

RECONOCIMIENTO DE TRIÁNGULOS EN ESTUDIANTES DE 1º A 6º DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Recognition of triangles in students from 1st to 6th grade of Primary Education

Bernabeu, M., Saorín, A., Bufor, À. y Sancho, M.

Universidad de Alicante

Resumen

Una limitación del pensamiento geométrico de los estudiantes, en concreto de los triángulos, es no reconocer estos por sus atributos relevantes, sino por la semejanza con el ejemplo prototípico. El objetivo del estudio es caracterizar qué reconocen los estudiantes de 1º a 6º de Educación Primaria como ejemplos y no-ejemplos de triángulo. Participaron 1.047 estudiantes de todos los cursos de Educación Primaria, que realizaron una tarea de reconocer triángulos. Los resultados muestran que conforme avanzan los cursos, los estudiantes reconocen mayor cantidad y variedad de triángulos. Sin embargo, los estudiantes tienen dificultades para reconocer los no-ejemplos de triángulos, evidenciando una inadecuada formación de este concepto. Estos resultados subrayan la importancia de abordar los conceptos geométricos mostrando variedad de ejemplos y no-ejemplos, para que los estudiantes aprendan a discriminar entre atributos relevantes y no-relevantes de un concepto.

Palabras clave: Educación Primaria, formación del concepto, reconocimiento de triángulo, ejemplos y no-ejemplos, ejemplo prototípico.

Abstract

A limitation of students' geometrical thinking, specifically triangles, is that they do not recognise triangles by their relevant attributes, but by their similarity to the prototypical example. The aim of the study is to characterise what students from 1st to 6th grade of Primary Education recognise as examples and non-examples of triangles. A total of 1,047 students from all grades of Primary Education participated in the study and performed a task of recognising triangles. The results show that as students advance through the grades, they recognise a greater number and variety of triangles. However, students have difficulties in recognising non-examples of triangles, showing an inadequate concept formation. These results underline the importance of approaching geometric concepts by showing a variety of examples and non-examples, so that students learn to discriminate between relevant and non-relevant attributes of a concept.

Keywords: Primary Education, concept formation, recognition of triangle, examples and non-examples, prototype example.

INTRODUCCIÓN

Los estudiantes empiezan a formar su comprensión conceptual de las figuras geométricas en los primeros años de su infancia (Dağlı y Halat, 2016) y la van desarrollando y consolidando a través de experiencias a lo largo de su etapa educativa. Las figuras geométricas se suelen mostrar a través de representaciones físicas que evidencian la relación de los atributos que componen los conceptos geométricos a los que pertenecen (Duval, 1995). El triángulo, junto con el cuadrado, el rectángulo y el círculo, es una de las primeras figuras geométricas que los estudiantes conocen y exploran a través de la manipulación y visualización en las etapas educativas iniciales. Las representaciones físicas del triángulo son frecuentes en diversos recursos como fichas, libros, juguetes o incluso en vídeos. Sin embargo, en la mayoría de los casos suele aparecer el mismo tipo de triángulo: el triángulo equilátero apoyado sobre su base, considerado como un ejemplo prototípico de este concepto. De esta forma, la

escasa variedad de ejemplos de triángulos utilizados en los recursos influye negativamente en el pensamiento geométrico de los estudiantes. En particular, en la construcción y adquisición adecuada del concepto de triángulo, al limitar los ejemplos de dicho concepto a este caso particular (triángulo prototípico). Este hecho, supone un obstáculo para que los estudiantes sean capaces de reconocer figuras geométricas a partir de los atributos que las caracterizan y no por su apariencia (Aslan & Aktaş-Arnas, 2007; Bernabeu et al., 2017), llegando a presentar dificultades en este sentido, incluso, en su etapa adulta (Korkmaz y Şahin, 2020). Investigaciones previas han destacado que estas dificultades surgen al presentar un número limitado de ejemplos de figuras geométricas para explicar un determinado concepto geométrico (Verdine et al., 2016); y por el uso abusivo de libros de texto o fichas, en lugar de crear material que propicie el desarrollo de la comprensión de dicho concepto geométrico (Buform y Bernabeu, 2023). Otro aspecto que influye en el reconocimiento de figuras geométricas es la disposición en la que se presentan, mostrando mayor dificultad cuando la disposición de estas es compleja (en las que las figuras geométricas pueden presentar intersecciones o lados compartidos) a cuando estas presentan una disposición simple (las figuras geométricas aparecen separadas entre ellas) (Eylon et al., 1990). Por ello, es fundamental utilizar un amplio abanico de ejemplos y no-ejemplos (prototípicos y no prototípicos) de los conceptos geométricos durante la instrucción. La exposición a los estudiantes de una mayor cantidad y variedad, en forma y posición, de este tipo de figuras geométricas favorece un desarrollo más sólido de su pensamiento geométrico (Aslan y Aktaş-Arnas, 2007; Bernabeu et al., 2022; Buform y Bernabeu, 2023; Tsamir et al., 2008).

En cuanto a las investigaciones que han abordado el concepto de triángulo, estas se han centrado, en gran medida, en la etapa de Educación Infantil (Clements et al., 1999; Dağlı y Halat, 2016; Verdine et al., 2016). Sin embargo, los estudios que abordan este concepto en la etapa de Educación Primaria son más escasos y, además, no consideran el reconocimiento de ejemplos y no-ejemplos de triángulos. En su lugar, se centran en conocer qué saben los estudiantes sobre el concepto de triángulo mediante el dibujo de ejemplos de estos o solicitando una definición (Vighi, 2003) o mediante el reconocimiento de atributos para su clasificación (Bernabeu et al., 2017). Por este motivo, en esta investigación queremos caracterizar en qué medida los estudiantes de 1º a 6º de Educación Primaria son capaces de reconocer ejemplos y no-ejemplos (prototípicos y no-prototípicos) de triángulo.

MARCO TEÓRICO

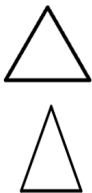
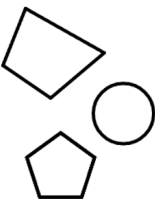
La formación de un concepto implica saber discriminar atributos relevantes de los no-relevantes para considerar una figura como un ejemplo o no de un concepto geométrico (Hershkowitz, 1990). En el caso del concepto de triángulo, son atributos relevantes el ser polígono (figura plana cerrada con lados rectos y no-cruzados) y tener tres lados. Por el contrario, atributos no relevantes podrían ser que tenga sus lados y ángulos iguales (regularidad), que esté en una determinada posición, que sea simétrica, etc. Los ejemplos del concepto de triángulo son aquellos que presentan, al menos, los atributos relevantes y los no-ejemplos son los que no presentan alguno de los atributos relevantes. Además, cada concepto geométrico puede asociarse a uno o más ejemplos prototípicos, que son los primeros en adquirirse. Estos presentan atributos no-relevantes en cuanto a su forma (como puede ser la regularidad) y posición, y suelen tener fuertes características visuales para el reconocimiento de figuras geométricas, llegando a considerarlos relevantes para determinarlo como ejemplo de un concepto (Hershkowitz, 1990). Por tanto, los estudiantes pueden no reconocer un triángulo escaleno obtusángulo en posición no-prototípica (que no esté sobre su base) como un ejemplo de triángulo al no parecerse al triángulo prototípico, es decir, al triángulo equilátero sobre su base.

Para que un estudiante sepa discriminar entre ejemplos y no-ejemplos de un concepto, sin apoyarse en los atributos no-relevantes para determinar la pertenencia del ejemplo a su clase, debe haber visto una variedad considerable de representaciones de dicho concepto. Según Clements et al. (2018), existen diversos tipos de ejemplos y no-ejemplos (Figura 1). En el caso de los ejemplos tenemos los

(a) ejemplares, que son los considerados prototípicos de una clase (triángulo equilátero e isósceles acutángulo en posición prototípica) y (b) variantes, que son otros ejemplos de la clase que no son prototípicos (p. ej., triángulos isósceles obtusángulos o escalenos en diferentes posiciones). En cuanto a los no-ejemplos, tenemos los (c) distractores palpables, que no tienen parecido a los ejemplos de la clase (p. ej., un cuadrilátero convexo o un pentágono regular) y los (d) distractores difíciles, que se parecen en la forma a los ejemplos de la clase, pero no cumplen algún atributo relevante de la definición (p. ej., una figura de tres lados abierta).

Figura 1

Representación de los tipos de ejemplos y no-ejemplos del concepto de triángulo (Fuente: elaboración propia, adaptado de Clements et al. (2018))

Ejemplos		No-ejemplos	
Ejemplares	Variantes	Distractores palpables	Distractores difíciles
			

Una manera de conocer si los estudiantes presentan una buena formación del concepto de triángulo es mediante la resolución de tareas que impliquen reconocer ejemplos de triángulos. Es decir, tareas que contengan diversidad de ejemplos (tanto ejemplares como variantes) y no-ejemplos (tanto distractores palpables como difíciles). De este modo, nos planteamos la siguiente pregunta de investigación:

- ¿Cómo la formación del concepto de triángulo de estudiantes de 1º a 6º de Educación Primaria influye en el reconocimiento de ejemplos y no-ejemplos de este concepto?

METODOLOGÍA

Participantes y contexto

Los participantes de este estudio fueron 1.047 estudiantes de diferentes centros de Educación Infantil y Primaria de la provincia de Alicante y de la Región de Murcia que cursaban entre 1º y 6º de Educación Primaria. En concreto, 152 estaban matriculados en 1º, 159 en 2º, 179 en 3º, 182 en 4º, 190 en 5º, y 185 en 6º de Educación Primaria. En el momento de la recogida de datos los participantes se encontraban en el primer trimestre del curso académico, por lo que no habían recibido instrucción sobre geometría durante ese curso.

Instrumento de recogida de datos

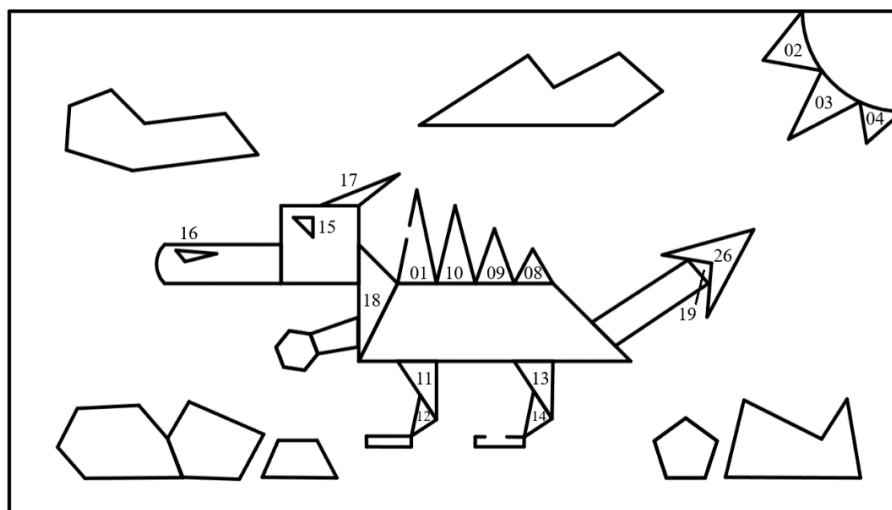
Como instrumento de recogida de datos, se diseñó una tarea similar a la propuesta por Edo (1999) para trabajar el concepto de triángulo. A la tarea propuesta por esta autora, se le añadió más variedad de cuadriláteros, otras clases de polígonos según sus lados (pentágonos, hexágonos y heptágonos) y no-ejemplos de triángulos y cuadriláteros (Figura 2). La tarea que se les proporcionó a los estudiantes no contenía los números que están en la Figura 2. En adelante, para referirnos a una determinada Figura Geométrica de las que aparecen en la Figura 2, lo haremos como FG y su número correspondiente, por ejemplo, FG01 es la Figura Geométrica 01.

Como se puede observar en la Figura 2, la tarea presenta triángulos ejemplares (FG08 hasta FG10), triángulos variantes (el resto de triángulos), distractores palpables (la mayoría de los cuadriláteros, pentágonos y hexágonos, y los no-ejemplos de polígono) y distractores difíciles (la figura abierta, FG01; las figuras con dos lados rectos y uno curvo, FG02-FG04; y el cuadrilátero cóncavo, FG26). Los estudiantes tuvieron que pintar de color verde aquellas figuras geométricas que consideraban que

eran ejemplos de triángulo. La tarea fue completamente anónima y solo debían indicar el curso escolar al que pertenecían. Los estudiantes tuvieron entre 15 y 20 minutos para realizar la tarea. Previo a ello, un miembro del grupo de investigación explicó el objetivo de la tarea y resolvió dudas que pudiesen surgir.

Figura 2

Tarea propuesta a los estudiantes desde 1º a 6º de educación primaria (elaboración propia, basada en la tarea de Edo, 1999)



Análisis

El análisis de los datos se realizó atendiendo a si el estudiante había reconocido correctamente los triángulos que aparecían en la tarea, y si había discriminado los no-ejemplos de triángulo (para el análisis de este estudio se consideró solamente los no-ejemplos que eran distractores difíciles del triángulo según Clements et al. (2018)), es decir, FG01, FG02, FG03, FG04 y FG26.

Para los ejemplos de triángulo (figuras de FG08 a FG19), se codificó como 1 si el estudiante había pintado de verde el ejemplo de triángulo, es decir, si lo consideraba como ejemplo de esta clase; y como 0 si el estudiante no lo había pintado de verde, es decir, si no lo consideraba como un ejemplo de esta clase.

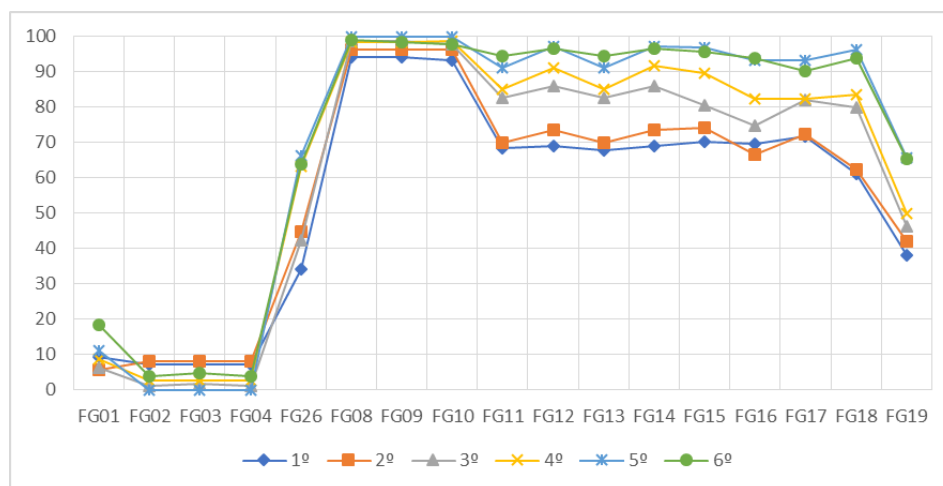
Respecto a los no-ejemplos de triángulo considerados para el análisis (FG01, FG02, FG03, FG04 y FG26), se codificó como 1 si no habían pintado de verde el no-ejemplo de triángulo, es decir, si lo consideraban como un no-ejemplo de esta clase; y como 0 si habían pintado de verde el no-ejemplo de triángulo, es decir, si lo consideraban erróneamente como ejemplo de esta clase.

RESULTADOS

La Figura 3 muestra los porcentajes de los estudiantes de Educación Primaria participantes (desde 1º hasta 6º curso) en el reconocimiento de ejemplos de triángulos (FG08 hasta FG19), tanto ejemplares como variantes, y no-ejemplos de triángulos (FG01 hasta FG04 y FG26), en concreto los considerados como distractores difíciles. En dicha figura, podemos observar trayectorias similares, separadas únicamente por el porcentaje de éxito según el curso escolar seleccionado. Además, estos resultados muestran el escaso reconocimiento de los no-ejemplos de triángulo en todos los cursos de Educación Primaria en comparación con el éxito en el reconocimiento de los ejemplos de triángulo. Es decir, los triángulos de esta tarea son reconocidos como ejemplos de esta clase por la mayoría de los estudiantes de todos los niveles educativos. Sin embargo, gran parte de los estudiantes, independientemente del curso escolar, ha considerado erróneamente los no-ejemplos de triángulo al considerarlos como ejemplos de esta clase.

Figura 3

Porcentajes de reconocimiento de las figuras geométricas por curso escolar (Fuente: elaboración propia)



Reconocimiento de ejemplos de triángulo

En cuanto a los ejemplos de triángulos ejemplares (FG08, FG09 y FG10), en todos los cursos, observamos porcentajes de reconocimiento cercanos al 100%. En 1° de Educación Primaria, estos triángulos ya son reconocidos correctamente por más del 93% de los estudiantes. A medida que consideramos cursos superiores, se muestra una evolución positiva (mejora en los porcentajes de éxito), aunque sin diferencias destacables.

Respecto al reconocimiento de los triángulos variantes (FG11 hasta FG19), la gráfica muestra diferencias entre los estudiantes de los diferentes cursos escolares. Los cursos de 1° y 2° presentan una trayectoria similar en cuanto a porcentajes de éxito en todos los triángulos, en torno al 70% en los triángulos de FG11 hasta FG17, produciéndose un descenso brusco para FG18 (sobre el 60%) y FG19 (sobre el 40%). En 3° y 4°, observamos un aumento en el reconocimiento correcto de todos los triángulos respecto a los dos cursos anteriores. Estos estudiantes presentan un porcentaje de éxito entre el 80% y el 92% en el reconocimiento de estos, menos con FG16 en 3° que presenta un 75% de éxito; y con FG19, que desciende de forma notable en ambos cursos (un 50%). Para 5° y 6°, más del 90% de los estudiantes son capaces de reconocer de forma correcta todos los triángulos, excepto FG19. Para esta última figura geométrica, el porcentaje de éxito vuelve a descender a un 65% en ambos cursos. Aunque los porcentajes en este tipo de triángulos son bastante altos en estos dos últimos cursos, sigue estando por debajo del reconocimiento de los triángulos ejemplares.

Estos resultados señalan que, a medida que avanzan los cursos, los estudiantes mejoran en el reconocimiento de triángulos, independientemente del tipo o posición. Como ya se ha comentado anteriormente, los triángulos equiláteros e isósceles en posición prototípica (triángulos ejemplares, FG08 hasta FG10) son los que mayor éxito de reconocimiento han tenido, pasando de un 93-94% en 1° a un 98-100% en 5° y 6°. Así, el reconocimiento de triángulos rectángulos en diferentes posiciones y no apoyados sobre uno de sus catetos (FG11 hasta FG15), pasó de aproximadamente un 70% en 1°, a un 95% en 6°. Del mismo modo, los estudiantes también mejoran en el reconocimiento de triángulos obtusángulos en distintas posiciones (FG16 hasta FG18), obteniendo porcentajes de éxito similares, es decir, pasando de entre 60-70% en 1°, a 90-96% en 6°. Sin embargo, considerando FG19, si bien se produce una mejora considerable desde 1° hasta 6° (de un 38% en 1°, a un 65% en 6°), su reconocimiento presenta unos porcentajes de éxito notablemente más bajos en todos los cursos que el resto de los triángulos.

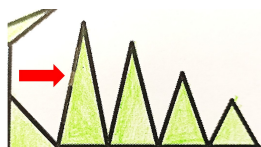
Reconocimiento de no-ejemplos de triángulos

El reconocimiento de no-ejemplos de triángulo (FG01 hasta FG04 y FG26) es extremadamente baja en todos los cursos en comparación con el reconocimiento de los ejemplos de triángulo.

En relación con FG01 (figura abierta), de 1º a 5º, el porcentaje de reconocimiento de esta figura como un no-ejemplo de triángulo se sitúa entre el 5% y 11%. En 6º de Educación Primaria, este porcentaje aumenta notablemente a un 18%. En esta figura, algunos estudiantes la cerraron para convertirla en triángulo y pintarlo de verde (Figura 4), por lo que se ha considerado como correcta esta respuesta.

Figura 4

Ejemplo de respuesta en la que el estudiante cierra la figura para transformarla en triángulo (Fuente: respuesta del E_5_149)



Respecto a FG02, FG03 y FG04 (figuras con dos lados rectos y uno curvo), su reconocimiento se sitúa entre 7-8% en 1º y 2º, mientras que en el resto de cursos, descende este porcentaje, obteniendo entre el 0% y el 4%. Cabe comentar que en 1º y 2º, algunos estudiantes pintaron estas figuras geométricas de color naranja o amarillo (o utilizando ambos colores), debido a lo que la figura en su conjunto les sugería, es decir, para estos estudiantes representaba el Sol (Figura 5). Esto puede justificar dicho porcentaje en cuanto al reconocimiento de la figura como no-ejemplo de triángulo al no pintarla de verde.

Figura 5

Ejemplo de respuesta en la que el estudiante pinta con colores asociados al Sol (Fuente: respuesta del E_2_129)



Para FG26 (cuadrilátero cóncavo), se observa una mejora en cuanto a su reconocimiento como no-ejemplo de triángulo con respecto a los otros no-ejemplos de triángulo (FG01 hasta FG04). El reconocimiento de esta figura como no-ejemplo de triángulo se sitúa entre el 34% y el 45% para los cursos de 1º a 3º para ascender en los tres últimos cursos, obteniendo un éxito de entre el 63-66%.

CONCLUSIONES Y DISCUSIÓN

El objetivo de este estudio era caracterizar cómo la formación del concepto de triángulo de estudiantes de 1º a 6º de Educación Primaria influye en el reconocimiento de ejemplos y no-ejemplos de este concepto. Los resultados muestran que los porcentajes en el reconocimiento de ejemplos de triángulos aumenta conforme avanzan los cursos. Por el contrario, en el caso de los no-ejemplos de triángulos, los porcentajes en el reconocimiento de estos se mantienen bajos, independientemente del curso escolar, mostrando las dificultades que estos tienen para reconocerlos, y evidenciando una inadecuada formación de este concepto.

En cuanto al reconocimiento de ejemplos de triángulos, los resultados han mostrado que los triángulos prototípicos, considerados como ejemplares, son los que mayor éxito han tenido en el reconocimiento como ejemplos de esta clase, sea cual sea el curso escolar. Este hecho, es indicativo de que, desde etapas educativas tempranas, los estudiantes están habituados a trabajar con triángulos prototípicos. En concreto, con triángulos equiláteros e isósceles apoyados sobre uno de sus lados (posición

prototípica), por lo que, para ellos, el concepto de triángulo se basa fundamentalmente en este tipo de ejemplos (Vighi, 2003), induciendo, de este modo, una formación del concepto limitada (Hershkowitz, 1990).

Respecto a los ejemplos de triángulos variantes, se han observado variaciones en el porcentaje de éxito de reconocimiento según el curso, siendo los cursos más avanzados los de mayor éxito. Esto puede deberse al haber visualizado mayor variedad de ejemplos de triángulos a lo largo de su etapa educativa. Sin embargo, el triángulo FG19 ha sido el que los estudiantes, independientemente del curso escolar, menos han reconocido como ejemplo de triángulo. Este bajo porcentaje podría deberse a su tamaño (Halat y Yesil-Dağlı, 2016) y su posición en la tarea diseñada, al estar situado entre dos cuadriláteros cuyo contorno forma parte de estos (disposición compleja (Eylon et al., 1990)). A pesar de esto, los resultados indican que los estudiantes aprenden y mejoran su capacidad para extraer una figura en un contexto visualmente complejo conforme avanzan los cursos.

Con respecto a los no-ejemplos de triángulo, el porcentaje de éxito obtenido ha sido bajo, aunque no nulo. Muchos estudiantes, incluso de las etapas superiores (5º y 6º), consideran no-ejemplos con distractores difíciles (figuras parecidas al triángulo prototípico pero abierta o con un lado curvo o un cuadrilátero cóncavo) como ejemplos de triángulo. Si bien es cierto que son figuras con fuertes características visuales que pretenden sugerir que son triángulos (contorno y forma), los estudiantes de los cursos superiores, que ya han estudiado los polígonos y sus clases atendiendo al número de lados en los cursos previos, no son capaces de excluirlas del concepto de triángulo. Es decir, los estudiantes parecen basar sus respuestas en la semejanza con ejemplos prototípicos, no siendo capaces de analizar atributos como contorno abierto-cerrado, lado recto-curvo o número de lados, hecho que se podría considerar propio de los cursos inferiores. Este hecho indica un reconocimiento de las figuras basado en su apariencia y no en sus atributos (Clements et al., 1999), es decir, que no llegan a ver las características que contradicen la definición del concepto (Aslan y Aktaş-Arnas, 2007; Bernabeu et al., 2017). Por ejemplo, que un triángulo es una “figura cerrada”, mientras que FG01 no lo es, o que un triángulo tiene “tres lados”, mientras que FG26 tiene cuatro. En concreto, en esta última, parece ser que no llegan a contar el vértice de la concavidad al no estar acostumbrados a visualizar este tipo de figuras (polígonos cóncavos como ejemplos de cuadriláteros). Solo analizando el contorno de estas figuras, podría considerarse que no son triángulos. En relación con los atributos de los no-ejemplos de triángulos y sus porcentajes de éxito, podemos decir que los distractores no influyen por igual en el reconocimiento de estos. En concreto, en este estudio, el distractor que más dificultad ha representado para los estudiantes ha sido el lado curvo (FG02-FG04), seguido de ser una figura abierta (FG01). Por el contrario, el que menos, el número de lados (FG26).

Para concluir, el bajo porcentaje de reconocimiento de los no-ejemplos, nos lleva a considerar que la instrucción previa que han recibido los estudiantes se basa principalmente en mostrar ejemplos de triángulos, mayoritariamente prototípicos, pero no en mostrar no-ejemplos de triángulos, por lo que los estudiantes no presentan una buena formación de este concepto. Hubiese sido interesante saber cuál fue la formación recibida sobre geometría de los maestros/as de los estudiantes participantes y cómo implementan sus clases. Esta conclusión, quizás podría estar ligada a que la enseñanza prioriza enseñar “qué es un triángulo” sobre “qué no lo es”, limitando el desarrollo del concepto de triángulo en toda su extensión. Esta inferencia podría ser trasladada a los cursos de formación inicial y continua de los maestros para que estos diseñen buenas tareas y que sus estudiantes de Educación Infantil o Primaria sean capaces de discriminar qué atributos son relevantes de los que no lo son para que los estudiantes tengan una buena formación del concepto de triángulo, o cualquier otro concepto geométrico (Hershkowitz, 1990).

Agradecimientos

Esta investigación se ha llevado a cabo con el apoyo del proyecto CIGE/2023/197 de la Conselleria de Educación, Cultura, Universidades y Empleo.

Referencias

- Aslan, D. y Aktaş-Arnas, Y. (2007). Three-to six-year-old children's recognition of geometric shapes. *International Journal of Early Years Education*, 15(1), 83–104. <https://doi.org/10.1080/09669760601106646>
- Bernabeu, M., Llinares, S. y Moreno, M. (2017). Características de la comprensión de figuras geométricas en estudiantes de 6 a 12 años. En J. M. Muñoz, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M. L. Callejo y J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 157-166). SEIEM.
- Bernabeu, M., Moreno, M. y Llinares, S. (2022). Cambios en la comprensión de las relaciones entre polígonos en estudiantes de 8-9 años. *Enseñanza de las Ciencias*, 40(2), 49-70. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3208>
- Buform, À. y Bernabeu, M. (2023). La formación del concepto de polígono en estudiantes de 3 años. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo, E. y P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 163-170). SEIEM.
- Clements, D. H., Sarama, J., Swaminathan, S., Weber, D. y Trawick-Smith, J. (2018). Teaching and learning geometry: Early foundations. *Quadrante*, 27(2), 7-31. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22970>
- Clements, D. H., Swaminathan, S., Hannibal, M. A. Z. y Sarama, J. (1999). Young children's concepts of shape. *Journal for research in Mathematics Education*, 30(2), 192-212. <https://doi.org/10.2307/749610>
- Dağlı, Ü. Y. y Halat, E. (2016). Young children's conceptual understanding of triangle. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 12(2), 189-202. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2016.1398a>
- Duval, R. (1995). Geometrical pictures: Kinds of representation and specific processes. En R. Sutherland y J. Mason (Eds.), *Exploiting mental imagery with computers in mathematical education* (pp. 142-157). Springer.
- Edo, M. (1999). Reflexiones para una propuesta de geometría en el parvulario. *Suma*, 32, 53-60.
- Eylon, B., Rosenfeld, S., Razel, M., Ben-Zvi, A. y Somech, A. (1990). *Cultivating visual cognition in young children. A research and development report of the Agam Project*. The Weizmann Institute of Science.
- Halat, E. y Yesil-Dağlı, Ü. (2016). Preschool students' understanding of a geometric shape, the square. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 30(55), 830-848. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n55a25>
- Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. En P. Nesher y J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition* (pp. 70-95). Cambridge University Press.
- Korkmaz, H. I. y Şahin, Ö. (2020). Preservice preschool teachers' pedagogical content knowledge on geometric shapes in terms of children's mistakes. *Journal of Research in Childhood Education*, 34(3), 385-405. <https://doi.org/10.1080/02568543.2019.1701150>
- Tsamir, P., Tirosh, D. y Levenson, E. (2008). Intuitive nonexamples: the case of triangles. *Educational Studies in Mathematics*, 69(2), 81-95. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9133-5>
- Verdine, B. N., Lucca, K. R., Golinkoff, R. M., Hirsh-Pasek, K. y Newcombe, N. S. (2016). The shape of things: The origin of young children's knowledge of the names and properties of geometric forms. *Journal of Cognition and Development*, 17(1), 142-161. <https://doi.org/10.1080/15248372.2015.1016610>
- Vighi, P. (2003). The triangle as a mathematical object. En M. A. Mariotti (Ed.), *European Research in Mathematics Education III: Proceedings of the Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education* (CERME 3) (pp. 1-10). University of Pisa and ERME.