica de los procesos de estudio de cualquier etapa educativa. En la Tabla 1 se presentan los componentes e indicadores de la IE.

Refinamiento de los Indicadores de la IE para Funciones (RIEF)

Inglada et al. (2024) proponen la herramienta (RIEF) con la finalidad de facilitar el análisis de los procesos de instrucción sobre funciones en secundaria. A continuación, se detallan los indicadores agrupados en siete categorías:

Errores: (E1) “Se evita el error de utilizar curvas continuas para funciones discretas” (Pino-Fan y Parra-Urrea, 2021, p. 50). (E2) Error de definición. (E3) Error de representación. (E4) Error de resolución o procedimiento. (E5) Error en la proposición de un problema. (E6) Error de argumentación. Ambigüedades: (A1) Se hace uso de metáforas de forma consciente. (A2) Uso de la notación $f(x)$ para representar la función y la imagen de un valor de la x sin especificar los dos significados. (A3) Lenguaje dinámico de funciones. (A4) Imprecisión en el lenguaje. (A5) Uso de la notación (a,b) para representar un punto y un intervalo sin especificar los dos significados. Opción didáctica adecuada: (O1) “El trabajo con funciones no se limita al uso de representaciones algebraicas para evitar que se perciban solo como fórmulas y regularidades” (Pino-Fan y Parra-Urrea, 2021, p. 50). (O2) Se evita “la creencia de que un cambio en la variable independiente implica necesariamente un cambio en la variable dependiente” (Pino-Fan y Parra-Urrea, 2021, p. 50). (O3) “Se presentan relaciones funcionales que no son graficables para evitar la creencia de que toda función admite una

representación gráfica” (Pino-Fan y Parra-Urrea, 2021, p. 50). (O4) “Se presentan relaciones funcionales que no tienen asociada una expresión algebraica para evitar la creencia de que toda función admite una representación algebraica” (Pino-Fan y Parra-Urrea, 2021, p. 50). (O5) “Las funciones se presentan con dominios y codominios explícitos para evitar la creencia de que toda función tiene un dominio y un codominio natural o real” (Pino-Fan y Parra-Urrea, 2021, p. 50). (O6) “Se presentan gráficas *irregulares* para evitar la creencia de que toda función representada gráficamente tiene *buen comportamiento*” (Pino-Fan y Parra-Urrea, 2021, p.50). (O7) “Las definiciones y los procedimientos consideran la arbitrariedad y la univalencia como características clave de la noción de función” (Pino-Fan y Parra-Urrea, 2021, p.50). (O8) “Se presentan las nociones de dominio y codominio como elementos inherentes a la definición de función” (Pino-Fan y Parra-Urrea, 2021, p. 50). (O9) “Se presentan enunciados y procedimientos fundamentales relativos a la noción de función adecuados al nivel educativo” (Pino-Fan y Parra-Urrea, 2021, p. 50). (O10) Al introducir el sistema de referencia cartesiano se tienen en cuenta las confusiones que pueden producirse. (O11) Los alumnos carecen de conocimientos previos que dificultan el aprendizaje. Riqueza de procesos: (P1) Se leen e interpretan correctamente los enunciados de los problemas. (P2) Se enuncian conjeturas y proposiciones. (P3) Argumentación: se justifican conjeturas y procedimientos. (P4) Se institucionalizan las definiciones y los procedimientos. (P5) Se identifican las variables y las magnitudes. (P6) Se identifica si una relación es funcional y en caso afirmativo de qué tipo es. (P7) Se aplican algoritmos, rutinas o se realizan cálculos. (P8) Se realizan procesos de generalización y abstracción. Significados: (S1) “La función como correspondencia” (Pino-Fan y Parra-Urrea, 2021, p. 47). (S2) La función como relación entre variables. (S3) “La función como relación entre magnitudes” (Pino-Fan y Parra-Urrea, 2021, p. 47). (S4) “La función como correspondencia arbitraria” (Pino-Fan y Parra-Urrea, 2021, p. 47). (S5) “La función a partir de la teoría de conjuntos” (Pino-Fan y Parra-Urrea, 2021, p. 47). Representaciones y conversiones: Se moviliza la representación: (R1) verbal. (R2) algebraica. (R3) tabular. (R4) gráfica. (R5) no se especifica el tipo. Se promueven conversiones entre la representación: (R6) verbal y la algebraica. (R7) verbal y la tabular. (R8) verbal y la gráfica. (R9) algebraica y la tabular. (R10) algebraica y la gráfica. (R11) tabular y la gráfica. (R12) no se especifican los tipos. Situaciones problema: Los problemas propuestos: (T1) activan las distintas significaciones de función. (T2) movilizan las distintas representaciones de función y sus conversiones. (T3) “en contextos puramente matemáticos para reforzar el aprendizaje sobre funciones” (Pino-Fan y Parra-Urrea, 2021, p. 50). (T4) donde se trabajan conexiones intramatemáticas. (T5) “contextualizados provenientes de la vida cotidiana o de otras ciencias” (Pino-Fan y Parra-Urrea, 2021, p. 50). (T6) de modelización. (T7) que impliquen los distintos tipos de funciones trabajadas.

Tabla 1

Componentes e indicadores de la IE. Fuente: Breda et al. (2017)

Componentes	Indicadores
Errores	No se observan prácticas que se consideren incorrectas desde el punto de vista matemático.
Ambigüedades	Se observan prácticas correctas (sin errores) desde el punto de vista matemático. Se observan prácticas sin ambigüedades... No se observan ambigüedades que puedan llevar a la confusión a los alumnos: definiciones y procedimientos clara y correctamente enunciados, adaptados al nivel educativo al que se dirigen; adecuación de las explicaciones, comprobaciones, demostraciones al nivel educativo a que se dirigen, uso controlado de metáforas, etc.
Riqueza de procesos	La secuencia de tareas contempla la realización de procesos relevantes en la actividad matemática (modelización, argumentación, resolución de problemas, conexiones, etc.).
Representatividad de la complejidad de los objetos matemáticos	Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar contemplada en el currículo). Para uno o varios significados parciales, muestra representativa de problemas.

Para uno o varios significados parciales, uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...), tratamientos y conversiones entre los mismos.

METODOLOGÍA

Para dar respuesta al objetivo de esta investigación analizamos, bajo la perspectiva de un estudio de caso instrumental (Stake, 1995), el conocimiento meta didáctico-matemático epistémico de una profesora en su primer año de ejercicio profesional cuando diseña el proceso de instrucción sobre funciones para un grupo de alumnos de tercer curso de enseñanza secundaria. La docente es graduada en Física y ha cursado recientemente el Máster Universitario en Formación de Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas. Especialidad en Matemáticas (MAES), en el que ha recibido formación sobre los CID pero no de la RIEF.

Los datos se obtienen de dos fuentes: (a) las respuestas de la profesora novel a un cuestionario escrito de ocho preguntas abiertas y (b) la reflexión que esta realiza sobre el material proporcionado por el Centro. La profesora responde por escrito al cuestionario cuando, tres semanas antes de la fecha prevista para iniciar el tema, el Departamento de matemáticas del Instituto en el que trabaja le facilita el material para que lleve a cabo la implementación. A continuación, se muestran las cuatro primeras actividades del material facilitado por el departamento de matemáticas del instituto:

1. Di, razonando la respuesta, si la relación entre las siguientes magnitudes es una función o no: a) La altura de una persona y su peso. b) El peso de un barril y la cantidad de líquido que contiene. c) La longitud de los lados de un rectángulo y su perímetro. d) La cantidad de horas dedicadas a estudiar y la calificación obtenida en un examen. e) El número de máquinas y el tiempo que tardan en acabar un trabajo.
2. Un vendedor de muebles tiene un sueldo fijo de 580 € y, por cada mueble que vende cobra 20 € de comisión. a) La relación entre el número de muebles que vende y la ganancia obtenida, ¿es una función? Razona la respuesta. b) Haz una tabla de valores. c) Dibuja la gráfica que expresa la ganancia en función del número de muebles vendidos. ¿Podéis unir los puntos? Justifica la respuesta. d) Halla fórmula correspondiente.
3. Expresa con un enunciado las siguientes funciones: a) $y = 2x$. b) $y = x + 3$.
4. Construye una tabla de valores para cada una de las siguientes funciones y represéntalas gráficamente: a) $y = x + 2$. b) $y = -3x - 1$. c) $y = 2x + 3$. d) $y = x^2 + 1$. e) $y = x^2$. f) $y = 4x - 4$. g) $y = x^2 + x$. h) $y = -x$.

El cuestionario está estructurado en dos partes para la posterior triangulación de las respuestas: 1ª parte: (1) ¿Cómo valoras el aprendizaje sobre la reflexión sobre la práctica del máster de formación del profesorado de secundaria? ¿Reflexionas individualmente o en grupo sobre tu práctica docente o sobre la de tus compañeros? (2) ¿Qué criterios utilizas para reflexionar sobre las prácticas de enseñanza de las matemáticas? (3) ¿Qué recuerdas sobre los criterios de idoneidad didáctica que utilizaste en tu Trabajo Final de Máster? ¿Los usas en tu práctica docente? (4) La IE se refiere a la calidad de las matemáticas del proceso de enseñanza, ¿recuerdas los componentes e indicadores de esta idoneidad? 2ª parte: (5) Para preparar la unidad didáctica, ¿Por dónde empiezas: miras el material que te facilita el centro, consultas el currículo, buscas información u otros recursos, tienes en cuenta cómo ha funcionado la implementación del tema anterior con los mismos alumnos, ...? ¿Qué has tenido en cuenta, desde el contenido matemático? (6) ¿La has analizado epistémicamente antes de adaptarla a tu grupo de alumnos? Si la respuesta es afirmativa, ¿Cuál y cómo ha sido tu análisis? ¿Después del análisis qué has modificado? Si la respuesta es negativa, ¿Por qué no lo has hecho? ¿Crees que hacer ese análisis ayudaría a mejorar la situación de aprendizaje? ¿En qué aspectos? (7) ¿Con qué criterios modificarás el material facilitado por las compañeras del Departamento? (8) ¿Qué tiempo dedicas (cuánto tiempo, en qué momentos, con quién...) a realizar análisis epistémicos de tus clases para mejorar tu práctica profesional? ¿Y a reflexionar sobre otros aspectos? ¿Cuáles? La

reflexión de la docente se lleva a cabo por escrito en dos etapas. En la primera se le pide que analice con los indicadores del criterio de IE que aprendió en el MAES el material que el Centro le ha facilitado y que haga propuestas de mejora. En la segunda etapa se pone en conocimiento de la profesora la RIEF y esta la usa como pauta para realizar un nuevo análisis del material y más propuestas de mejora.

Los datos obtenidos de estas dos fuentes se trabajan mediante un análisis temático (Braun y Clarke, 2006). Los datos obtenidos del cuestionario se analizan en dos fases. En la primera se identifican los elementos esenciales en los que la docente pretende fundamentar la preparación del proceso de instrucción. En la segunda fase se comparan los elementos seleccionados en la fase anterior con los indicadores del criterio de IE. Los datos obtenidos de la reflexión de la profesora en la primera etapa se analizan en tres fases. En la primera se determina qué indicadores de la IE están presentes en el análisis de la docente. En una segunda, si estos son usados correctamente y, en la tercera, se valora de qué manera el análisis anterior contribuye a la mejora del material inicial. Los datos obtenidos de la segunda etapa de la reflexión de la profesora se analizan comparándolos con los datos obtenidos en la primera etapa.

Tabla 2

Tabla resumen de la metodología

Obtención de datos		Análisis de datos
Etapas	Instrumentos empleados	Fases del análisis
Exploración formación inicial	Cuestionario	Triangulación respuestas parte 1, parte 2 y los criterios de la IE
Reflexión docente etapa 1	Indicadores criterio IE	Identificación de los indicadores de la IE Evaluación de la reflexión etapa 1 Valoración de la propuesta de mejora
Reflexión docente etapa 2	RIEF	Comparación de la reflexión etapa 2 con la reflexión etapa 1

RESULTADOS

Aplicación de los conocimientos adquiridos en el MAES sobre la IE en el diseño del proceso de instrucción

El aprendizaje epistémico obtenido en el MAES no es aplicado por la docente en la preparación de sus clases ya que prioriza otros aspectos del proceso de instrucción.. Ella da clases en uno de los cuatro grupos de tercer curso, y dos profesoras de matemáticas con mucha experiencia dan clase en los otros tres. Esta situación es un apoyo para ella, pero al mismo tiempo no le invita a diseñar el proceso de instrucción desde su propio criterio forjado por la reciente formación inicial del curso anterior. Por ejemplo, a la pregunta sobre cómo tienen previsto preparar el proceso de instrucción: “¿Por dónde empiezas: miras el material que te facilita el Centro, consultas el currículo, buscas información u otros recursos, tienes en cuenta cómo ha funcionado la implementación del tema anterior con los mismos alumnos, ...?”. La docente responde que se basará en el material que le han facilitado ya que las dos profesoras que también dan clase en tercero tienen más experiencia que ella, así aseguran que los cuatro grupos trabajan coordinadamente. Otro aspecto que supedita su actividad docente es su preocupación por mantener a los alumnos motivados. Cuando se le pregunta con qué criterios modificará el material facilitado por las compañeras del Departamento responde:

Si veo que algunas actividades son muy monótonas o que para el alumnado que hay en el aula no funcionan, busco otros recursos para motivarlos. Estos recursos, normalmente, o bien los busco por internet, o bien los tengo por la formación del máster, o bien le pregunto al jefe de Departamento para que me ayude. (Traducido del catalán por las autoras).

La docente no hace ninguna referencia a la IE. Lo que tiene en cuenta es la coordinación con sus compañeras con más experiencia docente y sobre todo la motivación del alumnado.

Reflexión de la docente guiada por los indicadores de la IE sobre el material facilitado por el Instituto

En la primera etapa de la valoración que la profesora realiza usando los indicadores de los componentes de la IE de las actividades que le suministra el Departamento de matemáticas, esta pone de manifiesto que tiene conocimiento de los componentes e indicadores de la IE. Afirma que no ha detectado errores ni ambigüedades. Respecto a la riqueza de procesos, señala que las actividades promueven que los alumnos argumenten y justifiquen sus respuestas, también potencian la resolución de problemas, aunque considera que son demasiado pautadas y no permiten que los alumnos exploren y conjeturen. También observa que no se trabaja la modelización. Propone la siguiente actividad para que los alumnos exploren y conjeturen:

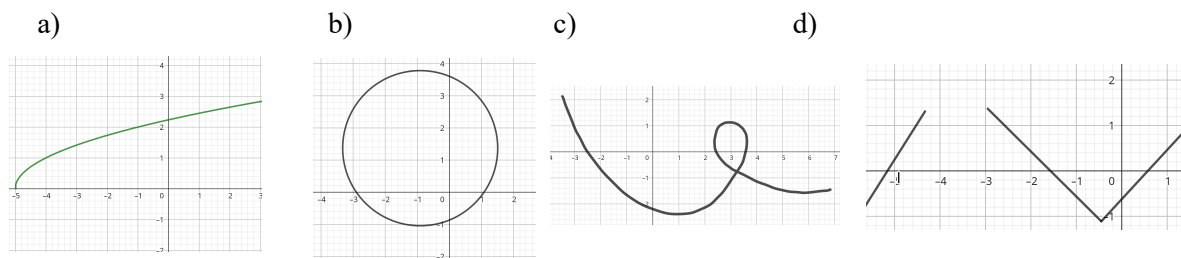
Un campesino tiene 100 metros de valla para cercar un terreno. Quiere que el terreno sea rectangular. Solo tendrá que usar la valla para construir tres lados del rectángulo ya que aprovechará un río como el cuarto lado. ¿Qué dimensiones tiene que tener el terreno para que la superficie delimitada sea máxima? Resuelve este problema dibujando la gráfica de una función a partir de considerar algunos rectángulos particulares y calcular su área.

Y finalmente, con relación a la representatividad de la complejidad de los objetos matemáticos, por ejemplo, valora muy positivamente las actividades que trabajan la definición de función usando la representación de función como enunciado verbal, tabla, expresión algebraica, así como las conversiones entre ellas.

Reflexión de la docente guiada por la RIEF sobre el material facilitado por el Instituto

En la segunda etapa, con la pauta RIEF, la docente vuelve a analizar las actividades. Y, por ejemplo, decide añadir la siguiente actividad para trabajar la definición de función como relación entre variables a partir de la representación gráfica (indicadores S2 i R4):

Indica si las siguientes gráficas son funciones justificando tu respuesta:



También considera conveniente que los alumnos trabajen la definición de función como correspondencia arbitraria, evitando así que crean que todas las funciones admiten una representación algebraica (indicador O4). Para ello diseña la actividad:

La siguiente tabla contiene el dorsal de las camisetas de un equipo de hockey sobre patines de la categoría infantil y el día del mes en el que cada uno celebra su cumpleaños. ¿Se trata de una relación funcional? ¿Por qué? Si es posible, escribe una fórmula que exprese el día del mes en función del número de dorsal. En caso contrario explica el motivo.

Dorsal	1	3	4	7	8	9	10
Día de cumpleaños	6	13	22	5	19	6	12

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

El objetivo de este trabajo es responder a las preguntas: 1) ¿Qué componentes e indicadores de la IE pone en juego la profesora en la planificación de una situación de aprendizaje sobre funciones? 2)

Profundizar en el conocimiento epistemológico sobre funciones con una pauta especializada, ¿mejora la idoneidad del diseño? En relación con la primera pregunta, una de las conclusiones de esta investigación es que la docente novel cuando diseña el proceso de enseñanza y aprendizaje está condicionada por la realidad del Departamento de matemáticas del Centro donde trabaja y por la gestión del aula donde implementará el proceso de instrucción. Aunque tiene la competencia de analizar la calidad matemática del material, no lo hace, ya que se focaliza en otros factores, también importantes en la enseñanza y aprendizaje. ¿Se tienen en cuenta estas circunstancias en los programas de formación inicial del profesorado de educación matemática de secundaria? También en este análisis constatamos que la profesora no tiene previsto profundizar en la complejidad del concepto de función. Uno de los motivos es que, como graduada en Física, tiene un buen conocimiento de la noción de función y de sus aplicaciones por lo que no cree necesario buscar información para profundizar más en las funciones y su enseñanza en la educación secundaria. Sin embargo, cuando se le pide que aplique los indicadores de la IE, consigue mejorar el material inicial aunque de forma superficial.

Respecto a la segunda pregunta, según Godino y colaboradores (2017) una de las competencias que debe tener el profesorado es la de reflexionar sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas implementados en la práctica. También Mendes (2021) especifica que el docente ha de aplicar tres capacidades que pueden desarrollarse en conjunto: síntesis, análisis y conversión de las ideas abstractas en realizaciones prácticas. Henríquez-Rivas y Verdugo-Hernández (2023) desde la teoría Espacios de Trabajo Matemático, encuentran evidencias de que la reflexión sobre las tareas que se diseñan para enseñar funciones permite mejorarlas. Cuando la docente novel reanaliza las actividades usando la RIEF, lo hace con más profundidad y el rediseño del material tiene más riqueza epistémica. Por lo tanto, tal como afirman Inglada et al. (2023; 2024), si se dotara al profesorado de este tipo de herramientas, su reflexión sobre los recursos de los que disponen o diseñan, así como sobre su propia práctica podrían mejorar, y como consecuencia su tarea docente también (Figueiredo y Contreras, 2013).

Este trabajo forma parte de una investigación más amplia en la que está previsto realizar un tercer análisis de la videograbación de la implementación y la reflexión de la profesora sobre su propia práctica docente y el rediseño del proceso de instrucción. A partir de los resultados de este tercer análisis esperamos poder contribuir a la mejora de la formación inicial de los profesores de matemáticas de secundaria y, como consecuencia, a que los procesos de enseñanza y aprendizaje tengan una mayor IE.

Agradecimientos

Proyecto PID2021-127104NB-I00 financiado por MCIN/AEI/10.13039/501100011033/ y por FEDER Una manera de hacer Europa.

Referencias

- Amaya, T., Castellanos, A. y Pino-Fan, L. (2021). Competencias de profesores en formación en matemáticas al transformar las representaciones de una función. *Uniciencia*, 35(2), 1-15. <http://dx.doi.org/10.15359/ru.35-2.12>
- Breda, A., Pino-Fan, L. R. y Font, V. (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: Criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(6), 1893-1918. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01207a>
- Braun, V. y Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3(2), 77-101. <https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa>
- Duarte, N. G., Ponte, J. P. M. y Pinto, H. G. (2024). El estudio de clases como promotor del desarrollo del conocimiento de los futuros profesores sobre la preparación de lecciones. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 26, 21-39. <https://doi.org/10.35763/aiem26.5428>

- Figueiredo, C. A. y Contreras, L. C. (2013). La función cuadrática: variación, transparencia y dos tipos de ejemplos. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 3, 45-68. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i3.62>
- Font, V. (2011). Funciones. Evolución histórica de la noción de función. Algunas ideas clave que nos ofrece la evolución de la noción de función. En J. M. Goñi (Ed.), *Matemáticas. Complementos de formación disciplinar* (pp. 145-186). Graó.
- Font, V., Breda, A., Hummes, V., Díez-Palomar, J. y Seckel, M. J. (2021). Un curriculum por competencias en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. En M. A. Campos (Ed.), *Representaciones, conocimientos y prácticas curriculares en el campo de Matemática Educativa*. Instituto de Investigaciones sobre la Universidad y la Educación, UNAM.
- Font, V., Breda, A., Sala-Sebastià, G. y Pino-Fan, L. R. (2024). Future teachers' reflections on mathematical errors made in their teaching practice. *ZDM–Mathematics Education*, 56(6), 1169-1181. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01574-y>
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM–Mathematics Education*, 39(1), 127-135. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C. y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*, 31(57), 90-113. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05>
- Henríquez-Rivas, C. y Verdugo-Hernández, P. (2023). Diseño de tareas en la formación inicial docente de matemáticas que involucran las representaciones de una función. *Educación Matemática*, 35(3), 178-208. <https://doi.org/10.24844/EM3503.06>
- Inglada, N., Breda, A. y Sala-Sebastià, G. (2023). Una pauta especializada para reflexionar sobre la enseñanza de las funciones en secundaria. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo y P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 291-298). SEIEM.
- Inglada, N., Breda, A. y Sala-Sebastià, G. (2024). Pauta para reflexionar sobre la enseñanza de las funciones y mejorar su docencia. *Alteridad*, 19(1), 46-57. <https://doi.org/10.17163/alt.v19n1.2024.04>
- Ledezma, C., Breda, A. y Font, V. (2024). Prospective teachers' reflections on the inclusion of mathematical modelling during the transition period between the face-to-face and virtual teaching contexts. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 22(5), 1057-1081. <https://doi.org/10.1007/s10763-023-10412-8>
- Mendes, I. A. (2021). Historical creativities for the teaching of functions and infinitesimal calculus. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 16(2), em0629. <https://doi.org/10.29333/iejme/10876>
- Pino-Fan, L., Assis, A. y Castro, W. F. (2015). Towards a methodology for the characterization of teachers' didactic-mathematical knowledge. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 11(6), 1429-1456. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1403a>
- Sánchez, A., Font, V. y Breda, A. (2022). Significance of creativity and its development in mathematics classes for preservice teachers who are not trained to develop students' creativity. *Mathematics Education Research Journal*, 34(4), 863-885. <https://doi.org/10.1007/s13394-021-00367-w>
- Stake, R. (1995). *The art of case study research*. Sage Publications.