

JUEGO EQUITATIVO Y ARGUMENTACIÓN: EXPLORANDO INTUICIONES SOBRE ESPERANZA MATEMÁTICA

Fair play and reasoning: exploring expected value intuitions

Oval-Trujillo, Z. y García-Alonso, I.

Universidad de La Laguna

Resumen

En este trabajo se presenta un estudio exploratorio con estudiantes de educación secundaria (13 años) en los que se analiza la argumentación empleada ante la elección de juegos equitativos y no equitativos, explorando sus intuiciones sobre la esperanza matemática. Tras el análisis de las respuestas se ha observado que los estudiantes utilizan en sus argumentos el valor y la cantidad de fichas que componen los distintos juegos propuestos, es decir, manejan los elementos que definen la esperanza matemática. Además, se han detectado dificultades en la interpretación de las fichas con valor cero y se ha encontrado un porcentaje no despreciable de estudiantes que argumentan su elección basándose en su experiencia con el juego. Este trabajo destaca la importancia de la alfabetización probabilística temprana y la necesidad de abordar las concepciones intuitivas sobre la esperanza matemática.

Palabras clave: educación secundaria, esperanza matemática, juego equitativo, probabilidad, toma de decisiones.

Abstract

This paper presents an exploratory study with secondary school students (13 years old) in which the argumentation used when choosing fair and unfair games is analysed, exploring their intuitions about mathematical expectation. After analysing the responses, we observed that students used the value and quantity of the game pieces in their arguments, that is, they involved the elements that define mathematical expectation. Furthermore, we found difficulties in the interpretation of chips with zero value, and a non-negligible percentage of students argued their choice basing on their experience with the game. This paper highlights the importance of early probabilistic literacy and the need to address intuitive conceptions about mathematical expectation.

Keywords: expected value, fair game, decision-making, probability, secondary education.

INTRODUCCIÓN

La alfabetización estadística y probabilística es una competencia esencial en la sociedad actual en la que diariamente recibimos una gran cantidad de información que de forma continua exige la toma de decisiones informada (Alsina y García-Alonso, 2023). Es más, nuestro entorno está regido por situaciones dadas en entornos de incertidumbre en las que la toma de decisiones necesita del conocimiento probabilístico (Estrella et al., 2023). A pesar de que la mayoría de los currículos incorporan estos conocimientos desde finales del siglo pasado, la probabilidad se aborda con un enfoque dirigido a la cuantificación de la probabilidad y sin considerar otras ideas fundamentales que también forman parte de la alfabetización probabilística (García-Alonso et al., 2025).

La probabilidad surge a partir del estudio de los juegos de azar y entre otras razones, su estudio busca profundizar acerca de la equitatividad de los juegos, el tamaño de las apuestas y el reparto de las ganancias entre los jugadores que intervienen (Guerrero et al., 2017). Así, el concepto de juego equitativo, entendido como el equilibrio entre las probabilidades de ganar de cada jugador y su

ganancia esperada en el juego (Hernández-Solís et al., 2021), involucra dos elementos: la probabilidad de ganar de cada jugador y los valores de la apuesta o ganancia. Estos elementos determinan el concepto de esperanza matemática.

En este estudio se pretende analizar las intuiciones de los estudiantes de secundaria ante la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre determinadas por juegos de azar, equitativos o no, y el rol de los elementos que involucra la esperanza matemática en su elección. Con ello, se pretende dar respuesta a las siguientes preguntas de investigación:

- ¿En qué elementos relacionados con la esperanza matemática de un juego, equitativo o no, se basan los estudiantes para argumentar su toma de decisiones?
- ¿Cómo afecta en la selección de un jugador y un juego el número de jugadas?

MARCO CONCEPTUAL

La alfabetización probabilística se entiende como el conocimiento necesario para “acceder, utilizar, interpretar y comunicar información e ideas relacionadas con la probabilidad, con el fin de participar y gestionar eficazmente las demandas de las funciones y tareas que implican incertidumbre y riesgo del mundo real” (Gal, 2012, p. 4). Es por ello necesario construir en los escolares los conocimientos que permitan la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre con argumentos basados en la probabilidad (Batanero, 2005). Una estrategia para ello es el análisis de juegos de azar (dados, monedas, ruletas) que facilitan la comprensión del azar (Cañizares et al, 2004), el estudio de su naturaleza impredecible y la necesidad de contar con herramientas probabilísticas que permiten la toma de decisiones (Batanero et al., 2019).

Son escasas las investigaciones sobre las intuiciones que presentan los estudiantes acerca de la idea de juego equitativo (Hernández et al., 2021). Pero, Batista et al. (2022) ante tareas de juego equitativo indican ciertas dificultades como influencia de creencias y experiencias personales. Por otra parte, investigaciones en situaciones no equitativas con estudiantes de Bachillerato (16 años), muestran que estos son capaces de identificar la opción más favorable mediante el cálculo de la esperanza matemática (Guerrero et al., 2017). En este sentido, investigaciones con estudiantes de Educación Primaria (5 y 10 años) han puesto de relieve que estos estudiantes ante una toma de decisiones comprenden algunos componentes básicos del concepto de esperanza matemática, considerando la probabilidad de ganar, así como el valor del premio (Lapidow y Bonawitz, 2023; Serradó, 2018; Schlottmann y Anderson, 1994). En un trabajo reciente (Oval y García-Alonso, 2024) también se ha podido observar este resultado, pero en esta ocasión con estudiantes de Educación Secundaria (13 años), cuando estos se enfrentan a un juego no equitativo.

Basándonos en estos antecedentes, nos proponemos analizar qué elementos, de los que intervienen en el concepto de esperanza matemática, utilizan los estudiantes de secundaria cuando deben seleccionar un jugador de un juego de azar que puede ser equitativo o no. Además, analizaremos, si el número de partidas interviene en los argumentos que han adoptado anteriormente en su decisión.

METODOLOGÍA

La muestra la constituyen un aula de 2º de Educación Secundaria Obligatoria (13 años), seleccionada de forma no aleatoria, formada por 22 estudiantes de un centro concertado y urbano de Santa Cruz de Tenerife (España), los cuales no han trabajado contenidos probabilísticos en el actual curso. El alumnado está agrupado en 11 parejas y responden a la actividad conjunta o individualmente, según lleguen o no a consenso. Cada respuesta constituye una unidad de análisis, que estará identificada mediante la codificación AX.Y, donde A.X indica la pareja e Y cada estudiante, con valores 1 o 2.

De acuerdo con el objetivo de este estudio se realiza un enfoque mixto, descriptivo y exploratorio (McMillan y Schumacher, 2005) en el que se han establecido categorías de respuestas atendiendo al análisis del contenido (Krippendorff, 2013). El proceso de análisis siguió varias etapas: lectura de las

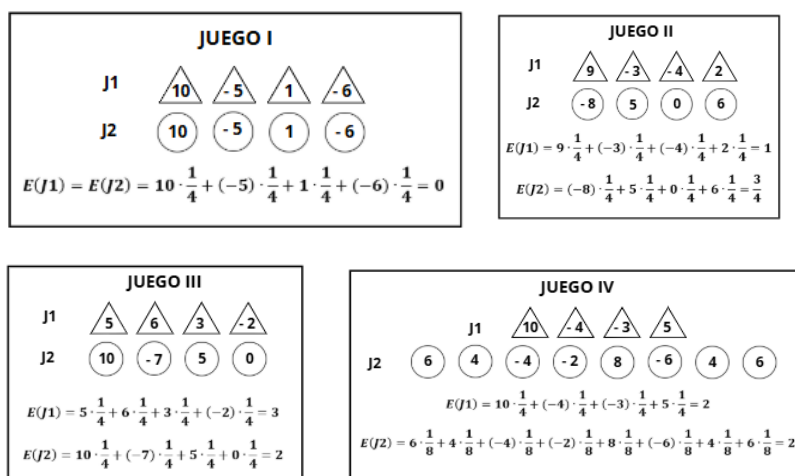
respuestas de los estudiantes, codificación de respuestas individuales y por parejas, identificación de los elementos que fundamentan la respuesta, categorización de las respuestas y resumen de los resultados. Por ello, el proceso seguido ha sido el de codificación múltiple ciego con dos codificadores. Finalmente se han seleccionado algunas respuestas para ejemplificar las categorías.

Instrumento de análisis

La actividad propuesta es una modificación a partir de los juegos utilizados en otras investigaciones, como *What's in the box* (Lapidow y Bonawitz, 2023) o *Integer Addition Bingo* (Serradó, 2018) y que, entre otras características, no conllevan apuestas. Los estudiantes deben completar 4 juegos para dos jugadores. Cada uno de ellos tiene cuatro fichas, salvo el juego IV, en el que hay un jugador que tendrá cuatro y otro jugador ocho fichas. Cada ficha tiene asignado un número entero entre el -10 y el 10, que configura la esperanza matemática de cada jugador (Figura 1). La actividad se desarrolla en una sesión de una hora de clase y, por esta razón, cada pareja realiza tres juegos: I, II / III y IV. El objetivo de los juegos es lograr la mayor puntuación en diez partidas. Para conseguir esta puntuación cada jugador contará con varias fichas colocadas boca abajo, de modo que no se vea su número. En cada turno, elegirá una, anotará el número, la devolverá boca abajo y mezclará las fichas. Repetirá este proceso durante las diez partidas.

Figura 1

Composición de los juegos y cálculo de la esperanza matemática de cada jugador.



Una vez han completado los tres juegos, rellenan la ficha de reflexión (Figura 2). Esta ficha consta de dos preguntas que recogen su justificación dada en la elección de un jugador, teniendo en cuenta su experiencia en cada juego y suponiendo que hubieran jugado 5000 partidas.

Figura 2

Preguntas planteadas al alumnado en la reflexión final sobre el juego.

1. Si tuvieras que elegir un juego, ¿qué juego elegirías? ¿Qué jugador preferirías ser? ¿Por qué?
2. Si se realizaran 5000 partidas, ¿qué juego preferirías? ¿Qué jugador preferirías ser? ¿Por qué?

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Las respuestas de los estudiantes se clasifican en cuatro categorías, según el elemento en que basan su argumento en cada respuesta: *Cantidad* de fichas de los jugadores, *Valor* de las fichas que poseen los diferentes jugadores, *Cantidad y valor* cuando combinan ambas, *Experiencia* que les ha producido el juego o *Sin justificar*. En la categoría *Experiencia* se ha incluido tanto si el estudiante señala que ha sido divertido el juego como si argumenta en base a los resultados de los 10 lanzamientos.

Pregunta 1: Elección de un juego

En la Tabla 1 se resumen los resultados del análisis de las respuestas de los estudiantes. Se muestran con fondo gris aquellas parejas cuya respuesta fue única y llegaron a un acuerdo.

Tabla 1
Juego y jugador seleccionado en la pregunta 1

Tipo de argumento	Juego I	Juego II		Juego III		Juego IV		Total (porcentaje)
		Jug1*	Jug2	Jug1*	Jug2	Jug1	Jug2	
Cantidad	-	-	-	A11.1	-	-	A5.1 A9.1 A9.2 A10.1 A10.2 A11.2	7 (31.8)
Valor	-	-	-	A8.1	-	-	-	1 (4.5)
Cantidad y valor	A2.1 A2.2	A6.1 A6.2	-	-	A1.1 A1.2	A4.1 A4.2	-	8 (36.4)
Experiencia	-	A3.2	-	A5.2	A7.1	A7.2	A3.1	5 (22.7)
Sin justificar	-	-	A8.2	-	-	-	-	1 (4.5)
TOTAL (porcentaje)	2 (9.1)	3 (13.6)	1 (4.5)	3 (13.6)	3 (13.6)	3 (13.6)	7 (31.8)	22 (100)

*Jugador con esperanza matemática favorable.

Con fondo gris se representan las parejas que alcanzaron acuerdo en su respuesta.

Se observa que, globalmente, 12 estudiantes (54.5%) han seleccionado el Juego I o IV, es decir, han elegido juegos equitativos, cuyos jugadores tienen la misma esperanza matemática. Mientras que, los otros diez estudiantes (45.4%) seleccionaron alguno de los juegos no equitativos (II y III). Debemos destacar que, cuatro de ellos (18.2%) eligieron el jugador 2, el jugador con menor esperanza matemática.

El Juego I solo lo elige la pareja A2 (9.1%) y se clasifica en la categoría *cantidad y valor*. En este caso, en su justificación señalan que “al tener las mismas fichas nos parece más igualado. [Y] nos daría igual el jugador porque tenemos los mismos números”, con lo que se basa en las fichas y en sus valores. Esta pareja elige el juego en el que no hay diferencias entre los jugadores.

El Juego II lo escogen cuatro estudiantes (18.2%), de los que tres eligen el jugador con mayor esperanza matemática (Jug1). El estudiante A3.2 argumenta basándose en su propia experiencia (“porque ganamos más rondas”), mientras que la pareja A6 (Figura 3) argumenta en base a la cantidad y el valor, cuando dice “más [cantidad de] fichas de suma” y “ficha -8”. Un estudiante elige este juego sin argumentarlo.

Figura 3
Respuesta (única) de la pareja A6 a la Pregunta 1

Eligiríamos jugar el juego 2 con el jugador 1 ya que es el que más ventaja tiene en este juego. El jugador 2 aunque tenga más fichas de suma y aparenta que tiene más probabilidades de ganar, está ligeramente desfavorecido por la ficha -8.

Elegiríamos jugar el juego 2 con el jugador 1 ya que es el que más ventaja tiene en este juego. El jugador 2 aunque tenga más fichas de suma y aparenta que tiene más probabilidades de ganar, está ligeramente desfavorecido por la ficha -8.

El Juego III es un juego no equitativo escogido por seis estudiantes, repartidos entre los que eligen el jugador 1 y el jugador 2. La pareja A1 ha elegido el jugador con desventaja (Jug2), dentro de la

categoría *cantidad y valor* ya que identifican los valores y la cantidad de las fichas (Figura 4). En su argumento consideran que el valor 0 “no te afecta” sobre la ventaja. Por su parte, el estudiante A7.1 elige este jugador en base a su *experiencia* (“me gusta más y para mí fue más divertido”).

Figura 4
Respuesta (única) de la pareja A1 a la Pregunta 1

<u>Nosotros preferiríamos estar en el juego 3 y ser el jugador 2</u>	Nosotras preferiríamos estar en el juego 3 y ser el
<u>ya que este es el que más ventaja tiene al tener dos fichas</u>	jugador 2 ya que es el que más ventaja tiene al
<u>positivos de números altos (10 y 5) una que no te afecta (0) y</u>	tener dos fichas positivas de números altos (10 y
<u>solo una negativa que es muy poco probable que te salga (-7).</u>	5) una que no te afecta (0) y solo una negativa que
	es muy poco probable que te salga (-7).

Entre los que eligen el jugador con ventaja (Jug1), se encuentra el estudiante A11.1 (Figura 5) que da una respuesta en la categoría *cantidad*, pues señala que hace su elección porque ese jugador tiene “más números positivos que negativos”. En esta afirmación también se observa que considera que el cero no influye en el resultado del juego por carecer de signo. En cambio, el jugador A8.1 afirma que “la suma es mayor que todas las demás”, aunque esto no es correcto. En ambos casos solo se está teniendo en cuenta un elemento para justificar su elección.

Figura 5
Respuesta de la pareja A11

<u>Valentina: Yo elegiría el juego 3 y preferiría ser el</u>	Valentina: Yo elegiría el juego 3 y preferiría ser el
<u>jugador de los triángulos porque hay más números</u>	jugador de los triángulos porque hay más números
<u>positivos que negativos. Sara: Prefiero el juego 4</u>	positivos que negativos.
<u>con los el jugador 2, porque hay más números</u>	Sara: Prefiero el juego 4 con el jugador 2, porque hay
<u>positivos que negativos y hay más fichas.</u>	más números positivos que negativos y hay más fichas.

La mayoría de los estudiantes que han elegido el Juego IV (7 de los 10 estudiantes) han seleccionado el jugador 2, que coincide con el jugador con mayor número de fichas. Es por ello que encontramos seis de estos siete estudiantes dentro de la categoría *cantidad*. Así, por ejemplo, la pareja A9 argumentan que en este juego “preferimos el círculo [jugador 2] ya que tiene muchos números”. Es importante destacar que, dado que el jugador 2 tiene mayor número de fichas, la probabilidad de elección de estas (1/8) es menor que la probabilidad de las fichas del jugador 1 (1/4).

En este mismo juego IV, los que eligieron el jugador 1, encontramos respuestas en la categoría *cantidad y valor*, como la dada por la pareja A4, quienes indican que “hay menos fichas y más probabilidad de que te toque un número mayor”. Finalmente, el estudiante A7.2 basa su elección en su *experiencia*, indicando que “nos gustó más y para mí fue más divertido”.

Atendiendo a los acuerdos y desacuerdos de las parejas, observamos que seis parejas de las 11 (54.6%) han dado una respuesta consensuada. Tres parejas de ellas han elegido el Juego IV y el resto se ha repartido en los otros tres juegos. Cuatro de las parejas dan su justificación en la categoría *cantidad y valor* (ejemplo, Figura 2), mientras que el resto sólo atienden a la *cantidad*.

Entre las cinco parejas que no han llegado a un acuerdo (45.5%), tres se sitúan en el mismo tipo de argumento, sin embargo, ha elegido diferente juego y jugador. Así, en la pareja A11 (Figura 5), cada miembro elige un juego diferente, pero su razonamiento se corresponde a la *cantidad* de fichas.

Pregunta 2: juego elegido que garantiza el éxito tras 5000 partidas

En el supuesto de un número elevado de partidas, la respuesta dada por 11 estudiantes (50%) difiere de la respuesta dada en la pregunta anterior (Tabla 2). De ellos, se observa que tres estudiantes pasan

de elegir un juego equitativo a uno que no lo es (A9.1, A9.2 y A5.1) y dos a la inversa (A5.2 y A7.1). Además, cinco de los estudiantes que eligieron al jugador 2 en la pregunta 1 han pre preferido el jugador 1, jugador con mayor esperanza matemática (A1.1, A1.2, A5.1, A9.1 y A9.2).

Tabla 2
Juego y jugador seleccionado en la pregunta 2

Tipo de argumento	Juego I	Juego II		Juego III		Juego IV		TOTAL (porcentaje)
		Jug1*	Jug2	Jug1*	Jug2	Jug1	Jug2	
Cantidad	-	-	-	A6.1 A6.2 A11.1	-	-	A5.2 A10.1 A10.2 A11.2	7 (31.827.3)
Valor	-	-	-	A5.1 A8.1 A9.1 A9.2	-	-	-	4 (18.2)
Cantidad y valor	A2.1 A2.2 A4.1 A4.2	-	-	-	-	-	-	4 (18.2)
Experiencia	-	A3.2	-	A1.1 A1.2	-	A7.1 A7.2	A3.1 A11.2	4 (18.2)
Sin justificar	-	-	A8.2	-	-	-	-	3 (13.6)
TOTAL (porcentaje)	4 (18.2)	1 (4.5)	1 (4.5)	9 (40.9)	0 (0)	2 (9.1)	5 (22.7)	22 (100)

*Jugador con esperanza matemática favorable.

Con fondo gris se representan las parejas que alcanzaron acuerdo en su respuesta.

En el Juego I, repite la pareja A2 y se suma la pareja A4. En ambos casos lo seleccionan porque reconocen que “cada uno juega con las mismas ventajas y desventajas” (pareja A4), con lo que señalan que el juego es claramente equitativo porque ambos jugadores tienen las mismas fichas. Esta pareja también había elegido un juego equitativo en la pregunta anterior.

El Juego II lo eligen dos estudiantes que no modifican su elección. Pero, mientras un estudiante no lo justifica, el otro vuelve a argumentar en base a su *experiencia* (“uno en el que gané”, A3.2)

El Juego III, juego no equitativo con ventaja para el jugador 1, lo seleccionan 9 estudiantes (40.9%). Tres de los cuales habían elegido el Juego IV (A5.1, A9.1 y A9.2), argumentando en la categoría *valor*, pues lo seleccionan porque los números los consideran “más altos”. Otros dos estudiantes habían seleccionado el Juego II (A6.1 y A6.2) pero, en este caso, su argumento está dentro de *cantidad*, pues “tiene más fichas de suma” (pareja A6). Finalmente, dos estudiantes habían elegido este juego, pero en esta ocasión cambian de jugador (A1.1 y A1.2). Su argumentación se sitúa en la categoría *sin justificar*, debido a que han indicado que “las fichas están más equilibradas”, sin especificar a qué se refieren.

El Juego IV lo eligen 7 estudiantes (31.8%) y, mayoritariamente, cinco de ellos seleccionan el jugador 2, con mayor número de fichas. De estos cinco estudiantes, uno (A5.2) había elegido antes el Juego III y en esta ocasión argumenta su elección en la *cantidad* de fichas (“los círculos (J2) [...] ya que hay más números y hay más posibilidades de ganar”). Otro estudiante argumenta que el jugador 2 y se clasifica en la categoría *cantidad*, porque en su razonamiento se basa en que “tiene más posibilidades de ganar” (A11.2). Con respecto al jugador 1, sólo lo eligen 2 estudiantes y su argumento se basa en su *experiencia* con el juego.

Con respecto a las parejas que han llegado a un acuerdo, se mantienen todas las que lo habían hecho en la primera pregunta, salvo la pareja A7, que esta vez llegan a un acuerdo porque el estudiante A7.1 se alinea con su pareja argumentando en base a la *experiencia* (“nos gusta más”) (Juego IV y Jug1).

Por otro lado, al igual que en la pregunta 2 vemos que las parejas A5 y A8 no llegan a un acuerdo, por un lado, debido a que uno de los miembros de la pareja A5 atiende a la *cantidad* y otro al *valor*, mientras que la pareja A8, un estudiante atiende al *valor* y el otro no justifica su elección.

CONCLUSIONES

En este trabajo se han analizado las respuestas dadas por 22 estudiantes de 2º de Educación Secundaria Obligatoria (13 años), con el objetivo de indagar sobre la toma de decisiones ante juegos equitativos y no equitativos, analizando si lo hacen atendiendo a la *cantidad* de fichas de juego, el *valor* de estas o ambas variables. Además, se ha observado cómo afecta el número de jugadas en sus argumentaciones sobre la elección del juego. Los estudiantes trabajaron en parejas durante toda la sesión, lo que permite observar que se dan respuestas de mutuo acuerdo.

Con respecto a la elección del juego observamos que casi el mismo número de estudiantes elige un juego equitativo y un juego no equitativo, independientemente del número de partidas. No obstante, la mayoría de los estudiantes que elige un juego no equitativo selecciona el jugador que presenta mayor esperanza matemática (Jug1). De los diez estudiantes que eligen el Juego II o III, seis seleccionan el jugador 1.

La argumentación que siguen en sus elecciones no es la misma según el número de partidas realizadas. Mientras que, con 10 partidas, nueve estudiantes atienden a la *cantidad* y *valor* de las fichas, elementos que intervienen en el concepto de esperanza matemática, al pasar a 5000 partidas la mayoría de los estudiantes basa su razonamiento en un único elemento (*cantidad* o *valor*), ligeramente superior en el elemento *cantidad*. Con respecto al razonamiento para elegir el juego y el jugador, observamos que siete estudiantes atienden a un único elemento cuando eligen al Jugador 1 del Juego III, siendo este jugador el que presenta mayor esperanza matemática de los cuatro juegos propuestos. Además, uno de estos estudiantes argumenta diciendo que “la suma es mayor que todas las demás”. Aquí podemos observar cierto acercamiento intuitivo a la noción de esperanza matemática. Aunque su argumento, en este caso, no es del todo correcto.

También se ha detectado que algunos estudiantes prefieren aquellos juegos equitativos estereotipados, esto es, juegos en los que ambos jugadores tienen la misma cantidad y valor de las fichas (Juego I). Estos estudiantes argumentan que ningún jugador tiene ventaja frente al otro, lo que elimina el riesgo de desequilibrio en la partida.

Especialmente relevante ha sido el papel jugado por la ficha con valor 0, presente en los Juegos II y III. Los estudiantes la indicaban como una ficha que “no afecta” o “no influye” cuando se contabilizan los positivos y negativos, y lo trasladan así al estudio de la probabilidad. Esto evidencia la necesidad de trabajar situaciones de azar en las que se analice cómo la ficha cero no aporta puntos en el juego, pero sí interviene en la probabilidad de selección de las fichas que configuran el juego.

Debemos destacar que 5 y 7 estudiantes (22.7% y 31.8%, respectivamente) dan una justificación a la pregunta 1 y 2, respectivamente, basándose en su propia *experiencia*, es decir, no incorporan en su razonamiento otros aspectos distintos a los resultados que obtuvieron en las partidas o la sensación aportada por el juego, cuando seleccionan un juego bajo incertidumbre. Estos estudiantes muestran un enfoque subjetivo de la probabilidad (Batanero, 2005), y que constituye una de las dificultades señaladas del juego equitativo (Batista et al., 2022): influencia de su experiencia en la evaluación de un juego equitativo.

Somos conscientes de las limitaciones de este estudio debido a que la muestra es muy reducida, pero, esta aproximación sugiere que es necesario seguir indagando acerca de cómo el alumnado de Educación Secundaria elabora sus argumentos ante la toma de decisiones en un entorno de incertidumbre, que involucra juegos equitativos y no equitativos. Se ha constatado en este estudio que estos estudiantes son capaces de argumentar utilizando los elementos que intervienen en la esperanza matemática, lo que sugiere que puede ser objeto de estudio en esta etapa. Por otro lado, es

necesario seguir profundizando en conocimientos como la esperanza matemática para lograr una alfabetización estadística consolidada que permita tomar decisiones argumentadas.

Referencias

- Alsina, A. y García-Alonso, I. (2023). La estadística y la probabilidad y su didáctica en la formación inicial de maestros en España. *Matemáticas, Educación y Sociedad*, 6(2), 11-27.
- Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 8(3), 247-264.
- Batanero, C., Ortiz, J., Gómez, E. y Gea, M. M. (2019). Les jeux équitables comme contexte pour l'enseignement des probabilités et la formation des enseignants. En V. Martin, M. Thibault y L. Theis (Eds.), *Enseigner les premiers concepts de probabilités*, 219-244. Presses de l'Université de Québec.
- Batista, R., Borba, R., y Henriques, A. (2022). Fairness in games: A study on children's and adults' understanding of probability. *Statistics Education Research Journal*, 21(1), article 13. <https://doi.org/10.52041/serj.v21i1.79>
- Cañizares, M. J., Batanero, C., Serrano, L. y Ortiz, J. J. (2004). Children's understanding of fair games. En M. A. Mariotto (Ed.), *European research in mathematics III: Proceedings of the 3rd Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME)*.
- Estrella, S., Méndez, M., Olfos, R. y Aguilera, J (2022). Early statistics in kindergarten: Analysis of an educator's pedagogical content knowledge in lessons promoting informal inferential reasoning. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 11(1), 1-13.
- Gal, I. (2012). Developing probability literacy: needs and pressures stemming from frameworks of adult competencies and mathematics curricula. En S. J. Cho (Ed.), *Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education*, 1-7. Springer.
- García-Alonso, I., Vázquez, C. y Alsina, Á. (2025). Panorama curricular de la alfabetización temprana en Estadística y Probabilidad. *Profesorado. Revista de currículum y formación de profesorado*, 29(1), 265-294. <https://doi.org/10.30827/profesorado.v29i1.30849>
- Guerrero Treviño, H., Ortiz de Haro J. J. y Contreras, J. M. (2017) Evaluación del conocimiento sobre la esperanza matemática y juegos equitativos en estudiantes de bachillerato. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 11, 107-125.
- Hernández-Solís, L. A., Batanero, C., Álvarez-Arroyo, R. y Gea, M. (2021). Significados personales del concepto de juego equitativo en niños y niñas costarricenses. *Innovaciones Educativas*, 23(34), 228-243.
- Krippendorff, K. (2013). *Metodología de análisis de contenido: Teoría y práctica*. Paidós.
- Lapidow, E. y Bonawitz, E. (2023). What's in the box? Preschoolers consider ambiguity, expected value, and information for future decisions in explore-exploit tasks. *Open Mind: Discoveries in Cognitive Science*, 7, 855-878. https://doi.org/10.1162/opmi_a_00110
- McMillan, J. H. y Schumacher, S. (2001). *Research in education. A conceptual introduction*. Pearson.
- Oval, Z. y García-Alonso, I. (2024). Esperanza matemática en Educación Secundaria: Análisis exploratorio. En N. Adamuz-Povedano, E. Fernández-Ahumada, N. Climent y C. Jiménez-Gestal (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVII* (p. 615). SEIEM.
- Schlottmann, A. y Anderson, N. H. (1994). Children's judgements of expected value. *Developmental Psychology*, 30(1), 56-66. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.30.1.56>
- Serradó, A. (2018). Reasoning in decision making under uncertainty and decisions of risk in a game of chance. *Teaching and Learning Stochastics*. 201-221. Springer.