

RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA CONTEXTUALIZADO QUE INVOLUCRA LA FUNCIÓN $f(n)=2n$ CON NIÑOS Y NIÑAS DE 5 AÑOS

Solving a contextualized problem involving the function $f(n)=2n$ with 5-year-old children

Anglada, L.^a, Cañadas, M. C.^b y Fuentes, S.^b

^a Centro Universitario María Inmaculada de Antequera, ^b Universidad de Granada

Resumen

En este estudio nos centramos en el enfoque funcional como aproximación al pensamiento algebraico en alumnado de 5 años. Nuestros objetivos de investigación son: (1) describir las respuestas de este alumnado a preguntas sobre un problema contextualizado que involucraba la función $f(n)=2n$ en sus formas directa e inversa, (2) describir las justificaciones a sus respuestas, y (3) describir cómo construyeron una tabla para representar casos particulares del problema. Recogimos información de una sesión de trabajo con una clase de 13 niños y niñas de 5 años. Los resultados muestran que en las respuestas del alumnado podemos evidenciar que estos identifican regularidades para casos particulares, tanto para la forma directa como la inversa de la función, y la mayoría, justificó sus respuestas. Además, construyeron una tabla de funciones, distinguiendo las variables y la relación entre ellas.

Palabras clave: educación infantil, estructuras, función inversa, pensamiento funcional, tablas de funciones.

Abstract

In this study, we focused on the functional approach as an approach to algebraic thinking in 5-year-old students. Our research objectives were: (1) to describe these students' responses to questions about a contextualized problem involving the function $f(n)=2n$ in its direct and inverse forms, (b) to describe the justifications for their responses, and (c) to describe how they constructed a table to represent particular cases of the problem. We collected data from a work session with a class of 13 5-year-old children. The results show that the students' responses revealed that they identified regularities for particular cases, both for the direct and inverse forms of the function, and the majority justified their responses. Furthermore, they constructed a table of functions, distinguishing the variables and the relationships between them.

Keywords: early childhood education, function tables, functional thinking, inverse function, structures.

INTRODUCCIÓN

Una de las aproximaciones al álgebra escolar recomendada para los alumnos en edad temprana es el pensamiento funcional (Carraher y Schliemann, 2007). El pensamiento funcional se centra en la relación entre dos cantidades que covarían (Blanton y Kaput, 2004). Establecer estas relaciones supone identificar la regularidad en el comportamiento entre variables (Blanton, 2008). De manera general, la regularidad es lo que se repite y, a partir de una regularidad observada, se prueba que esta sea válida para más casos particulares y, finalmente, para cualquier caso perteneciente a una situación dada (Pólya, 1966). Autores como Blanton y Kaput (2011) enfatizan la importancia de introducir el pensamiento funcional en la educación infantil, ya que el establecimiento de relaciones funcionales

surge intuitivamente en estos años. En nuestro trabajo asumimos que el alumnado de infantil tiene capacidad para establecer relaciones entre cantidades que covarían (e.g., Blanton y Kaput, 2004).

La representación de ideas algebraicas es una de las prácticas esenciales que Blanton et al. (2011) consideraron para el trabajo del pensamiento algebraico en el aula. En el contexto del pensamiento funcional, las representaciones permiten a los estudiantes expresar la relación entre cantidades que covarían. En particular, en este trabajo nos centramos en la representación mediante tablas. Las tablas son una representación que ayuda a organizar las ideas y el pensamiento a medida que el alumno las utiliza para documentar resultados y datos (López y Brizuela, 2024). Nos interesa esta representación ya que, a pesar de que es una representación con potencial en los primeros cursos, no ha sido muy explorada en estos niveles (Brizuela et al., 2021).

Otra de las prácticas esenciales del álgebra que vamos a considerar en este trabajo, y que es novedosa en estudios sobre pensamiento funcional en educación infantil, es la justificación. La justificación ayuda a determinar y explicar la verdad de una conjetura o afirmación (Blanton et al., 2011). También permite a los niños desarrollar argumentos para defender o refutar la validez de una idea matemática (Brizuela y Strachotta, 2024). Diseñamos una tarea en nuestro equipo de investigación en un entorno de resolución de problemas contextualizados, en forma de historia-problema¹, que involucraba la función $f(n) = 2n$ en sus formas directa e inversa. Trabajamos con materiales concretos, para que los propios niños pudieran validar sus respuestas.

Con este trabajo pretendemos contribuir a la investigación sobre pensamiento funcional de niños de educación infantil. Establecemos tres objetivos de investigación, con el foco puesto en el trabajo conjunto de toda la clase: (1) describir las respuestas de alumnado de último curso de educación infantil (5 años) a preguntas sobre un problema contextualizado que involucraba la función $f(n)=2n$ en sus formas directa e inversa, (2) describir las justificaciones a sus respuestas y (3) describir cómo construyeron una tabla para representar casos particulares del problema.

MARCO TEÓRICO Y ANTECEDENTES

El pensamiento funcional es un tipo de pensamiento algebraico, que se ocupa de la construcción, descripción, representación y razonamiento con y sobre las funciones y los elementos que las constituyen (Cañadas y Molina, 2016). Desde la perspectiva del contenido matemático, nos centramos en las funciones lineales con dos variables, cuyos conjuntos dominio e imagen son los números naturales. En este contexto, contemplamos dos tipos de relaciones entre las variables, la directa (de la variable dependiente con la variable independiente) y la inversa (en la que se intercambian los roles de las variables respecto a la relación directa), existentes entre cantidades que tienen capacidad de variación simultánea (Blanton y Kaput, 2004). La relación entre las variables de las funciones puede involucrar diferentes representaciones: (a) lenguaje natural-oral; (b) lenguaje natural-escrito; (c) pictórica; (d) numérica; (e) tabular y (f) notación algebraica (Carragher et al., 2008). En este trabajo nos centramos en la representación tabular. Las tablas son organizaciones gráficas donde la información se organiza según un doble eje que ordena y sistematiza datos de información relacionados entre sí (Campbell-Kelly et al., 2003). Llamamos tablas de funciones a las que permiten representar la relación entre variables. Las tablas de funciones son herramientas que apoyan el desarrollo temprano del pensamiento funcional (Tanisli, 2011).

En el pensamiento funcional es fundamental el estudio de regularidades (estructuras). Para que los niños identifiquen una regularidad, realizamos preguntas sobre casos particulares, de manera que a partir de algunos ejemplos hallen los valores de la variable dependiente y para nuevos valores específicos de la variable independiente x . Cañadas et al. (2016) en un estudio con alumnado de 2º de Educación Primaria (7 años) trabajaron con un problema contextualizado que involucraba la función $f(n)=2n$. Los niños y niñas expresaron la regularidad en sus respuestas mediante recurrencia “sumando dos cada vez” y mediante una estructura aditiva “sumando cada número consigo mismo”.

Los estudios sobre pensamiento funcional en educación infantil que abordan el trabajo con la función inversa son escasos. Anglada et al. (2022) diseñaron y aplicaron una tarea que involucraba las funciones $f(n)=n$, $f(n)=n+2$, $f(n)=n-1$ y $f(n)=2n$. Analizaron las respuestas de ocho niños de 5 años. En los resultados apreciamos que siete de los niños identificaron una estructura adecuada en preguntas relativas a las tres primeras funciones, para las formas directa e inversa. Para $f(n)=2n$, dos estudiantes identificaron una estructura correcta, tanto para la función directa como para la inversa. Fuentes y Cañadas (2024), en un estudio con una niña de 4 años, describieron los pasos que esta realizó para resolver dos tareas que involucraban las funciones $f(n)=n$ y $f(n)=3n$ y sus respectivas funciones inversas. Esta niña trabajó con las formas directa e inversa de las dos funciones sin dificultad.

Respecto a la justificación, Pinto (2021), en un estudio de caso, analizó las justificaciones de un niño de 5 años al resolver problemas que involucraban funciones lineales. Acosta et al. (2024) realizaron un estudio longitudinal con estudiantes de tres, cuatro y cinco años, sobre el tipo de justificaciones empleadas al trabajar con patrones repetitivos. Ambos estudios destacan la importancia de animar a los estudiantes a justificar sus respuestas.

Algunos autores enfatizan la importancia de indagar sobre cómo los niños interactúan con las tablas de funciones (e.g., Brizuela et al., 2021). Blanton y Kaput (2004) abordaron cómo niños de esta edad resolvieron un problema contextualizado que implicaba las funciones $f(n)=n$ y $f(n)=2n$. Estos autores describieron que los niños, con ayuda, utilizaron una tabla para organizar datos y establecieron relaciones entre variables. Brizuela et al. (2021) realizó un estudio de caso con un niño de 5 años, centrado en cómo este usaba y comprendía las tablas cuando resolvía problemas que involucraban las funciones $f(n)=n$, $f(n)=n+1$ y $f(n)=2n$. Estas tablas sirvieron al niño de andamiaje para la identificación de relaciones funcionales y de la generalización. Estos autores concluyeron que los niños y niñas pueden usar tablas como herramientas de organización y no solo “mirarlas”, sino también “mirar a través” de las tablas para desarrollar la comprensión de las relaciones funcionales.

En nuestro trabajo, a partir de un problema contextualizado que involucraba la función $f(n)=2n$ en sus formas directa e inversa, describimos las regularidades que evidenciamos en las respuestas de los niños y las justificaciones que dan a estas respuestas. También describimos cómo construyeron una tabla de funciones.

MÉTODO

Este estudio es cualitativo, de tipo exploratorio y descriptivo. La recogida de datos se llevó a cabo con una clase de 13 escolares del último curso de educación infantil (5 años) en el curso 2024/2025. Los niños y niñas pertenecían a un centro educativo público de Granada. La selección del centro educativo fue intencional, según la disposición del centro y de los docentes. Los niños y niñas habían trabajado en clase, en ambos casos, con algunos tipos de tablas como tablas de doble entrada, con elementos cualitativos y cuantitativos. Además, desde los 3 años, estos han participado en experiencias relativas al pensamiento algebraico, realizadas dentro del proyecto de investigación en el que se enmarca este trabajo (<https://www.pensamientoalgebraico.es>), durante las cuales tuvieron contacto con tablas de funciones utilizando material manipulativo (Anglada et al., 2024). La participación fue voluntaria y contamos con el permiso por parte del Comité de Ética de la Universidad de Granada (ref. 3468/CEIH/2023).

Para los objetivos planteados, diseñamos una sesión de 50 minutos con toda la clase. Diseñamos la tarea en el seno del proyecto de investigación en el que se enmarca este trabajo. Las tareas se basaron en la resolución de problemas contextualizados, presentados en forma de historia-problema. Dos de las autoras de este trabajo entraron al aula. Una actuó como investigadora docente y otra grabó y sirvió de apoyo. Ambas tomaron notas de sus observaciones en el aula. La tutora del grupo ayudó en la gestión del aula, pero no se implicó en nuestra propuesta.

Presentamos la historia-problema de forma oral y establecimos un diálogo continuo con los niños, basado en preguntas y respuestas. Utilizamos una gallina y huevos de juguete, y un espejo. La investigadora comenzó diciendo: “Esta gallina se llama Lina, es una gallina presumida y tramposa. Siempre quiere ser la que pone más huevos de todo el gallinero. ¡Oh!, es el momento de que nuestra gallina ponga huevos – la gallina desapareció y volvió con un huevo- ¿Veis cuántos huevos ha puesto nuestra gallina Lina?”. La investigadora continuó diciendo que Lina estaba triste por poner solo un huevo, entonces a Lina se le ocurrió una idea, poner el huevo delante de un espejo y así engañar a las demás gallinas y al granjero. Luego, preguntó a los niños: “¿qué es lo que ocurre al poner el huevo delante del espejo?”. La investigadora repitió el proceso con tres huevos. Después con dos, pero anticipando la respuesta de los niños para luego colocar los huevos frente al espejo y corroborar si estaban en lo correcto. Y así continuó con otros casos particulares con números entre 1 y 10. Luego, pasamos a trabajar la forma inversa de la función, planteándoles: “Si quiero que se vean en total 4 huevos, ¿cuántos huevos deberá poner la gallina?”. Repitió esta pregunta con distintos casos particulares. A continuación, preguntó qué es lo que ocurría al poner huevos delante de un espejo. Orientamos las preguntas para que fueran un ente facilitador del diálogo y de la justificación por parte de los alumnos. Algunas de las preguntas realizadas fueron: “¿Cómo pensaste que era [un número cualquiera]?”, “¿Cómo lo has hecho?”, “¿Por qué?”.

Después de esto, la investigadora dibujó los ejes de una tabla en la pizarra y puso el primer par de valores: “si la gallina pone un huevo, al ponerlo delante del espejo veremos dos”. A continuación los niños salieron por turnos a la pizarra añadiendo pares de valores de la función (ver Figura 1). Tuvimos presente proponerles valores no consecutivos para evitar la recursividad. Además, siguiendo recomendaciones de López y Brizuela (2024) formulamos preguntas que ponían la atención en las relaciones por filas de la tabla. Cada vez que un niño escribía una pareja de valores, le preguntábamos qué quería decir con lo que había escrito. Se abrió una discusión en clase y se confirmaba si todos los niños lo consideraban correcto o no. En caso de discrepancia lo comprobaban con el material.

Figura 1

Tabla Construida por los niños en la pizarra

miércoles 22-enero-2025

GALLINA ESPEJO

1	2	10	20
3	6	20	40
2	4	100	200
4	8	300	600
2	4		
2	4		

En este escenario, la variable independiente es el número de huevos que pone la gallina y la variable dependiente el número de huevos que se ven en total cuando acercamos el espejo. Para la forma inversa, se invierten los roles de las variables (i.e., se conoce el número de huevos que se ven en total al poner el espejo y se desconoce el número de huevos que ha puesto la gallina).

Análisis de datos

Transcribimos las videgrabaciones de las sesiones y realizamos un análisis de los datos a partir de estas transcripciones. Analizamos las respuestas de los niños a las preguntas de la investigadora referidas a casos particulares, para las formas directa e inversa de la función (objetivo 1 y 2). Nos centramos en cómo fueron estas respuestas y describimos: (a) si eran correctas o incorrectas, (b) si se apoyaron en el uso de material, (c) si las justificaron, (d) cómo eran estas justificaciones.

Por otro lado, analizamos la construcción por los niños de una tabla en la pizarra para representar la relación entre las variables (objetivo 3). Las categorías consideradas se basan en las de Torres et al. (2022), siendo: (a) ubicación de los pares de valores en las columnas adecuadas, (b) lectura de los pares de valores indicando a qué variable correspondía cada una y (c) representación de casos particulares distintos a los utilizados en la sesión de clase en la tabla.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Observamos que las respuestas del alumnado a las preguntas de la investigadora eran correctas, para las formas directa e inversa de la función, desde los primeros casos particulares. La mayoría de las veces, el alumnado respondía al unísono y de forma casi inmediata. Cuando la investigadora-docente les preguntaba cómo sabían la respuesta, recurrían a sumar el número de huevos que puso la gallina consigo mismo. Algunos ponían incluso otros ejemplos de parejas de casos particulares para justificar sus respuestas, utilizaron números mayores que 10, incluso números como 300, 400, 1000 etc. La estrategia de ir sumando un número consigo mismo, evidencia que identificaron una regularidad. No dieron una expresión de esta regularidad, pero tenían claro que debían sumar la cantidad de huevos que ponía la gallina con el mismo número que era el que se reflejaba y lo evidenciaban a través del trabajo con casos particulares. Para los primeros cuatro casos particulares usaron materiales para ratificar sus respuestas, pero después no.

A continuación, presentamos un extracto de la clase cuando trabajan con la función directa. Destacamos la interacción que se generó en el aula, donde la mayor parte de los alumnos aportó a la conversación. Para mantener el anonimato de los niños, les asignamos su número de lista habitual acompañado de una A (de “alumno”).

Investigadora (I): ¿Cuántos huevos ha puesto la gallina?

Todos (T): Tres.

I: Pero ella sigue queriendo más.

A8: Sigue haciendo trampa.

I: Cuando los ponga delante del espejo, ¿cuántos vamos a ver?

T: Seis, cuatro, ocho...

I: Vamos a comprobarlo.

A3: Uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis.

I: A8 dice que sabía que iba a ser seis. A ver, cuéntame cómo.

A8: Es que tres más tres es seis.

I: ¿Alguien sabe por qué dijo tres más tres?

A1: Señó, una cosa. Veinte más veinte es cuarenta.

A6: Y cien más cien es doscientos.

A1: Y mil más mil dos mil.

A8: Mira, trescientos más trescientos es seiscientos.

A12: Infinito más infinito es infinito.

A13: Infinito más infinito. Es infinito y más allá.

Del fragmento anterior extraemos varias ideas interesantes en relación con nuestros objetivos. La primera es que los alumnos construyeron las respuestas en común. Al principio, al preguntarles por lo que vemos cuando la gallina pone 3 huevos, las respuestas variaban y danban como respuesta diferentes números pares (seis, cuatro, ocho). A continuación, con el material concreto, A3 contó los

huevos y sus reflejos, uno a uno. A8 intervino en la clase comentando que sabía que eran seis porque es tres más tres, evidenciando una estructura aditiva. Luego, varios compañeros pensaron números al azar y fuera de su ámbito numérico conocido y duplicaron el valor sumándolo consigo mismo (por ejemplo, $300+300=600$). Aquí dejaron de hacer referencia a las cantidades involucradas, de forma que recontextualizaron el problema (Carraher y Schliemann, 2002) de un contexto físico a uno matemático. Destacamos también la mención al infinito como número muy alto y que expresen “infinito más infinito”, que refuerza la idea de que han identificado una regularidad.

En cuanto a preguntas sobre la función inversa, extraemos el siguiente diálogo:

- I: Yo quiero que cuando ponga los huevos en el espejo se vean cuatro huevos. ¿Cuántos huevos debe poner la gallina?
- T: Dos, dos, dos...
- I: Vamos a comprobarlo [lo comprueba con el material]. Muy bien.
- I: Ahora quiero que se vean dos ¿Cuántos huevos debe poner la gallina?
- T: Uno (responden rápidamente y al unísono).
- I: ¿Y si ahora quiero ver seis?
- T: Tres.
- I: ¿Y si quiero ver ocho?
- T: Cuatro.
- A5: Cuatro y cuatro son ocho [sacando cuatro dedos en cada mano y poniendo una frente a la otra].

Observamos que el cambio en la forma de la función no generó dificultad. Como comentó A5, consiste en pensar ese ocho como una suma de números iguales, uno correspondiente a los huevos que puso la gallina y otro a su reflejo, lo que evidencia emparejando cuatro dedos de cada mano.

Respecto a la construcción de una tabla en la pizarra para representar la relación entre las variables, observamos que los niños desde el primer momento colocaron los datos en las columnas adecuadas. La investigadora escribió las dos primeras parejas de valores y trazó los ejes. Luego, continuaron los niños y niñas escribiendo en la tabla otras parejas. Al principio, las columnas no tenían encabezado, les preguntamos qué nombre podríamos ponerle y ellos mismos sugirieron llamarlas “gallina” a la de los huevos que esta ponía (a la izquierda) y “espejo” a la de lo que veían al poner los huevos frente al espejo (columna de la derecha). Cada vez que un niño añadía valores en la tabla, le pedíamos que nos dijera qué significaba lo que representaban en la tabla y lo hicieron correctamente. En varias ocasiones, paramos y leímos entre todos lo recogido en la tabla. Esto indica que reconocían los valores de las variables y la relación entre ellos. Algunos niños representaron en la tabla algunos valores distintos a los utilizados en la sesión de clase, como podemos ver en la Figura 1.

CONCLUSIÓN

En este trabajo hemos dado respuesta a tres objetivos de investigación. Hemos mostrado fragmentos del trabajo del alumnado en el aula que evidencian la relación entre las variables al trabajar con casos particulares, para las formas directas e inversa de la función, cómo justifican sus respuestas y cómo construyen y utilizan una tabla para organizar valores de una función.

La expresión verbal a estas edades es limitada, puede que esto justifique que no han llegado a dar una expresión de la regularidad para la relación entre las variables, pero por sus respuestas podemos evidenciar que la han identificado. Si comparamos el presente estudio con el de Cañadas et al. (2016) con alumnado de 7 años, observamos algunas diferencias, por ejemplo, en este los niños y niñas justificaron sus respuestas mediante recurrencia “sumando dos cada vez”. Esto podría deberse al tipo de tarea o a la presentación de valores de la variable independiente consecutivos. Otra diferencia es

que, usaban la expresión “duplicar” para expresar la regla seguida. A pesar de usar la expresión seguían una estructura aditiva sumando cada número consigo mismo, no llegaron a usar la estructura multiplicativa del doble. A parte de esto los resultados de los dos estudios son muy similares.

En línea con Brizuela et al. (2021) observar cómo los niños de 5 años construyen una tabla ayuda a profundizar en cómo estos relacionan los valores de dos variables. Parte de nuestros resultados confirman los de estudios previos (e. g., Anglada et al., 2024; Brizuela et al., 2021), evidenciando la capacidad de los niños y niñas de esta edad para construir y leer tablas de funciones. Consideramos una limitación el hecho de haber utilizado una función multiplicativa específica, habría que indagar sobre lo que ocurre con otras funciones lineales y sus inversas. Coincidimos con investigaciones previas donde se destaca que incluir cuestiones que involucren a la función inversa es viable en estas edades siempre y cuando el contexto y las tareas sean adecuadas (Anglada et al. 2022, Fuentes y Cañadas, 2024). En futuros trabajos sería interesante seguir indagando sobre esto y estudiar el uso de las tablas para descubrir relaciones entre variables.

Como aporte a la docencia, destacamos la inclusión de tareas de pensamiento funcional en un contexto en el que el alumnado puede anticipar respuestas y autovalidarlas. Además, utilizar la historia-problema como recurso permite una mejor gestión de las preguntas dirigidas a la función.

Agradecimientos

Este trabajo se ha realizado como parte del proyecto con referencia PID2020-113601GB-I00, financiado por MCIN/AEI/10.13039/501100011033 y del proyecto con referencia PID2024-157106NB-I00.

Referencias

- Acosta, Y., Alsina, Á. y Pincheira, N. (2023). Computational thinking and repetition patterns in early childhood education: Longitudinal analysis of representation and justification. *Education and Information Technologies*, 1-26. <https://doi.org/10.1007/s10639-023-12051-6>
- Anglada, M. L., Cañadas, M. C. y Brizuela, B. M. (2022). Identificación de estructuras por niños de cinco años en una tarea que involucra funciones lineales en sus formas directa e inversa. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas y J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 149-157). SEIEM.
- Anglada, M. L., Fuentes, S. y Cañadas, M. C. (2024). Identificación y descripción de cambios cualitativos por niños de tres años. En M. Sánchez Aguilar, M. del S. García González y A. Castañeda (Eds.), *Perspectivas actuales de la Educación Matemática* (pp. 191-200). Editorial SOMIDEM. <https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S3/2024/01-19>
- Anglada, L., Pinto, E., Cañadas, M. C. y Fuentes, S. (2024). Five-year-olds expressing relationships while working with a function machine: approaches to the use of function tables. En A. Twohill, I. Isler-Baykal, E. Knuth, A. J. Ribeiro y J. Miller (Eds.), *Proceedings from ICME 15, Topic Study Group 1.2: Teaching and learning of early algebra* (pp. 1-4). ICME 15.
- Blanton, M. (2008). *Algebra and the elementary classroom: Transforming thinking, transforming practice*. Heinemann Educational Books.
- Blanton, M. L. y Kaput, J. (2004). Elementary grades students' capacity for functional thinking. En M. Johnsen y A. Berit (Eds.), *Proceedings of the 28th International Group of the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 135-142). Bergen University College.
- Blanton, M. L. y Kaput, J. J. (2011). Functional thinking as a route into algebra in the elementary grades. En J. Cai y E. Knuth (Eds.), *Early algebraization. Advances in mathematics education* (pp. 5-23). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-17735-4_2
- Brizuela, B. M., Blanton, M. y Kim, Y. (2021). A kindergarten student's use and understanding of tables while working with function problems. En A. G. Spinillo, S. L. Lautert y R. E. Borba (Eds.), *Mathematical reasoning of children and adults*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-69657-3_8

- Brizuela, B. M. y Strachota, S. (2024). When algebra makes you smile: Playful engagement with early algebraic practices. *Learning and Instruction*, 92, 101933. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2024.101933>
- Campbell-Kelly, M., Croarken, M., Flood, R. y Robson, E. (Eds.) (2003). *The history of mathematical tables: From Sumer to spreadsheets*. Oxford University Press.
- Cañadas, M. C., Brizuela, B. M. y Blanton, M. (2016). Second graders articulating ideas about linear functional relationships. *The Journal of Mathematical Behavior*, 41, 87-103. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.10.004>
- Cañadas, M. C. y Molina, M. (2016). Una aproximación al marco conceptual y principales antecedentes del pensamiento funcional en las primeras edades. En E. Castro, E. Castro, J. L. Lupiáñez, J. F. Ruiz y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Luis Rico* (pp. 209-218). Comares.
- Carraher, D. W., Martínez, M. V. y Schliemann, A. D. (2008). Early algebra and mathematical generalization. *ZDM–Mathematics Education*, 40(1), 3-22. <https://doi.org/10.1007/s11858-007-0067-7>
- Carraher, D. W. y Schliemann, A. D. (2002). Is everyday mathematics truly relevant to mathematics education? En J. Moshkovich y M. Brenner (Eds.), *Everyday mathematics. Monographs of the Journal for Research in Mathematics Education* (11) (pp. 131-153). X
- Carraher, D. y Schliemann, A. D. (2007). Early algebra and algebraic reasoning. En F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 669-05). NCTM.
- Fuentes, S. y Cañadas, M. C. (2024). Direct and inverse functions in Pre-School: A case study on functional thinking with a 4 year-old. *Early Childhood Education Journal*. <https://doi.org/10.1007/s10643-024-01826-2>
- López, M. y Brizuela, B. M. (2024). Las tablas como herramientas algebraicas. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas* 106, 23-28.
- Pinto, E. (2021). La construcción y justificación de ideas matemáticas generales por un niño de 5 años: el rol de las representaciones manipulativas. *Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática*, 6(2), 144-164. <https://doi.org/10.34179/revisem.v6i2.1601>
- Pólya, G. (1966). *Matemáticas y razonamiento plausible*. Tecnos.
- Radford, L. (2018). The emergence of symbolic algebraic thinking in primary school. En C. Kieran (Ed.), *Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-Year-Olds* (pp. 3-25). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68351-5_1
- Tanisli, D. (2011). Functional thinking ways in relation to linear function tables of elementary school students. *The Journal of Mathematical Behavior*, 30(3), 206-223. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.08.001>
- Torres, M. D., Brizuela, B. M., Cañadas, M. C. y Moreno, A. (2022). Introducing tables to second-grade elementary students in an algebraic thinking context. *Mathematics*, 10, 56. <https://doi.org/10.3390/math10010056>.

ⁱ Una historia-problema es una narración o relato que presenta una situación concreta y significativa, diseñada para motivar y contextualizar un problema matemático. Autores como Radford (2018) analiza cómo estas pueden servir para estructurar problemas y mejorar su comprensión.