

ANÁLISIS DEL USO DE LA ESTRATEGIA RECURSIVA EN TAREAS DE GENERALIZACIÓN DE PATRONES LINEALESⁱ

Analysis of the use of the recursive strategy in linear pattern generalization tasks

Pérez, O.^a, De Gamboa, G.^a y Badillo, E.^a

^aUniversitat Autònoma de Barcelona

Resumen

En este estudio se analiza el impacto que tiene el uso de la estrategia recursiva en el éxito al resolver tareas de generalización de patrones lineales. Se analiza la implementación de tres secuencias de tres tareas de generalización de patrones lineales en tres grupos de alumnado de 1º de ESO. La diferencia entre las secuencias es la representación espacial de las figuras del enunciado de cada tarea y el orden en el que aparece cada tipo de representación. Se comparan las estrategias de generalización que utilizan los alumnos de los tres grupos en cada pregunta de cada tarea y el éxito en la resolución. Los resultados muestran diferencias significativas en el éxito en la resolución de las tareas cuando el alumnado utiliza la estrategia recursiva en la resolución de las primeras preguntas.

Palabras clave: *estrategias de generalización, tareas de generalización de patrones lineales, estadios de comprensión, tipos de representaciones del enunciado.*

Abstract

This study analyzes the impact of using the recursive strategy on success in solving linear pattern generalization tasks. It examines the implementation of three sequences of three linear pattern generalization tasks in three groups of 1st-year secondary school students. The difference between the sequences lies in the spatial representation of the figures in the statement of each task and the order in which each type of representation appears. The generalization strategies used by students in the three groups are compared for each question of each task, as well as their success in solving them. The results show significant differences in success in task resolution when students use the recursive strategy to solve the initial questions.

Keywords: *generalization strategies, linear pattern generalization tasks, stages of understanding, types of representations of the statement.*

INTRODUCCIÓN

La generalización es uno de los procesos cognitivos más importantes en la actividad matemática Stacey (1989). Numerosas investigaciones han abordado diversos aspectos relacionados con las tareas de generalización lineal: las estrategias empleadas por el alumnado (Morales et al., 2018); los niveles de generalización (Zapatera, 2015); los obstáculos que surgen durante su resolución (El Mouhayar y Jurdak, 2015), la introducción al lenguaje algebraico (Blanton et al., 2015) o, el papel de los ámbitos numéricos y visuales (Rico, Castro y Romero, 2000).

Diversos autores (Radford, 2011; Rivera, 2010; Warren, 2005) han señalado que uno de los elementos matemáticos clave en el proceso de generalización es la relación entre la estructura espacial de las figuras y la cantidad de elementos que las componen. Otros estudios (Demetriou, 2004; El Mouhayar y Jurdak, 2015; Nilsson y Juter, 2011) destacan que una de las dificultades fundamentales en el proceso de generalización es el paso del recuento a la abstracción del patrón (relación funcional), vinculado a la falta de flexibilidad, que se entiende como habilidad para modificar la estrategia de

Pérez, O., De Gamboa, G. y Badillo, E. (2025). Análisis de las estrategias de generalización utilizadas por el alumnado de secundaria en la resolución de tres versiones de una secuencia de tareas de generalización de patrones lineales. En M. Burgos, M. C. Cañadas, J. M. Marbán e I. Polo-Blanco (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVIII* (pp. 349-356). SEIEM.

resolución cuando se modifica la demanda cognitiva (Krems, 1995). La fijación en una estrategia y la resistencia a modificarla constituyen un obstáculo que impide generalizar a cierta parte del alumnado (Lannin et al., 2006).

Desde el enfoque de Duval (2006), es fundamental emplear distintos sistemas semióticos ligados a un mismo concepto matemático, ya que las representaciones semióticas, entendidas como entidades construidas dentro de un sistema de signos, permiten comunicar y construir conocimiento matemático. Estas representaciones pueden adoptar la forma de figuras, esquemas, gráficos o expresiones simbólicas (Duval, 2006).

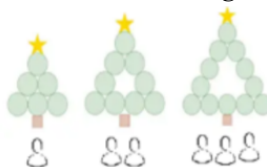
El objetivo de este estudio es analizar la relación entre las representaciones espaciales utilizadas en el enunciado de las tareas de generalización de patrones lineales, el uso de la estrategia recursiva y el éxito en la resolución de las tareas de los alumnos de 1º de ESO. En este contexto, nos planteamos la siguiente pregunta de investigación: ¿Qué papel desempeña la estrategia recursiva inicial en la evolución de las estrategias utilizadas por los estudiantes de 1º de ESO y en su desempeño al resolver tareas de generalización de patrones con diferentes representaciones espaciales? Para responder a esta pregunta, diseñamos tres secuencias de tres tareas cada una. En cada secuencia se proponen las mismas tareas, en el mismo orden, pero con distintas representaciones espaciales en su enunciado. De este modo, cada grupo de alumnos resuelven tres versiones diferentes de cada tarea según la representación espacial empleada.

Generalización de patrones lineales

En este estudio nos centramos en las tareas de generalización de patrones lineales que se presentan mediante figuras geométricas. En estas tareas, la relación entre la posición del término y el número de elementos que componen la figura se modela mediante una función afín $f(n) = a \cdot n + b$. De acuerdo con Callejo y Zapatera (2014), estas tareas se estructuran en varias preguntas que guían progresivamente al alumnado en el proceso de generalización siguiendo las demandas cognitivas propuestas por Stacey: *generalización cercana*: se solicita calcular el valor de la función para un n cercano; *generalización lejana*: se propone un valor lejano de n ; *regla general*: se pide obtener la regla general e *inversión*: se plantea una situación inversa, en la que se proporciona el número de elementos de la figura y se requiere determinar la posición del término correspondiente. Esta estructura es la que se utiliza en el estudio.

Figura 1

Ejemplo de figuras en el enunciado de una tarea de generalización de patrones lineales



Estrategias de generalización

Las estrategias son métodos que conducen a la solución de los problemas de cualquier tipología y pueden definir-se como formas de actuación o ejecución de tareas matemáticas (Rico, 1997). Diversas investigaciones han identificado y clasificado las estrategias empleadas por el en la resolución de tareas de generalización de patrones lineales (García-Cruz y Martínón, 1998; Morales et al., 2018; Stacey, 1989; Zapatera y Callejo, 2011). Estas investigaciones coinciden en distinguir tres tipos principales de estrategias. No obstante, en este estudio se consideran cuatro estrategias de generalización, en atención a las particularidades de las representaciones espaciales utilizadas, lo que permite diferenciar dos formas dentro de las estrategias funcionales. A partir de los referentes teóricos mencionados, se definen las estrategias de generalización consideradas en el análisis de la siguiente manera:

- *Estrategias recursivas.* Se utiliza un método de conteo, basado en usar la diferencia entre figuras consecutivas de la serie. Corresponde a las denominadas estrategias aditivas (García-Cruz y Martín, 1998; Morales et al., 2018; Stacey, 1989; Zapatera y Callejo, 2011).
- *Estrategias proporcionales.* Método incorrecto, donde el alumnado utiliza la relación funcional $f(n) = a \cdot n$ en vez de $f(n) = a \cdot n + b$ (García-Cruz y Martín, 1998; Morales et al., 2018; Stacey, 1989; Zapatera y Callejo, 2011).
- *Estrategias funcionales.* Se establece una relación explícita entre las dos variables (la posición de la figura y el número de elementos) mediante una expresión del tipo $f(n) = a \cdot n + b$ (Stacey, 1989; García-Cruz y Martín, 1998, Zapatera y Callejo, 2011; Morales et al., 2018). En este estudio, se distinguen dos formas de esta estrategia, dependiendo de cómo se manifiesta el procedimiento de generalización:
 - *Multiplicativa.* Se relaciona directamente el número de elementos con la posición en la sucesión a través de un procedimiento multiplicativo.
 - *Acumulativa.* Relaciona explícitamente el número de elementos con la posición de la figura dentro de la sucesión, utilizando un procedimiento que acumula la cantidad de elementos paso a paso.

La fijación en una cierta estrategia y la resistencia a modificarla es un obstáculo que impide generalizar a cierta parte del alumnado (Bednarz et al, 1996). En estudios con alumnado de 10 y 11 años, se ha observado un mayor éxito cuando los estudiantes comienzan utilizando estrategias recursivas y progresan hacia estrategias funcionales (Zapatera, 2018).

Estadios de comprensión en la generalización

Muchas investigaciones (Radford, 2011; Rivera, 2010; Warren, 2005) han puesto de manifiesto que tres elementos matemáticos son clave en el desarrollo del proceso de generalización: la estructura espacial y numérica, la relación funcional y el proceso inverso. En este estudio, se han diseñado tres versiones de una secuencia de tareas, en las que se modifica la estructura espacial de las figuras del enunciado, con el fin de analizar su influencia en las estrategias de generalización utilizadas por el alumnado. Zapatera (2015) caracteriza tres estadios de comprensión del desarrollo del proceso de generalización de patrones. En el *Estadio I*, el alumnado no logra coordinar las estructuras espaciales y numéricas, lo que le impide calcular términos lejanos de la sucesión. En el *Estadio II*, se establece una coordinación entre lo espacial y lo numérico, permitiendo encontrar una regla funcional general. En el *Estadio III*, el alumnado es capaz de aplicar procesos inversos, deduciendo la posición del término a partir del número de elementos.

En este estudio, se evalúa el nivel de éxito de las estrategias de generalización utilizadas por el alumnado, identificando el estadio de comprensión alcanzado en función del número de preguntas que resuelve correctamente.

METODOLOGÍA

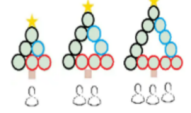
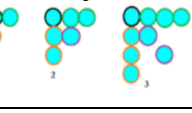
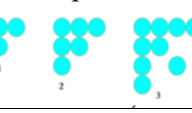
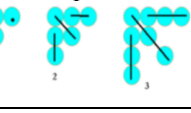
El estudio se sitúa en un paradigma interpretativo, con un enfoque cualitativo (Cohen et al., 2000). Está enfocado en alumnado de 1º de ESO. Participan 60 alumnos de un centro de educación secundaria situado en Barcelona codificados de A01 hasta A60. Para la recolección de datos se conformaron tres grupos heterogéneos de 19, 20 y 21 alumnos, respectivamente. Estos son los grupos habituales en la organización del centro. Se forman aplicando un criterio alfabético en los apellidos. Los instrumentos de recogida de datos son cuestionarios escritos compuestos por una secuencia de tres tareas. Cada secuencia presenta tres tareas que utilizan tres tipos de representaciones en orden diferente. Las columnas 2, 3 y 4 de la Tabla 1 muestran el tipo de representación espacial de la tarea de la secuencia que resuelven de manera individual y por escrito los alumnos de cada grupo. Se han definido tres tipos de representación.

- *Tipo de representación A.* Representación espacial típica empleada habitualmente en tareas de generalización de patrones lineales. No destaca explícitamente agrupaciones particulares.
- *Tipo de representación B.* Representación espacial de carácter multiplicativo, en la que se enfatiza visualmente la formación de grupos iguales de unidades, mediante el uso de líneas.
- *Tipo de representación C.* Representación de tipo acumulativo, en la que se destaca la descomposición de la figura en agrupaciones de tamaños diferentes.

De las seis posibles permutaciones diferentes para ordenar los tres tipos de representaciones, nos interesa que cada grupo empiece y acabe con un tipo de representación diferente, con el objetivo de que el primer contacto con este tipo de tareas sea con una representación distinta del enunciado. En cada secuencia saldrán los tres tipos de representaciones y la permutación ABC aparecerá. Por tanto, las tres opciones escogidas son las de la Tabla 1.

Tabla 1

Secuencias de tareas de cada grupo con los tipos de representaciones del enunciado

	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
Tarea 1	Cuestionario 1A Tipo de representación A 	Cuestionario 1B Tipo de representación B 	Cuestionario 1C Tipo de representación C 
Tarea 2	Cuestionario 2B Tipo de representación B 	Cuestionario 2C Tipo de representación C 	Cuestionario 2A Tipo de representación A 
Tarea 3	Cuestionario 3C Tipo de representación C 	Cuestionario 3A Tipo de representación A 	Cuestionario 3B Tipo de representación B 

Con el fin de identificar y analizar las estrategias de generalización utilizadas por el alumnado, se elaboraron nueve cuestionarios (tres por grupo), todos con las mismas preguntas en cada tarea, pero con variaciones únicamente en la representación espacial del enunciado. Para diseñar estas preguntas se han considerado los principales elementos clave y dificultades identificadas en estudios previos sobre la generalización de patrones cuestionarios (Demetriou, 2004; El Mouhayar y Jurdak, 2015; Nilsson y Juter, 2011). En la Tabla 2 se ilustra un ejemplo de las cinco preguntas de cada cuestionario de la Tarea 1, relacionadas con el objetivo descrito anteriormente.

Tabla 2

Objetivos y preguntas de los cuestionarios correspondientes a la tarea 1

Objetivo	Preguntas
Identificar y expresar la generalización cercana	¿Cuántos círculos necesitaremos para construir los árboles correspondientes a los elementos 4 y 5 de la serie? Explica con todo detalle como llegas a la respuesta. Ahora queremos saber cuántos círculos necesitaremos para construir el árbol correspondiente al elemento 15 de la serie. Explica con todo detalle como llegas a la respuesta.

Identificar y expresar la generalización lejana	Vamos un poco más lejos... ¿Cuántos círculos son necesarios para construir el árbol correspondiente al elemento número 3768 de la serie? Explica con todo detalle cómo llegas a la respuesta. Continuando con la misma serie. ¿Cómo le explicarías a un compañero/a de qué manera se puede calcular el número de círculos que se necesitan para construir cualquier árbol de la serie. Explícalo con todo detalle.
Identificar y analizar el proceso inverso	Imagina que ahora tienes 50000 círculos para construir un árbol. ¿Cuál es el árbol más grande que puedes construir continuando con la misma serie de todo el problema? Explica con todo detalle como llegas a la respuesta.

Para analizar el éxito de las respuestas del alumnado en cada una de las tareas de la secuencia, se consideró el número de preguntas respondidas correctamente de las cinco que conforman cada cuestionario. Estas respuestas fueron clasificadas conforme a los estadios de comprensión propuestos por Zapatera (2015). El *Estadio I* se corresponde con la resolución correcta de las dos primeras preguntas, que corresponden a generalización cercana. El *Estadio II* se corresponde con la resolución correcta de la tercera y cuarta pregunta, relacionadas con generalización lejana y regla general. El *Estadio III* se corresponde con la resolución correcta de la quinta pregunta, correspondiente al proceso inverso.

Se constató que no se presentaron casos en los que un estudiante respondiera correctamente una pregunta correspondiente a un estadio superior sin haber respondido correctamente las preguntas de los estadios previos.

RESULTADOS

En primer lugar, se presentan ejemplos de respuestas del alumnado a la segunda pregunta del Cuestionario 2B, con el objetivo de mostrar la diferencia entre estrategias recursivas, acumulativas y multiplicativas. En la Tabla 4 se muestran las cantidades de alumnos que logran un determinado estadio de comprensión habiendo utilizado una estrategia inicial determinada.

Tabla 3

Estrategias de generalización utilizadas en el Cuestionario 2B

Identificación de respuestas	Respuestas del alumnado
Estrategia recursiva	A07: "Para el elemento 4 necesitaremos 11. La serie va sumando cuadrados de 2 en 2 por eso le he sumado 2 cuadrados al elemento 3 y 2 cuadrados al elemento 4".
Estrategia multiplicativa	A20: "He hecho; $15-2=13 \cdot 2=26+7=33$ ".
Estrategia acumulativa	A17: "15 cuadrados arriba, 15 cuadrados abajo y 3 al medio, lo sumas y te da 33".

Tabla 4

Máximo estadio de comprensión para cada tipo de estrategia dividido por grupos y tareas

Grupos	Ei	Estadios de comprensión								
		EI	EII	EIII	EI	EII	EIII	EI	EII	EIII
		Tarea 1A			Tarea 2B			Tarea 3C		
1	Rec	12	1	1	9	3	1	4	5	0
	Acu	0	1	0	0	4	0	0	2	0
	Mul	0	0	0	0	0	0	0	5	0
2	Rec	Tarea 1B			Tarea 2C			Tarea 3A		
	Acu	7	1	0	5	0	0	2	3	1
	Mul	0	2	0	0	2	4	0	3	1
		0	6	1	0	1	1	0	3	2

		Tarea 1C			Tarea 2A			Tarea 3B		
3	Rec	15	2	0	11	3	0	8	3	0
	Acu	0	4	0	0	6	1	0	3	0
	Mul	0	0	0	0	0	0	0	5	1

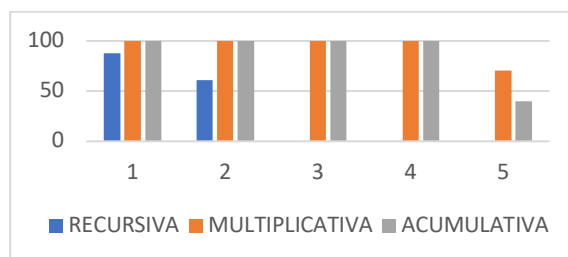
Nota. Ei=Estrategia inicial; Rec=Estrategia recursiva; Acu=Estrategia acumulativa; Mul=estrategia multiplicativa.

Al comparar el desempeño del alumnado en función de las estrategias de generalización utilizadas en las primeras preguntas del cuestionario (pregunta 1 y 2), se observa una relación significativa entre el tipo de estrategia empleada y el estadio de comprensión alcanzado. De las respuestas en las que se identifica el uso de la estrategia recursiva en alguna de las preguntas iniciales, un 75 % corresponde al Estadio I, es decir, los estudiantes solo logran resolver con éxito las preguntas de generalización cercana. El 25 % restante alcanza los Estadios II o III, resolviendo satisfactoriamente también las preguntas de generalización lejana o del proceso inverso (Tabla 4). En contraste, entre las respuestas donde no se emplea estrategia recursiva, solo un 20 % se sitúa en Estadio I, y en todos estos casos los estudiantes no responden correctamente la primera pregunta, corresponden a estrategias no identificadas. El 80 % restante alcanza los Estadios II o III (Tabla 4).

Se han identificado patrones consistentes en los tres grupos: hay casos del mismo estudiante que cuando inicia la resolución con una estrategia no funcional, no logra avanzar con éxito a las preguntas más complejas (3 y 4). En cambio, cuando comienza con una estrategia funcional, completa con éxito las preguntas de generalización lejana y la formulación de la regla general. Estos resultados refuerzan que la estrategia inicial condiciona el desarrollo posterior, y que el uso temprano de estrategias funcionales favorece la progresión hacia estadios más avanzados.

Figura 2

Gráfico del éxito de las estrategias de generalización por pregunta



En la Figura 2 se representan mediante un gráfico de barras los porcentajes de éxito de cada estrategia en cada una de las preguntas. El color azul representa la estrategia recursiva, el color naranja representa la estrategia multiplicativa y por último, el color gris representa la estrategia acumulativa.

El análisis muestra que, todas las respuestas que emplearon estrategias de generalización recursiva o proporcional en las preguntas 3, 4 y 5 fueron incorrectas. En cambio, las estrategias de generalización funcionales presentaron un 100 % de éxito en las preguntas 3 y 4 y un porcentaje de éxito notable en la pregunta 5, 70 % para la estrategia funcional multiplicativa y un 40 % para la funcional acumulativa. En los datos analizados, solo mediante el uso de estrategias funcionales se logra acceder con éxito a los Estadios II y II. Aunque las estrategias recursivas pueden tener cierto grado de efectividad en las preguntas iniciales (1 y 2) no permiten progresar hacia los niveles más altos de comprensión. Además, los datos muestran que en las preguntas 1 y 2, las estrategias funcionales tienen un 100 % de éxito, lo que evidencia que pueden ser empleadas eficazmente desde los primeros momentos de la resolución. También llama la atención que el 75 % del alumnado que emplea estrategias recursivas en las preguntas iniciales no progresa más allá del Estadio I, mientras que el 80% del alumnado que no emplea estrategias recursivas inicialmente progresa hasta los Estadios II o III, lo que refuerza la idea que el tipo de estrategia inicial condiciona la evolución posterior en la

tarea. Se observa así que las estrategias utilizadas en la generalización cercana no se limitan a las recursivas, sino que también incluyen estrategias acumulativas y multiplicativas.

Un aporte relevante de este estudio, pese al tamaño reducido de la muestra, es la identificación del impacto que tiene la representación espacial de las figuras en el tipo de estrategia empleada. En particular, cuando el tipo de representación B (que enfatiza el carácter multiplicativo de la progresión) se presenta en primer lugar, el 42 % del alumnado recurre a estrategias funcionales. En cambio, cuando se inicia con el tipo de representación A (el habitual), solo un 12 % utiliza estrategias funcionales. Estos resultados sugieren que la representación con la que se inicia la tarea influye significativamente en el tipo de razonamiento desplegado por el alumnado, y el modelo habitual de representación puede ser menos eficaz para fomentar el uso de estrategias asociadas a un mayor éxito en la resolución de estas tareas de generalización.

CONSIDERACIONES FINALES

Este estudio confirma que una de las principales dificultades en el proceso de generalización es el paso del recuento explícito a la abstracción del patrón, en consonancia con investigaciones previas que apuntan a la falta de flexibilidad cognitiva como una barrera significativa (Demetriou, 2004; English y Warren 1998; Nilsson y Juter, 2011). Los resultados muestran que el uso de la estrategia recursiva en las primeras preguntas del cuestionario puede limitar el avance hacia los niveles más altos de generalización (Estadios II y III), posiblemente debido a la tendencia del alumnado a fijarse en una estrategia inicial y mostrar resistencia al cambio (Bednarz et al, 1996).

Investigaciones previas (Zapatera y Callejo, 2011; Zapatera y Callejo, 2014) señalaron que el alumnado de 9 y 10 años que tiene éxito suele comenzar con estrategias recursivas y luego pasar a estrategias funcionales, los resultados de este estudio complementan y matizan. En concreto, se observa que, en el alumnado de 11 y 12 años, el mayor porcentaje de éxito en las preguntas más complejas (4 y 5) se alcanza cuando no se emplea estrategia recursiva en ningún momento previo. Además, entre quienes sí comienzan con dicha estrategia, tres de cada cuatro no avanzan más allá de las preguntas 1 y 2, quedando anclados en el Estadio I de comprensión.

Estos resultados evidencian que la flexibilidad en el uso de las estrategias es clave para avanzar en los niveles de generalización. En este sentido, los resultados subrayan la necesidad de nuevas investigaciones que profundicen en cómo las representaciones espaciales y las formulaciones de las preguntas pueden influir en la estrategia adoptada por el alumnado, favoreciendo o dificultando la identificación de relaciones funcionales. El diseño de tareas que promuevan la transición hacia estrategia funcionales desde etapas tempranas puede ser una vía efectiva para mejorar el aprendizaje de patrones lineales.

Referencias

- Bednarz, N., Kieran, C., y Lee, L. (1996). *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching*. Springer Netherlands.
- Blanton, M., Stephens, A., Knuth, E., Gardiner, A., Isler, I. y Kim, J. (2015). The development of children's algebraic thinking: The impact of a comprehensive early algebra intervention in third grade. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(1), 39-87.
- Callejo, M. L. y Zapatera, A. (2014). Flexibilidad en la resolución de problemas de identificación de patrones lineales en estudiantes de educación secundaria. *BOLEMA*, 28(48), 64-88. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a04>
- Cohen, L., Manion, L. y Morrison, K. (2000). *Research methods in education*. Routledge.
- Demetriou, A. (2004). Mind intelligence and development: A cognitive, differential, and developmental theory of intelligence. En A. Demetriou y A. Raftopoulos (Eds.), *Developmental change: Theories, models and measurement* (pp. 21-73). Cambridge University Press.

- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la Educación Matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9(1), 143-168.
- El Mouhayar R. y Jurdak, J. (2015). Variation in strategy use across grade level by pattern generalization types. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 46(4), 553-569. <https://doi.org/10.1080/0020739x.2014.985272>
- English, L. D., y Warren, E. A. (1998). Introducing the variable through pattern exploration. *Mathematics Teacher*, 91(2), 166-170.
- García-Cruz, J. y Martínón, A. (1998). Levels of generalization in linear patterns. En A. Olivier y K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the 22nd conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)* (Vol. 2, pp. 329-336). PME.
- Krems, J. F. (1995). Cognitive flexibility and complex problem solving. En P. A. Frensch y J. Funke (Eds.), *Complex problem solving: The European perspective* (pp. 201-218). LEA.
- Lannin, J., Barker, D. y Townsend, B. (2006). Algebraic generalization strategies: Factors influencing student strategy selection. *Mathematics Education Research Journal*, 18(3), 3-28. <https://doi.org/10.1007/BF03217440>
- Morales, R. A., Cañadas, M. C., Brizuela, B. M. y Gómez, P. (2018). Relaciones funcionales y estrategias de alumnos de primero de Educación Primaria en un contexto funcional. *Enseñanza de las Ciencias*, 36(3), 59-78. <https://doi.org/10.57784/1992/32331>
- Nilsson, P. y Juter, K. (2011). Flexibility and coordination among acts of visualization and analysis in a pattern generalization activity. *Journal of Mathematical Behavior*, 30(3), 194-205. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.07.002>
- Radford, L. (2011). Embodiment, perception and symbols in the development of early algebraic thinking. En B. Ubuz (Ed.), *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 17-24). PME.
- Rico, L. (1997). Consideraciones sobre el currículo de matemáticas para educación secundaria. En L. Rico (Coord.), *La Educación Matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 15-38). Horsori.
- Rico, L., Castro, E. y Romero, I. (2000). *Sistemas de representación y aprendizajes de estructuras numéricas*. Universidad de Granada.
- Rivera, F. D. (2010). Second grade students' preinstructional competence in patterning activity. En M. F. Pinto y T. F. Kawasaki (Eds.), *Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 81-88). PME.
- Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalizing problems. *Educational Studies in Mathematics*, 20(2), 147-164.
- Warren, E. (2005). Young children's ability to generalize the pattern rule for growing patterns. En H. L. Chick y J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 305-312). PME.
- Zapatera, A. y Callejo, M. L. (2011). Nivel de éxito y flexibilidad en el uso de estrategias resolviendo problemas de generalización de pautas lineales. En M. Marín, G. Fernández, L. J. Blanco y M. Palarea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 351-360). SEIEM.
- Zapatera, A. (2015). *La competencia mirar con sentido de estudiantes para maestro (EPM) analizando el proceso de generalización en alumnos de Educación Primaria* [Tesis doctoral, Universidad de Alicante].

ⁱ Estudio realizado con fondos del Proyecto PID2023-149580NB-I00 (MICINN).