

INTERPRETACIÓN DE LIBROS DE TEXTO POR MAESTROS EN FORMACIÓN INICIAL: UN ESTUDIO EXPLORATORIO A PARTIR DE DOS CASOS CONTRASTANTES

Pre-service teachers' textbook interpretation: an exploratory study based on two contrasting cases

Lerma-Fernández, A. M., García-García, F. J., Martínez-Ortiz, F. y Lendínez-Muñoz, E. M.

Universidad de Jaén

Resumen

En la formación inicial de docentes a través de procesos como el estudio de clases, el análisis de libros de texto se considera una actividad formativa rica y esencial, que permitiría hacer emerger características importantes de las formas de interpretar el estudio de un determinado ámbito matemático. Este trabajo explora cómo futuros maestros interpretan la introducción de la multiplicación en sendos libros de texto (japonés y español) que obedecen a paradigmas didácticos distintos. Se diseñó un cuestionario que fue respondido por 60 maestros en formación del Grado en Educación Primaria. Los resultados revelan que tienen dificultades para identificar diferencias entre dos paradigmas didácticos confrontados, mostrando una tendencia hacia aquel con el que están más familiarizados. Concluimos señalando que un análisis más profundo de textos sería necesario para la implementación de procesos de estudio de clases transformativos en formación inicial.

Palabras clave: estudio de clases, formación inicial de profesores, multiplicación, paradigmas didácticos.

Abstract

In initial teacher education, particularly in processes such as lesson study, the analysis of textbooks is considered a rich and essential training activity. It would allow the emergence of important characteristics of the ways of interpreting the study of a given mathematical field. This paper explores how prospective teachers interpret the introduction of multiplication in two textbooks (Japanese and Spanish) that follow different didactic paradigms. A questionnaire was designed and completed by 60 pre-service teachers from a Primary Education Degree. The results reveal their difficulties in identifying differences between two confronted didactic paradigms, showing a tendency towards the one with which they are more familiar. We conclude by pointing out that a deeper analysis of texts would be necessary for the implementation of transformative lesson study processes in initial teacher education.

Keywords: didactic paradigms, lesson study, multiplication, teacher education.

INTRODUCCIÓN

El estudio de clases (EC) es una práctica profesional colaborativa de los docentes, basada en la indagación (Robutti et al., 2016) y orientada al desarrollo de los conocimientos y competencias profesionales. Como sintetiza Seleznyov (2018), en el EC los profesores consideran un tema de investigación a partir de un contraste entre los objetivos de aprendizaje “ideales” y los “reales” de sus estudiantes. Trabajan colaborativamente para planificar una clase de investigación que explore dicho tema, a través de una indagación detallada en materiales curriculares relevantes, que plasman en un documento (plan de clase) que describe las acciones del profesor y anticipa las posibles respuestas de los estudiantes. Este proceso puede ser apoyado por un experto externo. La clase se enseña en un aula real, por un profesor del grupo, mientras que el resto observa. Inmediatamente después, se lleva a

cabo una discusión colectiva que se centra, por un lado, en el pensamiento de los estudiantes a partir de los datos que se han recopilado durante la observación y, por otro lado, en aprendizajes más generales relacionados con el tema de investigación. Se termina con la escritura de un informe que describe el proceso de indagación y los resultados obtenidos.

El proceso de indagación que precede y conduce al diseño de la clase de investigación, denominado *kyozai kenkuy* en japonés, es considerado por Seleznyov (2018) como un componente esencial del EC. Aunque los docentes pueden llegar a explorar una amplia variedad de recursos, el análisis de libros de texto desempeña un papel prominente (Shinno y Mizoguchi, 2021; Watanabe et al., 2008).

En investigaciones previas (García et al., 2019; Lendínez Muñoz et al., 2024) hemos argumentado que todo proceso de EC en torno a cierto ámbito matemático, que es objeto de estudio en una institución I, asume, de forma más o menos implícita, una manera de interpretar dicho ámbito matemático y su enseñanza, que modelizamos con la noción de paradigma didáctico. Propuesto como modelo de cualquier modalidad o forma de estudio de cierto ámbito de las matemáticas en I, un paradigma didáctico está compuesto por: (1) un modelo epistemológico de dicho ámbito (ME), (2) los fines didácticos que I persigue a propósito de este ámbito (FD) y (3) los medios didácticos que I considera más adecuados para la consecución de estos fines (MD) (Gascón y Nicolás, 2021). Cuando esta interpretación de lo matemático y lo didáctico coincide con la forma en la que I lo hace, decimos que el grupo de EC asume el paradigma didáctico vigente ($PDV=[MEV, FDV, MDV]$) en I.

Si asumimos que el análisis en detalle de libros de texto usados en una institución forma parte esencial del proceso de *kyozai kenkyu*, e interpretamos que estos reflejan los rasgos esenciales del PDV en dicha institución, postulamos que estos condicionan, en gran medida, la clase de investigación que se diseña, así como lo que se considera importante observar y discutir con relación al aprendizaje de los estudiantes.

En el caso particular de la forma de introducir la multiplicación en libros de texto japoneses y españoles, en García et al. (2024) pusimos en evidencia la existencia de PDV con rasgos diferenciados, mirados desde cierto paradigma didáctico de referencia, que resumimos en la Tabla 1.

Además, en García et al. (2025) discutimos cómo estos PDV podrían llegar a condicionar el proceso y el resultado del EC. En el caso japonés, Isoda y Olfos (2021) describen dos procesos de EC en torno a la introducción de la multiplicación en los que claramente, y de manera acrítica, se asumen rasgos propios del PDV en dicho país descritos en la Tabla 1. Por analogía, postulamos que un EC mediado por un libro de texto español, como el usado en nuestro análisis, también perpetuaría los rasgos principales del PDV en torno a la multiplicación descritos en la Tabla 1, llegando a limitar el potencial formativo del EC.

Por ello, en nuestra investigación, y en particular en esta comunicación, formulamos, a modo de hipótesis, que un proceso de EC que incorpore el análisis de libros de texto que presenten paradigmas didácticos contrapuestos permitiría el cuestionamiento del PDV, contribuyendo a la emancipación epistemológica y didáctica de los docentes respecto de estos. En particular, en su formación inicial, consideramos que potenciaría el EC como estrategia de formación transformadora, al permitir problematizar formas de entender las matemáticas y su enseñanza naturalizadas y que son asumidas de forma acrítica, y posteriormente replicadas, por los futuros docentes.

Considerando esto, las cuestiones de investigación que parcialmente se abordan en esa comunicación serían las siguientes: ¿Cómo interpretan los futuros maestros de Educación Primaria la actividad matemática propuesta por dos libros de texto que obedecen a paradigmas didácticos contrastantes en torno a la introducción de la multiplicación? ¿Qué componentes de los PDV son capaces de identificar en cada caso? ¿Son capaces de percibir, y explicitar, las diferencias que existen entre ellos?

Tabla 1

Rasgos principales de los paradigmas didácticos vigentes en España (PDV_{ES}) y Japón (PDV_{JP}) tras la interpretación de sendos libros de texto (García et al., 2024)

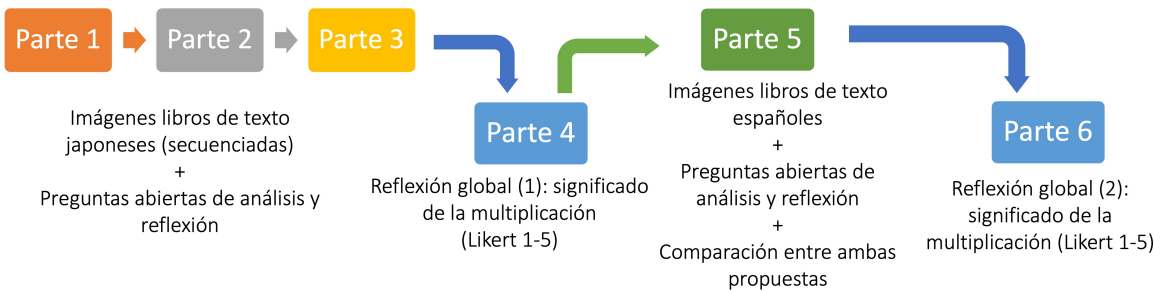
PDV _{ES}	PDV _{JP}
MEV _{ES} : Multiplicación como suma reiterada (modelo del número de veces que se repite un sumando). Vinculada a problemas composición aditiva (cantidades de magnitud de la misma naturaleza). Las cantidades de magnitud ejemplifican situaciones de multiplicación, pero no forman parte de la actividad matemática (se podría limitar a un plano aritmético).	MEV _{JP} : Multiplicación como medida de una colección a partir de una unidad múltiple. Vinculada a problemas de isomorfismo de medidas (cantidades de magnitud de diferente naturaleza). Las cantidades de magnitud desempeñan un papel esencial al tener que dar sentido a la introducción de la relación entre unidades. La suma reiterada de sumandos iguales es una estrategia posible para calcular una multiplicación, pero no su significado.
FDV _{ES} : Evitar una ruptura epistemológica, manteniendo a los estudiantes próximos a un conocimiento anterior (suma). Mantener significados aditivos (combinación). Afianzar el producto como una nueva escritura de expresiones aditivas $b+b+...+b$.	FDV _{JP} : Provocar una ruptura epistemológica, presentando nuevos significados (isomorfismo de medidas). Introducir la medida de colecciones usando diferentes unidades, así como la relación entre ellas. Introducir un nuevo modelo discursivo: “elementos en cada grupo por número de grupos”. Usar el conteo y la suma como estrategias iniciales para resolver situaciones nuevas.
MDV _{ES} : Presentación ostensiva de los contextos de combinación. Presentación ostensiva de expresiones multiplicativas a modo de nueva expresión de cadenas aditivas. Ejercicios de aplicación orientados a la rutinización.	MDV _{JP} : Exploración de problemas de tipo abierto-cerrado. Abordaje inicial, a partir de técnicas antiguas (conteo y suma). Comparación y evaluación de las técnicas de forma colectiva. Institucionalización posterior a la creación en contexto de los significados pretendidos.

METODOLOGÍA

Se presenta un estudio exploratorio inicial, apoyado en un cuestionario diseñado ad hoc (no validado aún) estructurado en 6 partes (Figura 1). El cuestionario fue completado por 28 grupos de 2-3 maestros en formación (M_F) de la asignatura Didáctica de la Numeración y del Cálculo en Educación Primaria (60, en total), del Grado en Educación Primaria, una vez estudiados los bloques de número natural, sistemas de numeración y estructuras aditivas, pero antes de comenzar con el de estructuras multiplicativas. Los grupos completaban el cuestionario parte a parte, recibiendo la siguiente una vez que habían entregado la anterior. Las partes 4 y 6 se respondieron de forma individual, para intentar captar en qué medida cada M_F asocia cada libro con una interpretación de la multiplicación.

Figura 1

Estructura del cuestionario utilizado en la investigación

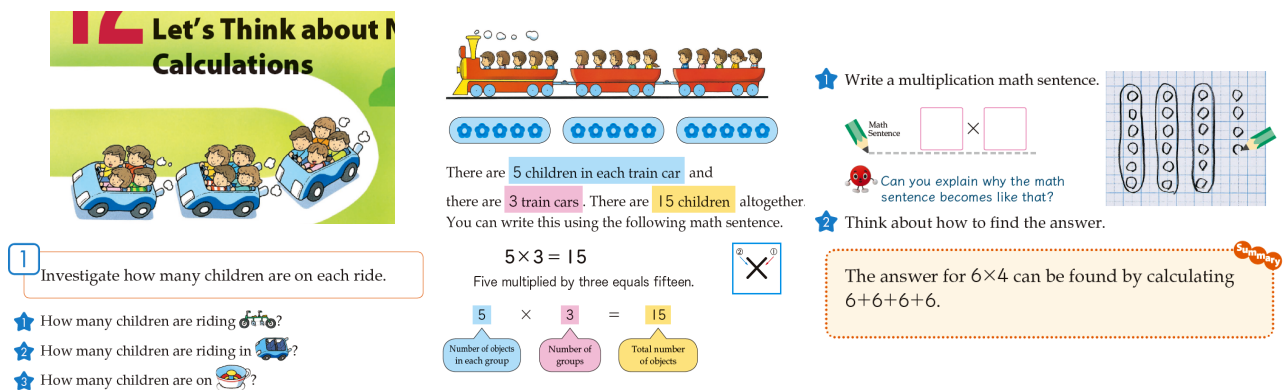


En las tres primeras partes, se exponen, de forma secuencial, extractos de un libro de texto japonésⁱ que muestran cómo este introduce la noción de multiplicación por primera vez a estudiantes de 2.º curso de Educación Primaria. En concreto, en la parte 1 se presentan las primeras dos páginas, en las que los niños deben cardinar colecciones formadas por grupos equipotentes, sin referencia alguna a la noción de multiplicación (un fragmento se muestra en la Figura 2, izquierda). En la parte 2 se muestra la página en la que, por primera vez, el texto habla de multiplicación, vinculándola con la “frase matemática”: *número de objetos en cada grupo × número de grupos = número total de objetos* (un fragmento se muestra en la Figura 2, centro). Hasta ahora, el libro no hace ninguna referencia a la suma, dejando bajo la responsabilidad de los niños el uso de aquellas estrategias que consideren más adecuadas para resolver las situaciones que se plantean. Es en la parte 3 donde se cuestiona a los niños acerca de las estrategias que podrían usar para resolver situaciones del tipo anterior, y se propone la institucionalización de la suma reiterada (un fragmento se muestra en la Figura 2, derecha).

Tras la presentación de las imágenes de cada parte, los MF responden a una serie de preguntas abiertas de análisis y reflexión, pudiendo dar más de una respuesta. En la parte 1, se les pide que describan los tipos de problemas que está proponiendo el libro a los niños (cuestión Q1), así como que identifiquen cuál es el “nuevo conocimiento” que el libro pretende introducir a través de estos (cuestión Q2). En la parte 2 deben identificar posibles estrategias que un niño de 2.º de Educación Primaria podría usar para resolver los problemas mostrados en esta parte y en la anterior (cuestión Q3), comparando dichas estrategias con las que ellos, como adultos, usarían (cuestión Q4). Ahora sí se les declara, y aparece en las imágenes correspondientes, que la intención del libro es introducir la multiplicación de números naturales, y se les pregunta acerca del significado de esta operación que promueve el libro (cuestión Q5). En la parte 3, donde aparece por primera vez la suma en este contexto de introducción de la multiplicación, se les pide que reflexionen sobre la relación que existe entre estas dos operaciones, tanto desde el punto de vista del libro de texto (cuestión Q6) como desde su propia perspectiva (cuestión Q7).

Figura 2

Extractos del libro de texto japonés, correspondientes a las partes 1, 2 y 3 del cuestionario



Tras la reflexión en pequeños grupos sobre cómo el libro de texto japonés introduce la multiplicación, completaban individualmente la parte 4, en la que tenían que mostrar su grado de acuerdo (en una escala Likert de 1 a 5) con las siguientes afirmaciones: (1) Una multiplicación es una forma de expresar una suma de sumandos iguales; (2) Una multiplicación es la expresión del total de una colección, cuando está agrupada en partes iguales y se sabe el número de partes; (3) Las dos afirmaciones anteriores dicen lo mismo, por lo que son equivalentes.

En la parte 5 se exponen, de forma equivalente, extractos que muestran cómo el libro de texto españolⁱⁱ introduce la multiplicación a niños de la misma edad (Figura 3), a los que siguen dos preguntas de análisis y reflexión. En la primera (cuestión Q8) se les pide que reflexionen acerca de las similitudes y de las diferencias que observan en cómo se introduce la multiplicación en el libro español y el

japonés. En la cuestión Q9, se les pide que argumenten sobre qué libro de texto usarían, como docentes, para introducir la multiplicación por primera vez en 2.º de Educación Primaria.

Figura 3

Extractos del libro de texto español, correspondientes a la parte 5 del cuestionario



Finalmente, el cuestionario termina con una parte 6, que es igual a la parte 4.

Las respuestas a las cuestiones abiertas (partes 1, 2, 3 y 5) se han analizado mediante una categorización inductiva por parte de los autores, a través de un análisis detallado de las respuestas y la búsqueda de consensos. Para las partes 4 y 6, se ha llevado a cabo un análisis simple de frecuencias.

RESULTADOS

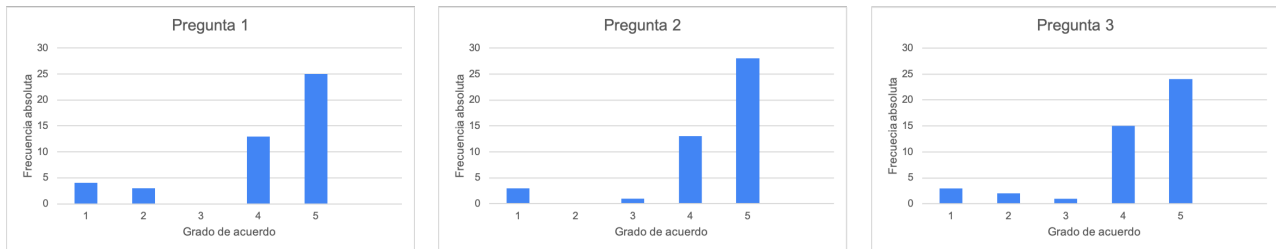
En la parte 1 del cuestionario, cada grupo tenía que responder a dos cuestiones (Q1 y Q2). En la Q1, relacionada con los tipos de problemas que se proponen a los niños de Educación Primaria en el extracto del libro japonés, las respuestas de los M_F se han categorizado en: problemas de suma (35,5%), problemas de multiplicación (32,1%), problemas de recuento (39,3%) y problemas de agrupación (17,9%). Además, un 21,4% de los grupos no fueron capaces de describir el tipo de problema que el libro estaba proponiendoⁱⁱⁱ. En la Q2, sobre el “nuevo conocimiento” que el libro pretende introducir, el 75% consideró que se trataba de la multiplicación. Otras respuestas fueron: técnicas de recuento (7,1%), suma (25%) y agrupación (7,1%). En la parte 2, los M_F deben identificar, por un lado, estrategias que permitan resolver los problemas que se plantean en el libro de texto (Q3 y Q4) y, por otro lado, el significado de multiplicación que el libro de texto promueve (Q5).

En el estudio de las estrategias que podrían usar los niños (Q3), se han identificado todas las que podrían ser exitosas: conteo de 1 en 1 (46,4%), conteo de n en n (3,6%), suma (50%) y multiplicación (64,3%). Al comparar la estrategia que ellos usarían, como adultos, con la que podrían usar los niños (Q4), que están en proceso de construcción de un nuevo conocimiento, un 35,7% describe multiplicación frente a conteo y un 39,3% multiplicación frente a suma.

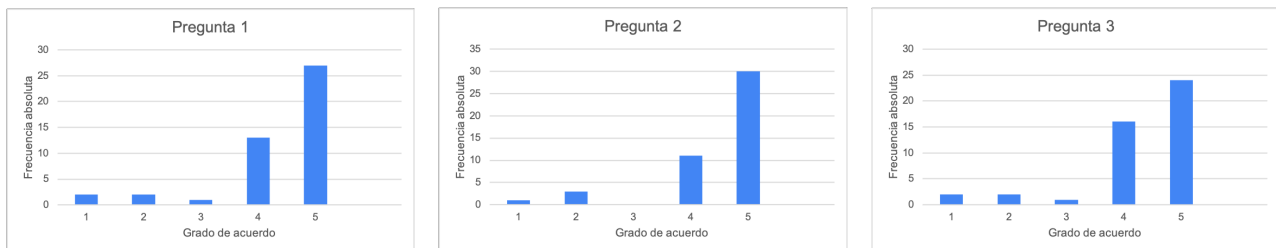
En cuanto al significado de la nueva operación que se presenta (Q5), sólo cinco grupos (17,9%) hacen referencia a que la multiplicación representa el total de una colección, cuando está agrupada en partes iguales y se sabe el número de las partes. El resto de respuestas están vinculadas al significado de suma reiterada (57,1%), aunque el libro de texto, hasta el momento, no ha mostrado la suma como procedimiento para resolver el problema planteado.

En la parte 3, sobre la relación entre suma y multiplicación (Q6 y Q7), se pone de manifiesto que, para los M_F, la multiplicación es una suma de sumandos iguales, aumentando el porcentaje al 82,1%, en contraste con el 57,1% de la parte anterior. Este aumento no se puede desligar del hecho de que, por primera vez, el libro de texto muestra la suma reiterada como un procedimiento para calcular la multiplicación, si bien no encontramos respuestas que pongan en evidencia esta relación. Asimismo, las respuestas^{iv} a la parte 4 (Figura 4) están, en parte, en consonancia con los resultados extraídos de las preguntas abiertas anteriores. De nuevo, evidencian las dificultades de los M_F para diferenciar entre dos significados posibles de la multiplicación.

En la última parte de preguntas abiertas (parte 5), por primera vez, los M_F tenían que analizar la propuesta del libro español, identificando similitudes y diferencias entre ambos libros de texto (Q8), y argumentar qué libro usarían, como docentes, para introducir la multiplicación (Q9).

Figura 4
Gráficos de frecuencias de las preguntas de la parte 4


Entre las similitudes encontradas destacamos que en ambos libros: (1) se muestran ejemplos con objetos (25%); (2) se presenta la multiplicación junto a la suma (21,4%); (3) hay que cardinar colecciones (14,3%); y (4) se presenta la multiplicación agrupando objetos (7,1%). Sin embargo, en cuanto a las diferencias, es remarcable que el 35,7% indica que los libros se diferencian por la forma en la que se introduce la multiplicación: en el libro japonés se presenta directamente, mientras que en el libro español se introduce junto a la suma. Asimismo, destacamos que el 17,9% identifica como diferencia los distintos significados de multiplicación, aun cuando en preguntas anteriores lo consideraban equivalentes. Por último, en cuanto a la elección del manual (Q9), el 71,4% de los grupos se decanta por el libro español. De éstos, un 35% argumenta que es un texto a partir del que sería más fácil comprender la multiplicación, y un 50% destaca, como positivo, que esta aparezca junto a la suma. Esta comparación entre libros pone de manifiesto que los M_F se sienten más familiarizados con el PDV_{ES} , juzgando que la multiplicación como suma reiterada sería más sencilla de comprender. Finalmente, las respuestas de la parte 6 (Figura 5) son muy similares a las de la parte 4 (ver Figura 4), mostrando que el contraste entre ambos libros no ha favorecido una diferenciación de significados.

Figura 5
Gráficos de frecuencias de las preguntas de la parte 6


DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Las partes 1, 2 y 3 del cuestionario indagaban si los M_F identificaban rasgos importantes y diferenciadores del PDV_{JP} en torno a la introducción de la multiplicación (ver Tabla 1). Aunque los resultados no son concluyentes, las respuestas revelan fenómenos interesantes.

En relación con el significado de la multiplicación (MEV_{JP}), las respuestas a las partes 2 y 3 evidencian que los M_F la asocian con una suma reiterada de sumandos iguales. La exploración de la secuencia de tipos de problemas propuesta por el libro japonés y la identificación de técnicas no parece que haya provocado una reorganización de su conocimiento matemático en torno a posibles significados de la multiplicación y su relación con la suma. En particular, la noción de multiplicación que se introduce expresamente en los extractos de la parte 2, como la medida total de una colección cuando esta se organiza en grupos iguales, así como la presentación del modelo discursivo (“frase matemática”, en terminología del libro) con relación a la que se organiza expresamente la actividad matemática propuesta por el libro, parece ser transparente a ojos de los M_F . A pesar de identificar diferentes técnicas posibles, las respuestas de los grupos acaban convergiendo, en gran medida, a la

suma de sumandos iguales como equivalente a la multiplicación. Los M_F interpretan mayoritariamente las situaciones del libro japonés en términos aditivos (combinación de medidas), pero no tanto en términos multiplicativos (isomorfismo de medidas).

Los resultados de la parte 4 apuntan, de hecho, a que los M_F no son capaces de distinguir en qué medida el PDV_{JP} , que muestra el libro de texto, difiere de sus concepciones acerca de la multiplicación. A pesar de que sus respuestas en la parte 4 (Figura 4) muestran un alto grado de acuerdo con la afirmación que describe el significado de la multiplicación en el sentido del MEV_{JP} (total de una colección agrupada en partes iguales), también, de forma mayoritaria, muestran un alto grado de acuerdo con la otra afirmación (multiplicación como suma de sumando iguales, según MEV_{ES}) y, efectivamente, las perciben como equivalentes.

Los resultados también apuntan a posibles dificultades para comprender los MDV_{JP} y FDV_{JP} que subyacen al libro de texto japonés. Según el PDV_{JP} , los niños llegarán a un nuevo significado a través de la exploración sucesiva de problemas de cuantificación de colecciones agrupadas en partes iguales. Inicialmente, se prevé el uso de estrategias basadas en sus conocimientos previos: conteo de uno en uno, de n en n , suma. La discusión del alcance y coste de estas será la que dará lugar a la necesidad de construir, más adelante, las tablas de multiplicar. Sin embargo, aunque los M_F identifican diferentes tipos de problemas y de técnicas en sus respuestas a las preguntas de las partes 1, 2 y 3, no son capaces de separar los problemas de las técnicas, ni de entrever la posible progresión que el libro propone. En un número alto de respuestas se identifica la multiplicación, tanto como tipo de problema, como técnica y como conocimiento nuevo que se desea introducir. Obviando que es el primer contacto que los niños tienen con situaciones multiplicativas, un 64,3% de los grupos identifica la multiplicación como una posible estrategia. Aunque sí es cierto que, cuando tienen que comparar sus posibles respuestas frente a las que darían los niños, un 35,7% señala que los niños usarían conteo, en lugar de la multiplicación, y un 39,3% la suma.

Estas dificultades podrían ser hasta cierto punto esperables, ya que el libro de texto obedece a un paradigma didáctico global de las matemáticas que organiza el estudio de estas a través de la exploración de problemas que permiten el uso de diferentes estrategias (abiertos-cerrados), pretendiendo que los niños elaboren nuevos significados a partir de sus conocimientos anteriores. Esta puede ser percibida como extraña, incluso sofisticada, por los M_F , como evidencian sus repuestas a Q9 (qué libro usarían).

En el libro español (Figura 3) se define de forma directa la multiplicación como una suma reiterada de sumandos iguales, limitando su estudio a traducciones entre expresiones aditivas y multiplicativas. En contraposición con el japonés, podrían emerger ciertos rasgos del PDV_{JP} que, en un primer análisis, los M_F no habrían considerado. En sus respuestas a la parte 5, algunos grupos identifican ciertos aspectos comunes (uso de colecciones de objetos, cuantificación de colecciones), pero también describen otros (la multiplicación se presenta junto a la suma, la multiplicación se presenta agrupando objetos) que revelan una comprensión superficial de los ME y los FD que subyacen en cada caso. Las respuestas no muestran que identifiquen ideas importantes y diferenciadoras, como el uso de unidades múltiples o la relación entre unidades, que son cruciales en el PDV_{JP} . Respecto a las diferencias que perciben, algo más de un tercio de los grupos considera que el texto español introduce la multiplicación junto a la suma, frente a una introducción directa en el caso japonés, aunque no somos capaces de interpretar a qué se refieren exactamente. A pesar del contraste que pretendíamos provocar, las respuestas en la parte 6 vuelven a ser similares a las de la parte 4, confirmando las dificultades de los M_F para identificar, a partir de estos textos, rasgos diferenciadores de dos modalidades de estudio diferentes. Los M_F interpretan ambos textos, en gran medida, desde la perspectiva PDV_{ES} que, como tal, ha sido débilmente cuestionado.

En relación con la fase de *kyozai kenkyu*, si bien el análisis de libros que presenten modalidades de estudio contrastantes puede ser una estrategia potente para cuestionar formas implícitas de interpretar

las matemáticas y su enseñanza en procesos de EC, sería necesario explorar posibles formas de organizar esta fase que permitan hacer emerger los ME, los FD y los MD subyacentes en cada caso. En la formación inicial de docentes, potenciaría el carácter transformador del EC al dotar a los M_F de herramientas para diseñar e implementar clases de investigación que cuestionen y superen formas implícitas de interpretar un ámbito matemático y su estudio provenientes de PDV que son asumidos de forma transparente.

AGRADECIMIENTOS

Trabajo realizado en el marco del proyecto PID2021-126717NB-C32, Ministerio de Ciencia e Innovación.

Referencias

- García, F. J., Wake, G., Lendínez Muñoz, E. M. y Lerma Fernández, A. M. (2019). El papel de los modelos epistemológicos y didácticos en la formación del profesorado a través del dispositivo del estudio de clase. *Enseñanza de Las Ciencias*, 37(1), 137–156. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2512>
- García, F. J., Gascón, J. y Sierra, T.A. (2025). Reconsidering textbooks as representatives of current didactic paradigms in lesson study. *Proceedings of the Fourteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME14)*.
- García, F. J., Sierra, T. A. y Gascón, J. (2024). Introducción de la multiplicación en libros de texto españoles y japoneses. Un estudio comparativo preliminar orientado a la formación de maestros. En N. Adamuz-Povedano, E. Fernández-Ahumada, N. Climent y C. Jiménez-Gestal (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVII* (pp. 249–256). SEIEM.
- Gascón, J. y Nicolás, P. (2021). Relaciones entre la investigación y la acción en didáctica de las matemáticas. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 20, 23-39.
- Isoda, M. y Olfos, R. (2021). *Teaching multiplication with lesson study: Japanese and Ibero-American theories for international mathematics education*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-28561-6>
- Lendínez Muñoz, E. M., García García, F. J., Lerma Fernández, A. M. y Abril Gallego, A. M. (2024). Increase in self-efficacy in prospective teachers through theory-based lesson study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 27(4), 717-742. <https://doi.org/10.1007/s10857-023-09597-0>
- Robutti, O., Cusi, A., Clark-Wilson, A., Jaworski, B., Chapman, O., Esteley, C., Goos, M., Isoda, M. y Joubert, M. (2016). ICME international survey on teachers working and learning through collaboration: June 2016. *ZDM–Mathematics Education*, 48(5), 651-690. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0797-5>
- Seleznyov, S. (2018). Lesson study: an exploration of its translation beyond Japan. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 7(3), 217-229. <https://doi.org/10.1108/IJLLS-04-2018-0020>
- Shinno, Y. y Mizoguchi, T. (2021). Theoretical approaches to teachers' lesson designs involving the adaptation of mathematics textbooks: two cases from kyouzai kenkyuu in Japan. *ZDM – Mathematics Education*, 53(6), 1387-1402. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01269-8>
- Watanabe, T., Takahashi, A. y Yoshida, M. (2008). Kyozaikenkyu: A critical step for conducting effective lesson study and beyond. En F. Arbaugh y P.M. Taylor (Eds.), *Inquiry into mathematics teacher education* (pp. 131-142). Association of Mathematics Teacher Educators.

ⁱ Fujii, T. y Majima, H. (2020). *New Mathematics 2B for Elementary School*. Tokyo Shoseki.

ⁱⁱ Fraile, J. y Pineda, A. (2023). *Matemáticas 2 Primaria*. Proyecto abanico. Vicens Vives.

ⁱⁱⁱ En general, los porcentajes no suman 100 porque los M_F del Grado, en ocasiones, dan varias respuestas que se corresponden con varias categorías.

^{iv} La muestra se ha restringido a 45 M_F, que fueron los que participaron con seguridad en todas las sesiones de sus respectivos grupos y para los que tenemos evidencias de que completaron tanto la parte 4 como la 6.