

# SIGNIFICADOS DE LA PROBABILIDAD A TRAVÉS DEL JUEGO: LA MIRADA DE ESTUDIANTES PARA MAESTRO/A

## Meanings of probability through play: A perspective from prospective teachers

Suárez-González, C.<sup>a</sup>, de la Fuente, A.<sup>b</sup>, Aguilar-González, Á.<sup>a</sup> y Rodríguez-Muñiz, L. J.<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Universidad de Oviedo, <sup>b</sup>Universidad Autónoma de Madrid

### Resumen

*Este estudio analiza a 54 futuros maestros de primaria (EPM) cuando identifican, definen y ejemplifican los diferentes significados de la probabilidad que aparecen durante una experiencia de juego de mesa. Los resultados muestran que, aunque el juego aborda los significados clásico e intuitivo, la mayoría también indicó los significados subjetivo y frecuencial. Aunque la mayoría de las definiciones dadas fueron correctas, tuvieron dificultades para proporcionar ejemplos concretos de los significados subjetivo y frecuencial. Esto resalta la necesidad de mejorar la formación inicial de los y las EPM tanto en conocimientos conceptuales como didácticos sobre significados de probabilidad.*

**Palabras clave:** formación inicial, juego, significados de probabilidad.

### Abstract

*This study analyses 54 prospective primary school teachers (PT) as they identify, define, and exemplify the different meanings of probability that emerge during a board game experience. The results show that, although the game addresses the classical and intuitive meanings, most participants also indicated the subjective and frequentist meanings. While most definitions provided were correct, they struggled to give concrete examples of the subjective and frequentist meanings. This highlights the need to improve the initial training of PT in both conceptual and didactic knowledge of probability meanings.*

**Keywords:** initial training, meanings of probability, play.

### INTRODUCCIÓN

En la era de la información, la alfabetización probabilística se ha convertido en una necesidad para tomar decisiones fundamentadas en datos. Dado que el azar, la aleatoriedad y la probabilidad son fenómenos ligados a contextos cotidianos, su adecuada enseñanza y comprensión es esencial para afrontar problemas con suficientes herramientas y visión crítica, así como desenvolverse en el mundo real (Gal, 2005). Reconocida esta importancia, la enseñanza de la probabilidad se ha ido introduciendo progresivamente en los currículos de las primeras etapas educativas (Alsina y Vásquez, 2016), apareciendo como contenido curricular en Primaria en el 2006, con la Ley Orgánica de Educación (LOE). Actualmente, con la Ley Orgánica de Educación (LOMLOE) se incluye en los saberes básicos la probabilidad como medida subjetiva de incertidumbre.

A pesar de la relevancia de la probabilidad, sigue representando un desafío para los y las estudiantes para maestro/a en Educación Primaria (EPM), que presentan dificultades con el razonamiento combinatorio que obstaculizan su trabajo con el significado clásico y la movilización tanto de su conocimiento disciplinar como pedagógico (p. ej., Alonso-Castaño et al., 2021). Batanero y Álvarez-Arroyo (2024) señalan que los EPM incurren en sesgos de representatividad, como la insensibilidad al tamaño muestral, y dificultades para percibir la independencia de sucesos. Esto podría generar ciertos desafíos en su enseñanza, como puede ser la elección y el manejo de distintas representaciones

de ideas matemáticas (Contreras et al., 2011). Para superar estos obstáculos, es fundamental fortalecer la formación inicial del profesorado tanto en aspectos conceptuales como didácticos (Alsina et al., 2020; Franco y Alsina, 2022), ya que la escasa preparación docente repercute negativamente en el alumnado.

En este contexto, presentamos una experiencia centrada en el uso de un juego de mesa diseñado específicamente para trabajar con la probabilidad, en el que los futuros docentes deben identificar los distintos significados de la probabilidad que intervienen. Comprender estos significados es fundamental para que puedan anticipar y abordar los obstáculos y dificultades del alumnado (Vásquez et al., 2020), por lo que la presente investigación pretende contribuir aportando evidencias sobre el desempeño de los y las EPM en una tarea que requiere conocer tanto las bases teóricas sobre los significados de probabilidad como su aplicación práctica en un contexto determinado. Este conocimiento contribuirá a que puedan seleccionar, diseñar y evaluar las actividades más adecuadas para su futura docencia (Alsina et al., 2020).

Nos planteamos los siguientes objetivos: (1) determinar qué significados de probabilidad son identificados por los y las EPM a partir del uso del juego de mesa, y (2) identificar si los y las EPM definen y ejemplifican correctamente los significados que han identificado en el contexto de juego.

## **MARCO TEÓRICO**

### **Significados de probabilidad y dificultades de los EPM**

Batanero et al. (2005) definieron cinco significados de la probabilidad. Dado que este estudio se ha realizado con EPM y el significado axiomático no es aplicable a la etapa de Educación Primaria, a continuación, se describen los cuatro significados de probabilidad que estos EPM deben manejar.

El significado intuitivo surge de manera espontánea, tiene un carácter cualitativo (Fischbein, 1975) y emplea términos como “seguro” o “probable”. Este significado está muy presente en los primeros cursos de primaria, donde aparecen intuiciones vinculadas al azar (Vásquez y Alsina, 2019). El significado frecuencial se basa en la Ley de los Grandes Números, que establece que la probabilidad de un suceso se aproxima a la frecuencia relativa obtenida al repetir muchas veces un experimento en condiciones similares (Alsina y Vásquez, 2016). Gómez et al. (2014) evidencian que los y las EPM presentan intuiciones iniciales pobres sobre experimentos aleatorios, y sesgos como la equiprobabilidad, la heurística de la representatividad y la imposibilidad de la predicción. En los últimos cursos de primaria comienza a consolidarse el significado clásico (Vásquez y Alsina, 2019), fundamentado en la regla de Laplace, que define la probabilidad como la razón entre el número de casos favorables y posibles. Este significado está estrechamente relacionado con el razonamiento proporcional (Hernández-Solís y Batanero, 2023). Estudios han constatado la dificultad de EPM para calcular probabilidades compuestas de sucesos dependientes (p. ej., Castillo-Mora et al., 2021).

El significado subjetivo se fundamenta en las creencias, experiencias y conocimientos previos del individuo para estimar la posibilidad de que ocurra un suceso (de Finetti, 1974). A medida que se obtiene nueva información sobre el experimento, esta puede incorporarse para modificar la probabilidad previamente asignada. Este significado es el más presente en la vida cotidiana, y enfatiza la naturaleza de las justificaciones utilizadas para respaldar la estimación dada. Sin embargo, tiene poca presencia en la enseñanza escolar (Rodríguez-Muñoz et al., 2022, 2023).

### **Relación del juego con el desarrollo de la probabilidad**

Desde sus inicios, la probabilidad ha estado vinculada a los juegos de azar. Batanero et al. (2005) describen la relación entre los significados clásico e intuitivo y el juego, remontándose a la correspondencia entre Pascal y Fermat en el siglo XVII. El contexto de los juegos de azar sirvió de base también para los trabajos posteriores de De Moivre y Laplace. Esta relación adquiere más relevancia si se considera que el juego es una actividad presente en la vida de los niños y las niñas

desde una edad temprana, mientras que su enseñanza en la escuela no recibe la misma atención (Malaspina y Malaspina, 2020). Para fomentar una alfabetización probabilística en la etapa escolar, es esencial adoptar enfoques que trasciendan lo meramente algorítmico y promuevan ambientes de aprendizaje significativos (Rodríguez-Alveal et al., 2022). En este sentido, los juegos de azar desempeñan un papel clave en la enseñanza de la probabilidad, ya que permiten que el alumnado comprenda la aleatoriedad y realice estimaciones probabilísticas incluso antes de recibir instrucción formal (Batanero et al., 2015). A través de la interacción con los juegos, el alumnado puede desarrollar estrategias, recibir retroalimentación y reformular sus errores, convirtiendo el aprendizaje en un proceso activo y significativo (de la Fuente y Garrido-Martos, 2023).

Además, Rodríguez-Alveal et al. (2022) destacan la importancia de investigar las competencias que adquieren los y las EPM cuando trabajan con la probabilidad en situaciones contextualizadas. Este hecho refuerza el valor del juego no solo como estrategia de aprendizaje, sino también como una herramienta para evaluar el conocimiento matemático y didáctico del profesorado. Malaspina y Malaspina (2020) subrayan que la invención y la modificación de juegos constituyen estrategias eficaces para explorar el azar en contextos reales, fomentando el debate, la experimentación y la construcción colectiva de argumentos. En esta línea, Rodríguez-Alveal y Koparan (2023) analizaron la interacción y argumentación de EPM al responder preguntas sobre juegos aleatorios, evidenciando una escasa interacción oral que limitaba el aprendizaje colaborativo y la argumentación probabilística. Finalmente, Dayal y Sharma (2020) encontraron que, en experiencias de juegos equitativos con simulaciones con dados, los y las EPM lograban acercarse a una explicación completa, aunque aún requerían mayor precisión y detalle en sus justificaciones.

## MÉTODO

Este trabajo se enmarca en una investigación de tipo estudio de caso, con carácter exploratorio y descriptivo (Cohen et al., 2017).

### Participantes y contexto

Los participantes de este estudio son 54 EPM de la asignatura Matemáticas y su Didáctica III del Grado en Maestro/a en Educación Primaria de la Universidad de Oviedo, seleccionados por criterio de accesibilidad. Esta es la tercera y última asignatura en el grado relacionada con las matemáticas y su didáctica y en ella se tratan contenidos de estadística, probabilidad y resolución de problemas. Este estudio se realizó después de haber impartido los dos primeros bloques. Los y las EPM dieron su consentimiento para la recogida y uso de los datos, que fueron tratados de forma anónima.

Los y las EPM participaron en el aula en una sesión de *¡Alerta Zorro!*, un juego de mesa cooperativo cuyo objetivo consiste en llenar cuatro cestas con moras negras y rojas. El desarrollo del juego se ve condicionado por la aparición de un zorro. Cuando el zorro entra en acción, el grupo decide de qué cesta va a coger una mora el zorro. Cabe destacar que el zorro es ciego: si coge una mora negra, el juego continúa porque son las que le gustan. En cambio, si saca una mora roja, la partida acaba inmediatamente. Se puede consultar más información sobre el juego en [este vídeo](#).

El juego de mesa se ha diseñado a partir de investigaciones previas sobre la toma de decisiones en contextos de urnas (Hernández-Solís y Batanero, 2023). Su mecánica busca acercar al jugador a la noción de probabilidad desde los significados intuitivo y clásico, dada su evidente relación con el pensamiento proporcional. Por otro lado, incorpora elementos como dados, cartas y ruletas, recursos frecuentemente utilizados en la enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad. No obstante, en este caso, dichos elementos no tienen como objetivo contribuir a la construcción conceptual de la probabilidad desde otros enfoques, sino que operan como factores de azar que introducen sorpresa en el desarrollo del juego.

## Instrumento y procedimiento de análisis

Tras haber jugado un par de partidas durante una sesión de la asignatura para familiarizarse con la dinámica, los y las EPM realizaron individualmente una tarea evaluable que entregaron a través del Campus Virtual y que sirvió como instrumento de recogida de información de este estudio. La tarea consistía en la identificación de los significados de probabilidad y los experimentos que aparecían en el juego, así como en analizar los sesgos en el razonamiento probabilístico del alumnado de primaria al jugar una partida de *¡Alerta Zorro!* En este estudio, nos centramos en la primera parte de la tarea, planteada a los y las EPM en los términos siguientes: *Identifica los significados de la probabilidad que aparecen durante la experiencia de juego de ¡Alerta Zorro! y pon ejemplos concretos.*

El análisis se llevó a cabo en dos fases, para dar respuesta a los dos objetivos propuestos. En primer lugar, se analizaron los significados que los y las EPM identificaron en la experiencia de juego. En este caso, aparecen los significados clásico e intuitivo, pero dado que el juego incorpora elementos como dados, cartas y ruletas, recursos frecuentemente utilizados en la enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad, era previsible que pudieran identificar erróneamente otros significados.

Por otro lado, para cada uno de los significados indicados por los y las EPM (adecuados o no) se analizaron las definiciones que ofrecieron, considerándolas correctas si coincidían con los significados descritos por Batanero et al. (2005). Aunque definir no era un requisito explícito de la tarea, se decidió incluir este análisis debido al elevado número de estudiantes que incorporaron definiciones en su tarea. En todos los casos, se evaluó también la adecuación de los ejemplos proporcionados, verificando si, con los elementos del juego, ilustraban correctamente el significado al que hacían referencia a pesar de que no apareciese explícitamente en la partida.

## RESULTADOS

Se analizaron las respuestas de los y las 54 EPM participantes. En cada respuesta se identificaron entre uno y cinco significados, por lo que se registraron 166 significados (Tabla 1). Algunos EPM no incluyeron ni definición ni ejemplo en sus respuestas, por lo que en la Tabla 1 se registran como NA. El significado más habitual fue el clásico, identificado correctamente por 49 EPM (90,7 %). El intuitivo fue identificado correctamente por 25 EPM (46,3 %). Hay que señalar que un número considerable de EPM también identificó otros significados que no estaban presentes en el juego: el subjetivo fue identificado por 45 EPM (83,3 %) y el frecuencial por 36 (66,7 %). Además, 11 EPM identificaron la probabilidad condicionada como un significado de probabilidad, a pesar de que esta no se trata propiamente de un significado.

**Tabla 1**

*Frecuencia de definiciones y ejemplos para cada significado identificados por el alumnado*

|              | Definición |                 |                   |           | Ejemplo         |                   |           |
|--------------|------------|-----------------|-------------------|-----------|-----------------|-------------------|-----------|
|              | <i>N</i>   | <i>Correcta</i> | <i>Incorrecta</i> | <i>NA</i> | <i>Adecuado</i> | <i>Inadecuado</i> | <i>NA</i> |
| Clásico      | 49         | 42              | 1                 | 6         | 48              | 1                 | 0         |
| Intuitivo    | 25         | 18              | 2                 | 5         | 18              | 7                 | 0         |
| Subjetivo    | 45         | 35              | 7                 | 3         | 0               | 44                | 1         |
| Frecuencial  | 36         | 18              | 17                | 1         | 10              | 25                | 1         |
| Condicionada | 11         | 8               | 0                 | 3         | 4               | 7                 | 0         |
| Total        | 166        | 121             | 27                | 18        | 80              | 84                | 2         |

En cuanto a las definiciones aportadas, el 81,7 % de ellas fueron correctas. El significado clásico es el que cuenta con mayor proporción de definiciones correctas, con un 85,7 % de los y las EPM. En cuanto al significado intuitivo, solo 18 definiciones fueron correctas. Los siguientes extractos muestran algunas definiciones correctas para cada uno de los significados:

EPM1 [Definición de sig. clásico] se basa en el cálculo teórico de eventos equiprobables (es decir, de eventos igualmente probables). Es el único caso en el que se puede hablar de probabilidad propiamente dicha y se calcula como la proporción entre los casos/sucesos favorables y los casos posibles (que son finitos ambos).

EPM2 [Definición de sig. intuitivo] expresa mi creencia de que ocurra un suceso, la confianza de que ocurra. Se reconoce porque se utiliza el lenguaje como imposible, probable... términos que se marcan en todo el lenguaje y que pueden ser cotidianos y polisémicos.

EPM3 [Definición de sig. subjetivo] entrando en juego la probabilidad como grado de creencia ya que asignamos el grado de probabilidad en función de la información y creencias que tengamos sobre el suceso.

EPM4 [Definición de sig. frecuencial] la estabilidad de la frecuencia relativa en largas series de ensayos, junto con el hecho de que haya fenómenos para los cuales los sucesos elementales no son equiprobables, hace que pueda estimarse el valor aproximado de la probabilidad de un suceso a partir de la frecuencia relativa obtenida en un número elevado de pruebas.

En cuanto a los ejemplos aportados, se observa que solo el 48,2 % fueron adecuados, lo que contrasta con el alto porcentaje de definiciones correctas. El significado con más ejemplos adecuados es el clásico, con un solo ejemplo inadecuado. Respecto al significado intuitivo, el 72 % de los ejemplos descritos fueron adecuados. A continuación, se muestran ejemplos adecuados aportados para estos dos significados, clásico e intuitivo:

EPM5 [Ejemplo adecuado de sig. clásico] al lanzar un dado para recolectar moras, cada resultado tiene una probabilidad igual de ocurrir ( $1/6$  para cada número en un dado estándar).

EPM6 [Ejemplo adecuado de sig. intuitivo] el momento en el que el zorro coge una mora de la caja, ya que esto depende de la cantidad que haya de cada color. Podríamos decir que la probabilidad de coger una mora roja es muy alta (si hay muchas más rojas que negras) o que es casi imposible (si hay muy pocas de este color.)

Sin embargo, se destaca que ninguno de los 45 EPM que identificaron el significado subjetivo aportó un ejemplo adecuado. Por último, solo el 27,8 % de los ejemplos proporcionados por los y las EPM que identificaron el significado frecuencial fueron adecuados. A continuación, se presentan varios ejemplos inadecuados de los significados subjetivo y frecuencial.

EPM7 [Ejemplo inadecuado de sig. subjetivo] esto puede observarse de nuevo a la hora de ofrecer una caja al zorro, cada jugador puede tener una creencia diferente sobre de qué caja es más probable que el zorro extraiga una mora negra.

EPM8 [Ejemplo inadecuado de sig. subjetivo] va a salir otra vez en la ruleta la caja blanca, porque siempre cae en esa zona.

EPM9 [Ejemplo inadecuado de sig. subjetivo] si se juegan varias rondas y el mismo jugador sacó dos veces la carta de zorro, es posible que un alumno piense “cuando vuelva a sacar una carta, saldrá otra vez la carta de Alerta Zorro”.

EPM10 [Ejemplo inadecuado de sig. frecuencial] se podría determinar empíricamente la posibilidad de ganar al final al medir cuántas veces se logra ganar y cuántas veces se pierde.

En el caso de EPM9, su ejemplo es inadecuado ya que en realidad está haciendo referencia a un sesgo, en concreto, a la falacia del jugador. Por otro lado, EPM10 comete el error de utilizar el significado frecuencial para estimar una probabilidad de ganar o perder cuando el experimento no se puede repetir bajo las mismas condiciones.

## DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

En este estudio se resalta la necesidad de que los y las EPM sean capaces de manejar un conocimiento tanto teórico como didáctico respecto a la probabilidad (Franco y Alsina, 2022). En relación con el objetivo (1), un elevado porcentaje de EPM identificó correctamente el significado clásico, siendo

menor el porcentaje que identificó el intuitivo. Dado el peso del significado clásico respecto a los demás a partir de los últimos cursos de Educación Primaria (Vásquez y Alsina, 2019), los y las EPM no han tenido dificultad al identificarlo. Un porcentaje significativo de EPM identificó también otros significados que no están presentes en el juego. Creemos que puede ser un indicio de una cláusula percibida por los y las EPM en el contrato didáctico de la asignatura (Brousseau, 1986): los y las EPM parecen intentar demostrar todo su conocimiento, incorporando todos los significados estudiados en clase y asumiendo que, cuanto más mencionen, más se reforzará su respuesta. Para comprender la elección de los significados propuestos por los y las EPM, se analizaron también los ejemplos que ofrecieron, llegando a la conclusión de que el uso de cartas y dados a lo largo del juego llevó a algunos estudiantes a vincular el juego con situaciones similares trabajadas previamente en clase con estos materiales. Esta asociación, sin embargo, provocó que identificaran erróneamente dichos elementos como representativos del significado frecuencial, sin considerar que su función en el juego era meramente introducir el azar.

En relación con el objetivo (2), la consigna de la tarea no pedía explícitamente que se definiese el significado. No obstante, la mayoría de los EPM (89,2 %) sintió la necesidad de definirlos para justificar el ejemplo aportado. Aunque el hecho de que los y las EPM no hayan incluido la definición, no significa que no dispongan de ella, ya que no se solicitaba explícitamente en la tarea. Los resultados muestran que para el 72,9 % de los y las EPM no supuso una dificultad definir los significados correctamente. Este dato refleja que manifiestan un buen conocimiento de las definiciones de los significados de probabilidad. No obstante, como señalan Dayal y Sharma (2020), aún es necesario reforzar este aspecto en la formación inicial de los y las EPM, ya que las definiciones ofrecidas, aunque son válidas, requieren mayor precisión y detalle en el lenguaje matemático. Cabe destacar que el significado menos identificado por los EPM fue el intuitivo, a pesar de que sí aparece en el juego. Esto indica la necesidad de reforzar la formación inicial en cuanto a este significado para que los y las EPM puedan abordarlo de manera correcta, ya que según (Vásquez y Alsina, 2019) este significado es, con diferencia, el más trabajado en los primeros cursos de Educación Primaria.

La facilidad que han tenido los y las EPM para definir los significados contrasta con las dificultades que han experimentado al plantear ejemplos en el contexto de juego, relacionados con el proceso de enseñanza. Estos resultados indican que es necesario fomentar situaciones de selección y manejo de representaciones de ideas matemáticas en la formación inicial (Contreras et al., 2011) lo que es clave para poder reconocer las barreras y desafíos que enfrenta el alumnado (Vásquez et al., 2020). La dificultad de proporcionar ejemplos para los significados subjetivo y frecuencial fue uno de los mayores retos para los EPM, en línea con lo señalado por Huerta (2020), quien advierte de los riesgos de limitar la experimentación o la simulación con materiales como dados, urnas, bolas o monedas debe abordarse con cuidado.

Los resultados muestran que ninguno de los y las EPM que identificó el significado subjetivo aportó un ejemplo adecuado. Además, en algunas respuestas se identificaron tomas de decisiones y estrategias interpretadas como ejemplos de probabilidad subjetiva. En otros casos (EPM8 y EPM9), se observa que los EPM incurren en sesgos de razonamiento, como la falsa propiedad compensatoria, asignándoles un significado subjetivo. Este hallazgo coincide con lo señalado por Batanero y Álvarez-Arroyo (2024), quienes destacan la presencia de sesgos en el razonamiento probabilístico de EPM. Dada la reciente incorporación al currículo del significado subjetivo, y en línea con lo señalado por Castilla-Mora et al. (2021), creemos que es fundamental que la formación inicial de maestros y maestras aborde este significado para reducir las dificultades que presentan los y las EPM al trabajar con él.

Por otro lado, algunos ejemplos inadecuados del significado frecuencial incluyen experimentos irrepetibles bajo las mismas condiciones (como EPM10). Además, ciertos ejemplos parecen alinearse más con el significado subjetivo, ya que permiten ajustar la estimación de probabilidad y toma de

decisión a partir de nueva información. Este hallazgo coincide con Batanero y Álvarez-Arroyo (2024), quienes encuentran que los y las EPM tienen dificultades con conceptos como muestreo, aleatoriedad y representatividad.

Finalmente, se considera que el diseño del juego facilita la exploración de la probabilidad en un contexto real sin necesidad de aritmetizar el contenido (de la Fuente y Garrido-Martos, 2023; Rodríguez-Alveal et al., 2022). Para que estas experiencias lleguen de manera efectiva a las aulas, es crucial que estos cambios se integren desde la formación inicial (Rodríguez-Alveal y Koparan, 2023), abordando tanto los aspectos conceptuales como didácticos (p. ej. Alsina et al., 2020). En concordancia con Malaspina y Malaspina (2020), este tipo de experiencias debe de considerarse también una herramienta para evaluar el conocimiento matemático y didáctico del profesorado, ya que su objetivo final es promover la reflexión de los docentes sobre estas tareas y su integración en la práctica educativa.

### Agradecimientos

Esta investigación ha sido parcialmente financiada por el Ministerio de Educación, Formación Profesional y Deportes a través de la Ayuda para la Formación de Profesorado Universitario (FPU) con número FPU23/03267. También ha sido financiada por el proyecto GRUPIN-IDE/2024/000713 de la Agencia de Ciencia, Competitividad e Innovación Empresarial Asturiana SEKUENS. Carmela Suárez-González, Álvaro Aguilar-González y Luis J. Rodríguez-Muñiz pertenecen a la Red MTSK (<https://redmtsk.net/>).

### Referencias

- Alonso-Castaño, M., Alonso, P., Mellone, M. y Rodríguez-Muñiz, L. J. (2021). What mathematical knowledge do prospective teachers reveal when creating and solving a probability problem? *Mathematics*, 9(24), 3300. <https://doi.org/10.3390/math9243300A>
- Alsina, Á., Muñoz-Rodríguez, L., Rodríguez-Muñiz, L. J. y Vázquez, C. (2020). ¿Cómo promover la alfabetización estadística y probabilística en contexto? Estrategias y recursos a partir de la COVID-19 para Educación Primaria. *Épsilon*, 104, 99-128.
- Alsina, Á. y Vázquez, C. (2016). De la competencia matemática a la alfabetización probabilística en el aula: elementos para su caracterización y desarrollo. *UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 48, 41-58.
- Batanero, C. y Álvarez-Arroyo, R. (2024). Teaching and learning of probability. *ZDM–Mathematics Education*, 56(1), 5-17. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01511-5>
- Batanero, C., Gómez, E., Contreras, J. M. y Díaz, C. (2015). Conocimiento matemático de profesores de primaria en formación para la enseñanza de la probabilidad: un estudio exploratorio. *Práxis Educativa*, 10(1), 11-34. <https://doi.org/10.5212/PraxEduc.v.10i1.0001>
- Batanero, C. y Hernández-Solís, L. A. (2023). Un estudio comparado del razonamiento proporcional de estudiantado costarricense y español en tareas de comparación de razones. *Uniciencia*, 37(1), 1-20. <https://doi.org/10.15359/ru.37-1.21>
- Batanero, C., Henry, M. y Parzysz, B. (2005). The nature of chance and probability. En G. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 15-37). Springer.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33-115.
- Castilla-Mora, L., Rifo, L. y Climent, N. (2021). Conocimiento de futuros profesores sobre incertidumbre. En Diago, P. D., Yáñez D. F., González-Astudillo, M. T. y Carrillo, D. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 189 – 196). SEIEM.
- Cohen, L., Manion, L. y Morrison, K. (2017). *Research Methods in Education* (8.<sup>a</sup> ed.). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315456539>

- Contreras, J. M., Batanero, C., Díaz, C. y Fernandes, J. A. (2011). Prospective teachers' common and specialized knowledge in a probability task. *Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 7)*.
- Dayal, H. C. y Sharma, S. (2020). Investigating probability concepts of secondary pre-service teachers in a game context. *Australian Journal of Teacher Education*, 45(5). <https://doi.org/10.14221/ajte.2020v45n5.6>
- De la Fuente, A. y Garrido-Martos, R. (2023). Aprendizaje basado en juegos. En L. Cañadas y N. Hidalgo (Eds.), *Materiales docentes para el empleo de metodologías y procesos de evaluación formativa en la formación inicial de profesorado* (pp. 101-118). Dykinson. <https://doi.org/10.14679/2310>
- De Finetti, B. (1974). *Theory of probability. A critical introductory treatment*. John Wiley.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. D. Reidel Publishing Company.
- Franco, J. y Alsina, Á. (2022). El conocimiento del profesorado de Educación Primaria para enseñar estadística y probabilidad: una revisión sistemática. *Aula Abierta*, 51(1), 7-16. <https://doi.org/10.17811/rifie.51.1.2022>
- Gal, I. (2005). Towards “probability literacy” for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. En G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school* (pp. 39-63). Springer. [https://doi.org/10.1007/0-387-24530-8\\_3](https://doi.org/10.1007/0-387-24530-8_3)
- Gómez, E., Batanero, C. y Contreras, C. (2014). Conocimiento matemático de futuros profesores para la enseñanza de la probabilidad desde el enfoque frecuencial. *Bolema*, 28(48), 209-229. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a11>
- Hernández-Solís, L. A. y Batanero, C. (2023). Un estudio comparado del razonamiento proporcional de estudiantado costarricense y español en tareas de comparación de razones. *Uniciencia*, 37(1), 1-20. <https://doi.org/10.15359/ru.37-1.21>
- Huerta, M. P. (2020). Hipótesis y conjeturas en el desarrollo del pensamiento estocástico: retos para su enseñanza y en la formación de profesores. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 23(1), 7-28. <https://doi.org/10.12802/relime.20.2313>
- Malaspina, M. y Malaspina, U. (2020). Game invention as means to stimulate probabilistic thinking. *Statistics Education Research Journal*, 19(1), 57-72. <https://doi.org/10.52041/serj.v19i1.119>
- Rodríguez-Alveal, F., Díaz-Levicoy, D. y Aguerrea, M. (2022). Alfabetización y pensamiento probabilístico en docentes de matemática, en formación inicial y en activo. *Uniciencia*, 36(1), 347-368. <https://doi.org/10.15359/ru.36-1.22>
- Rodríguez-Alveal, F. y Koparan, T. (2023). Pensamiento probabilístico en profesores en formación matemática: Un acercamiento desde juegos aleatorios. *Revista Fuentes*, 25(3), 293-304. <https://doi.org/10.12795/revistafuentes.2023.22921>
- Rodríguez-Muñiz, L. J., Rodríguez-Suárez, L. y Muñiz-Rodríguez, L. (2022). Subjective probability in use: reasoning about a chess game. *Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12)*.
- Rodríguez-Muñiz, L. J., Suárez, C. y Muñiz-Rodríguez, L. (2023). Two situations to deal with the subjective meaning of probability in the elementary school: students' productions and teachers' knowledge. *Thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13)*.
- Vásquez, C. y Alsina, Á. (2019). Observing mathematics teaching practices to promote professional development: An analysis of approaches to probability. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 14(3), 719-733. <https://doi.org/10.29333/iejme/5866>
- Vásquez, C., Rodríguez-Muñiz, L. J., Muñiz-Rodríguez, L. y Alsina, Á. (2020). ¿Cómo promover la alfabetización probabilística en contexto? Estrategias y recursos a partir de la COVID-19 para la Educación Secundaria. *Números*, 104, 239-260.