

FORMULACIÓN DE RELACIONES DE RECURRENCIA UTILIZADAS POR ESTUDIANTES DE INGENIERÍA PARA LA IDENTIFICACIÓN DE PATRONES

Formulation of recurrence relations used by engineering students for pattern identification

Trigueros-Rodríguez, E.^a y Montejo-Gámez, J.^b

^aUniversidad Nacional de Costa Rica, ^bUniversidad de Granada

Resumen

Esta investigación explora las características de las estrategias que surgen para expresar relaciones de recurrencia generales. Para ello, se propuso a 49 estudiantes de ingeniería de sistemas la tarea de identificar un patrón de orden cuadrático. El análisis de sus producciones escritas reveló el predominio de estrategias basadas en la obtención y análisis, en ocasiones reiterado, de las diferencias entre los términos de la secuencia numérica asociada al patrón. Estas también fueron las estrategias más frecuentes entre las que identificaron correctamente la relación recursiva dentro del patrón. Se constató también que estas estrategias de éxito son las que se fundamentan en múltiples representaciones (principalmente numéricas y pictóricas). El interés de la actividad de generalización recursiva en la formación de ingenieros y la necesidad de reforzar el lenguaje algebraico en el contexto del estudio son implicaciones de interés derivadas del estudio.

Palabras clave: generalización, formación de ingenieros, pensamiento algebraico, recursividad.

Abstract

This research explores the characteristics of the strategies that emerge to express general recurrence relations. For this purpose, 49 systems engineering students were given the task of identifying a quadratic order pattern. The analysis of their written productions revealed the predominance of strategies based on obtaining and analyzing, sometimes repeatedly, the differences between the terms of the numerical sequence associated with the pattern. These were also the most frequent strategies among those who correctly identified the recursive relations within the pattern. It was also found that these successful strategies are those based on multiple representations (mainly numerical and pictorial). The interest of the recursive generalization activity in engineering education and the need to reinforce the algebraic language in the context of the study are implications of interest derived from the study.

Keywords: algebraic thinking, engineering education, generalization, recursion.

INTRODUCCIÓN, MARCO TEÓRICO Y PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN

El estudio de la recursividad se presenta como una actividad fundamental en computación, pues permite resolver problemas dividiéndolos en versiones más simples de sí mismos (Johnsonbaugh, 2005). Uno de los primeros algoritmos desarrollados y que se abordan en los cursos iniciales de ingeniería en sistemas es el algoritmo de Euclides que, a pesar de que fue diseñado alrededor de 300 años a.C., se fundamenta en un proceso recursivo. Además, según Vílchez (2015), la recursividad se utiliza en muchas áreas relacionadas como son el diseño de algoritmos, la teoría de grafos y árboles, la creación de bases de datos y la teoría de autómatas, entre otros. La enseñanza de estrategias de detección y formulación de procesos recursivos es, por tanto, de interés en la formación de ingenieros.

La recursividad se concibe tomando como base un objeto que es definido a partir del mismo objeto (Rosen, 2019). Las sucesiones numéricas son ejemplo de objetos que se pueden definir de forma

recursiva, en los casos en los que la obtención de alguno de sus términos implica recurrir a uno o varios términos anteriores (Murillo-Tsijli, 2018). En estos casos, las definiciones autorreferentes pueden expresarse utilizando relaciones de recurrencia (RR). Johnsonbaugh (2005) define una RR para una sucesión como una fórmula que relaciona un término $a(n)$ con ciertos predecesores desde el $a(0)$ hasta $a(n-1)$. En estos casos, las condiciones iniciales de la sucesión (sus primeros términos) son un número finito de términos que se dan en forma explícita. Las RR se pueden clasificar según este número finito k , al que se denomina *orden* de la relación recursiva. La literatura también hace una distinción entre aquellas recursiones que mantienen una relación lineal y homogénea o no. Una RR lineal es homogénea si se puede escribir de la forma $c_0 \cdot a(n) + c_1 \cdot a(n-1) + \dots + c_n \cdot a(0) = 0$, mientras que la relación será no homogénea si escribe de la forma $c_0 \cdot a(n) + c_1 \cdot a(n-1) + \dots + c_n \cdot a(0) = f(n)$, donde los valores c_i corresponden a constantes y $f(n)$ a una función no trivial (Murillo-Tsijli, 2018; Vélchez, 2015). Como se puede observar, la expresión de las RR está relacionada con representaciones propias del álgebra escolar. Así, una sucesión se puede expresar en forma de secuencia numérica/tabla, mediante la RR que la define o a través de la fórmula explícita, representaciones que son relevantes para su aplicación conveniente en ingeniería.

La naturaleza de las habilidades involucradas en la detección y formulación de las RR puede enfocarse desde diversos puntos de vista teóricos. En ese sentido, se puede considerar que estas actividades contribuyen al desarrollo del pensamiento computacional. Aunque aún no hay consenso sobre una definición de pensamiento computacional, Wing (2006) indica que este involucra acciones como la resolución de problemas y el diseño de sistemas. Por su parte, Santaengracia et al. (2024) destacan que el pensamiento computacional engloba destrezas de pensamiento algorítmico, descomposición, abstracción, evaluación y generalización. Palop et al. (2025), a su vez, establecen que el pensamiento computacional se compone de tres pilares: problemas, datos y algoritmos que son mediados por la abstracción y reconocimiento de patrones. Por otra parte, la recursividad también está relacionada con la generalización de patrones y la comparación de estructuras desconocidas con otras familiares para el estudiante, que son aspectos propios del pensamiento estructural (Harel y Soto, 2017).

En esta investigación, sin embargo, se toma el pensamiento algebraico (p.e., Blanton et al., 2018; Burgos et al., 2024; Kaput, 2008) como marco de referencia para investigar situaciones recursivas, principalmente por dos razones. La primera es que las RR se pueden expresar utilizando representaciones simbólicas usuales en álgebra, como se señaló previamente. La segunda razón es la conexión existente entre la identificación de las RR y la generalización, que es un proceso fundamental en el aprendizaje del álgebra (Radford, 2006; Stener, 2023). Existe, de hecho, literatura de investigación sobre pensamiento algebraico que documenta el uso de las RR en tareas de identificación de patrones. Se presentan a continuación algunos para motivar el presente estudio.

Recursividad en el marco del pensamiento algebraico

Si bien la mayoría de investigaciones sobre pensamiento algebraico están planteadas para alumnado o profesorado de primaria o secundaria (Narvaez et al, 2025; Sibgatullin et al., 2022), los fundamentos del pensamiento algebraico se plantean de forma general y son aplicables a cualquier nivel educativo. Según Kaput (2008), el pensamiento algebraico se caracteriza principalmente a través de la generalización y cómo ésta se hace evidente por medio de representaciones formalizadas, así como del razonamiento y la manipulación de expresiones simbólicas. Para Radford (2006) la generalización de un modelo algebraico se basa en la capacidad de captar las regularidades observadas en los elementos de una secuencia.

La investigación educativa sobre pensamiento algebraico apoya la idea de que los patrones constituyen un elemento pertinente para el desarrollo de la capacidad de generalización (Kaput, 2008; Kieran, 2022). Algunos estudios abordan lo que llamaremos estrategias *recursivas* en tareas de patrones, es decir, aquellas en las que los estudiantes encuentran términos “ceranos” a partir de uno

o varios elementos anteriores del patrón. En estos trabajos, se suele observar que las estrategias recursivas representan niveles bajos de generalización (Pinto y Cañadas, 2021; Stephens et al., 2017; Sterner, 2024), debido a que los patrones objeto de estudio suelen ser sencillos (funciones afines) y las fórmulas explícitas son accesibles a los participantes, por lo que son estas fórmulas las que constituyen el objeto de la generalización. En la formación de ingenieros, sin embargo, el tipo de patrones objeto de estudio presenta mayor complejidad, por lo que se pretende que los estudiantes puedan encontrar cualquier término en función de elementos anteriores y esto los lleve a encontrar una estructura recursiva general que pueda o no ser expresada por una fórmula explícita. Por ejemplo, en la sucesión de Fibonacci (0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...), la relación de recurrencia $F(n)=F(n-1)+F(n-2)$ es una generalización de la sucesión de carácter más intuitivo que la correspondiente fórmula explícita. Este estudio parte del interés de explorar patrones en los que se da esta situación.

Pregunta de investigación y objetivos específicos

Se han recogido investigaciones que documentan el empleo de estrategias recursivas en la identificación de patrones. Muchos de ellos prestan mayoritariamente atención a patrones numéricos cuya fórmula explícita es afín (de tipo $f(n)=An+B$), por lo que las estrategias recursivas suelen implicar un nivel de generalización bajo. Sin embargo, en la formación de ingenieros aparecen patrones en los que la identificación de las RR generales (análogas a la relación de Fibonacci $F(n)$ expresada previamente) es fundamental para entender el patrón analizado. Esto motiva la pregunta de investigación de este estudio: *¿Cómo abordan los estudiantes de ingeniería la identificación de relaciones de recurrencia en una tarea de patrones y cómo se caracterizan las estrategias exitosas?*

Para responder a esta pregunta de investigación se proponen dos objetivos específicos:

- O1. Clasificar las estrategias que sigue el estudiantado universitario de segundo nivel de ingeniería en sistemas para identificar relaciones de recurrencia generales en un patrón cuadrático.
- O2. Identificar las características de las estrategias que permiten identificar la recurrencia general.

MÉTODO

El presente estudio es parte de una investigación más amplia enfocada a evaluar las estrategias que emplean los estudiantes de ingeniería para expresar RR generales en función del tipo de patrón y la representación en la que este se muestra al estudiantado.

Tipo de estudio y participantes

En este caso, para responder a la pregunta de investigación planteada se desarrolló un estudio exploratorio y descriptivo basado en datos cualitativos. Los participantes fueron un conjunto de 49 estudiantes de segundo nivel de ingeniería en sistemas de una universidad costarricense, y que han recibido formación específica sobre recursividad en el marco de la asignatura “Estructuras Discretas para Informática”, que estaban cursando en el momento de la recogida de datos. Concretamente, estos participantes habían trabajado las representaciones simbólicas de secuencia numérica, sucesiones escritas a partir de la notación de suma/serie, fórmula explícita y fórmula recursiva. Abordaron estrategias específicas de cambio entre representaciones, como utilizar las propiedades de la notación de suma, analizar posibles relaciones recursivas que se encuentran en patrones a partir de diferencias o productos, encontrar una fórmula explícita a partir de una RR lineal homogénea de orden 2 o mayor (Vilchez, 2015), y aplicaciones de estos contenidos en un lenguaje de programación como Python.

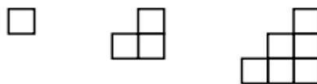
Recogida y análisis de datos

La Figura 1 muestra la tarea propuesta a los estudiantes, que consiste en identificar el número de palillos necesarios para construir la n -ésima figura de una secuencia mostrada de forma pictórica.

Figura 1

Tarea analizada en el estudio

Considere la siguiente figura:



Si las figuras se forman con palillos. ¿Cuántos palillos tiene la figura n ?

Esta secuencia ilustra que la n -ésima figura se obtiene añadiendo n cuadrados a la figura anterior, dando lugar a una relación recursiva no homogénea de orden 1 que se puede expresar usando la fórmula $a(n) = a(n-1) + 2(n+1)$, siendo $a(n)$ la cantidad de palillos necesaria para construir la n -ésima figura, y donde $a(1) = 4$. Esta relación se puede expresar de forma explícita contabilizando los palillos externos y añadiendo los palillos “interiores”, cuya cantidad coincide con la suma $1+\dots+n-1$. La identificación de la fórmula explícita para esta suma no resulta evidente para el estudiantado del estudio, por lo que la obtención de la fórmula explícita $a(n) = n^2+3n$ se considera una tarea desafiante. El método para llegar a esta fórmula a partir de la RR no se había trabajado antes de la recogida de datos, lo que apoya la pertinencia de la tarea para explorar el empleo de estrategias recursivas.

Los participantes del estudio abordaron la tarea individualmente durante 30 minutos sin indicaciones adicionales ni posibilidad de interacciones entre compañeros, lo que dio lugar a 49 producciones escritas. El análisis de estos datos se organizó en torno a la identificación de cuatro unidades de análisis: (i) las categorías de representaciones en las que los estudiantes expresaron sus ideas (pictórica, verbal, numérica, tabla, fórmula recursiva y fórmula explícita), (ii) las estrategias utilizadas para abordar los problemas, de carácter emergente, y (iii) las RR identificadas y (iv) los errores y dificultades encontrados, también de carácter emergente. De esta manera, en una primera fase del análisis los investigadores recopilaban la información relacionada con las cuatro unidades a lo largo de todas las producciones recogidas. A continuación, para alcanzar el objetivo O1, se etiquetaron como estrategias no recursivas aquellas en las que no se encontró evidencia de cálculo de un término a partir de los anteriores. Entre las demás, etiquetadas como recursivas, se identificaron las RR subyacentes, lo que permitió consensuar las categorías de estrategias encontradas. Finalmente, para lograr O2, se tomaron las producciones *exitosas*, que son las que identificaron las relaciones de recurrencia $a(n)=a(n-1)+2(n+1)$ o $a(n)=a(n-1)+(a(n-1)-a(n-2))+2$, y se describieron las representaciones, las estrategias y los errores y dificultades característicos de estas producciones.

RESULTADOS

La exposición de los resultados obtenidos se articula en torno a los objetivos de esta investigación.

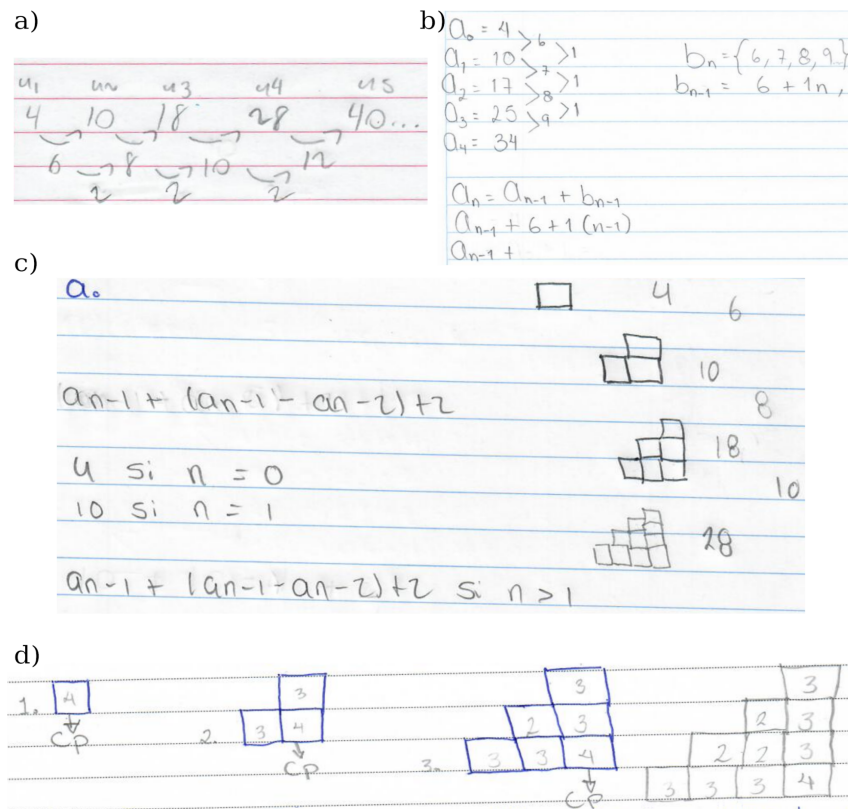
Estrategias para la identificación de la relación de recurrencia general

El análisis de los datos mostró que 6 de las producciones escritas no abordaron la tarea y contenían estrategias no identificables. Entre las restantes se encontraron dos grandes grupos de producciones. El primero, conformado por 38 de ellas, utilizaron estrategias basadas en el cálculo de $a(n)$ a partir de $a(n-1)$ y eventualmente de $a(n-2)$. Se encontraron así 40 estrategias recursivas (dos producciones ofrecieron dos estrategias recursivas diferentes), que se distribuyeron en cuatro categorías. En primer lugar, se encontró la categoría de estrategias basadas en el *Análisis de las Diferencias* entre términos del patrón, registradas 26 veces. Estas estrategias escriben la secuencia numérica para $a(n)$ y calculan la secuencia de las diferencias entre términos de diferentes maneras: (i) obteniendo solo estas diferencias, (ii) encontrando también las diferencias entre diferencias de términos, que en este caso es una secuencia constante e igual a 2 (Figura 2a), (iii) renombrando expresamente $a(n+1)-a(n)$ como

una nueva sucesión $b(n)$ y buscando una fórmula explícita para $b(n)$ (Figura 2b), o (iv) reformulando esta diferencia en forma de relación recursiva de orden 2 (Figura 2c).

Figura 2

Ejemplos de estrategias recursivas basadas en el Análisis de las Diferencias entre términos del patrón (a, b y c) y de una estrategia de Conteo no recursivo (d).



La segunda categoría de estrategias recursivas que se ha registrado se ha denominado *Ajuste de la Cantidad de Palillos*. Estas, relacionadas con las de Análisis de las Diferencias, parten de una representación pictórica y buscan identificar el número de palillos que deben añadirse a una figura para obtener la cantidad de palillos que conforman la siguiente. La tercera categoría contiene estrategias de *Unión de Figuras*, en las que se observa que dos figuras consecutivas unidas forman un cuadrado o se busca añadir cuadrados a una para llegar a la siguiente. La última categoría considerada engloba estrategias de *Conteo Recursivo*, que se enfocan en describir características de las figuras del enunciado de la tarea sin dejar evidencia de reflexión sobre el caso general, calcular algunos casos sencillos y enunciar verbalmente la relación general entre un término y los anteriores, o ajustar una fórmula para la RR a partir de los primeros términos.

Por otra parte, el segundo gran grupo de estrategias observadas son aquellas en las que no se han identificado las RR. Estas, encontradas en 5 producciones, se categorizaron como de *Conteo no Recursivo*, y se fundamentan en el conteo de los palillos en las primeras figuras de la secuencia (Figura 2d), o la obtención de una fórmula general para el número de palillos en función de la posición de la figura en la secuencia.

Caracterización de las producciones exitosas

La Tabla 1 muestra las características de las 20 producciones que identificaron correctamente la RR general en la tarea propuesta. En ella se observa que las representaciones pictóricas y el cálculo de los primeros términos de la secuencia numérica de las cantidades de palillos fueron las más relevantes a la hora de identificar la RR. De forma adicional, se encontró que 16 participantes recurrieron a

múltiples representaciones, lo que indica que la diversidad en las estrategias es un factor relevante en el éxito. Otra característica destacable de las producciones exitosas es que solo 11 de las 20 emplearon representaciones puramente algebraicas (fórmulas recursivas o explícitas). Este dato, junto con la incidencia de errores y dificultades relacionados con la escritura algebraica y el formalismo, reflejan que los estudiantes fueron más solventes para alcanzar la generalización recursiva que para escribirla algebraicamente.

Tabla 1

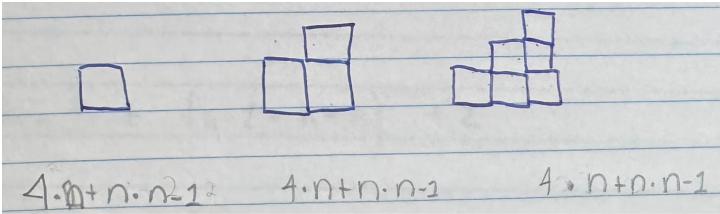
<i>Representaciones, estrategias y errores observados en las producciones escritas exitosas</i>					
Representaciones	Pictórica	Numérica	Tabla	Recursiva	Explícita
	13	12	4	9	2
Estrategias	Análisis de Diferencias			Ajuste de Palillos	
	18			2	
Errores	Generalización Imprecisa	Escritura Algebraica	Errores de Formalismo	Errores de Cálculo	No hay Generalización
	3	9	3	2	1

Nota: en las Representaciones y Errores hay estudiantes que se clasificaron en más de una categoría.

Finalmente, en relación con las estrategias, se ha visto que las estrategias de Análisis de las Diferencias fueron utilizadas en 18 casos, mientras que la de Ajuste de la cantidad de palillos apareció en 2 casos. Este predominio de estrategias, basadas en la diferencia de palillos necesarios para conformar figuras consecutivas, puede estar relacionado con la tendencia de los estudiantes a iniciar la exploración utilizando operaciones de suma y resta y con los procedimientos heurísticos de análisis recursivos trabajados en la asignatura.

Figura 3

Ejemplo de estrategia de Conteo no Recursivo. Esta producción escrita no contenía información adicional



Debe señalarse, a modo de conclusión de este apartado, el registro de una producción escrita que identificó la fórmula explícita para la RR partiendo directamente de las figuras del enunciado (Figura 3). Esta producción no fue codificada como exitosa, ya que no identifica la RR general, pero se incluye en este apartado ya que supone una actividad de generalización que supera la expectativa del estudio.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIÓN

La presente investigación documenta las estrategias útiles para obtener RR en un patrón cuadrático. Los hallazgos del estudio ilustran la capacidad de los estudiantes de ingeniería para extraer RR generales en la resolución de tareas de patrones complejas y la pertinencia del fomento de la actividad de generalización recursiva en la formación de ingenieros, lo que constituye la mayor contribución del trabajo.

El estudio ha revelado que el análisis de las diferencias de los términos de una sucesión fue la estrategia más empleada por los ingenieros en formación, especialmente dentro de las producciones que identificaron con éxito la relación general de recurrencia. Este resultado es consistente con los hallazgos obtenidos por Pinto y Cañadas (2021), Stephens et al. (2017) y Sterner (2024), que indican que la identificación de relaciones recursivas partiendo de sumas y restas es uno de los primeros procesos en la búsqueda de generalización. Sin embargo, con el estudio quedó evidenciado que el

proceso de escribir una relación recursiva general puede implicar alto nivel abstracción y niveles de pensamiento algebraico, que puede depender del patrón planteado (dependencia de la posición y las RR involucradas en él) y de la representación de partida. Esto da pie a dos posibles líneas de trabajo futuros, basadas en el estudio de las características de las tareas más apropiadas para explorar las habilidades de generalización de las RR, así como sobre las bondades que tiene la heurística del análisis de las diferencias en este sentido.

Las estrategias exitosas también se caracterizaron por el uso autónomo de múltiples representaciones por parte del resolutor de la tarea, de forma coherente con los resultados de Pinto et al. (2022). Debe señalarse, la alta incidencia de dificultades relacionadas con la formulación algebraica de las RR, incluso en las estrategias de éxito. Estos resultados pueden estar originados por una insuficiente formación algebraica durante la formación secundaria, que podría deberse a una brecha existente entre el currículo y las prácticas efectivas de enseñanza de las matemáticas en Costa Rica, situación coherente con los últimos resultados de evaluaciones diagnósticas (p. e., OCDE, 2023). Se plantea en este escenario la necesidad de trabajar específicamente el lenguaje algebraico para fomentar la formulación de las RR generales en la formación de ingenieros.

Finalmente, a modo de conclusión, deben señalarse las limitaciones del estudio planteado. En primer lugar, el eventual sesgo causado por el contexto educativo de la propuesta, que ha podido originar la alta incidencia de estrategias de análisis de las diferencias y la baja frecuencia de uso de fórmulas recursivas. Esta situación pone de manifiesto la necesidad de contrastar los resultados en contextos en los que no se haya trabajado expresamente este tipo de estrategias. También sería de interés evaluar en qué medida las limitaciones con relación a la escritura formal de fórmulas recursivas que se desprenden del estudio han determinado los resultados observados. Otra limitación del estudio está relacionada con la tarea utilizada, que se seleccionó con la intención de fomentar la búsqueda de las RR generales ante la imposibilidad esperada de que los participantes buscaran directamente la fórmula explícita. Esta expectativa se cumplió en casi todos los casos, pero pudo condicionar los resultados obtenidos, lo que plantea la necesidad de encontrar tareas específicas para evaluar y trabajar la generalización recursiva. Esta puede ser otra posible línea de trabajo que se reserva para investigaciones futuras.

Referencias

- Blanton, M., Brizuela, B. M., Stephens, A., Knuth, E., Isler, I., Gardiner, A. M., Stroud, R., Fonger, N. L. y Stylianou, D. (2018). Implementing a framework for early algebra. En C. Kieran (Ed.), *Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds. ICME-13* (Monograph) (pp. 27-49). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68351-5_2
- Burgos, M., Tizón-Escamilla, N. y Godino, J. D. (2024). Expanded model for elementary algebraic reasoning levels. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 20(7), em2475. <https://doi.org/10.29333/ejmste/14753>
- Harel, G. y Soto, O. (2017). Structural Reasoning. *International Journal Research in Undergraduate Mathematics Education* 3, 225-242. <https://doi.org/10.1007/s40753-016-0041-2>
- Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? En J. J. Kaput, D. W. Carraher y M. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp 5-17). Lawrence Erlbaum/Taylor & Francis Group. National Council of Teachers of Mathematics.
- Kieran, C. (2022). The multi-dimensionality of early algebraic thinking: background, overarching dimensions, and new directions. *ZDM Mathematics Education* 54, 1131–1150. <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01435-6>
- Johnsonbaugh, R. (2005). *Discrete Mathematics*. Pearson Education.
- Murillo-Tsijli, M. (2018). *Introducción a la matemática discreta. 5º edición*. Editorial Tecnológica de Costa Rica.

- Narváez, R., Adamuz-Povedano, N. y Cañadas, M. C. (2025). Análisis bibliométrico sobre pensamiento algebraico en educación infantil y primaria en Scopus. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 27, 43-65. <https://doi.org/10.35763/aiem27.5825>
- OECD (2023). PISA 2022 Assessment and Analytical Framework, PISA, OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/dfe0bf9c-en>
- Palop, B., Díaz, I., Rodríguez-Muñiz, L. J. y Santaengracia, J. J. (2025). Redefining computational thinking: A holistic framework and its implications for K-12 education. *Education and Information Technologies*. <https://doi.org/10.1007/s10639-024-13297-4>
- Pinto, E. y Cañadas, M. C. (2021). Generalizations of third and fifth graders within a functional approach to early algebra. *Mathematical Education Research Journal*, 33, 113-134. <https://doi.org/10.1007/s13394-019-00300-2>
- Pinto, E., Cañadas, M. C. y Moreno, A. (2022). Functional relationships evidenced and representations used by third graders within a functional approach to early algebra. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 20, 1183–1202. <https://doi.org/10.1007/s10763-021-10183-0>
- Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective. En S. Alatorre, J. L. Cortina, M. Sáiz y A. Méndez (Eds.), *Proceedings of the 28th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 2-21). Universidad Pedagógica Nacional.
- Rosen, K. H. (2019). *Discrete mathematics and its applications* (8th ed.). McGraw-Hill Education.
- Santaengracia, J. J., Aguilar-González, A., Palop, B. y Rodríguez-Muñiz, L. J. (2024). Conocimiento especializado de estudiantes para maestro/a en una tarea sobre pensamiento computacional. En N. Adamuz-Povedano, E. Fernández-Ahumada, N. Climent y C. Jiménez-Gestal (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVII* (pp. 489-496). SEIEM.
- Sibgatullin, I. R., Korzhuev, A. V., Khairullina, E. R., Sadykova, A. R., Baturina, R. V. y Chauzova, V. (2022). A systematic review on algebraic thinking in education. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 18(4), em2065. <https://doi.org/10.29333/ejmste/11486>
- Stephens, A. C., Fonger, N., Strachota, S., Isler, I., Blanton, M., Knuth, E. y Murphy Gardiner, A. (2017). A learning progression for elementary students' functional thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 19(3), 143-166, <https://doi.org/10.1080/10986065.2017.1328636>
- Sterner, H. (2024). Using graphical representations to develop students' correspondence relationships and covariational thinking in pattern generalizations in primary school. *International Journal of Science and Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1007/s10763-024-10520-z>
- Vílchez Quesada, E. (2015). *Estructuras discretas con Mathematica*. Alphaomega.
- Wing, J. M. (2006). Computational thinking. *Communications of the Association of Computer Machinery*, 49(3), 33-35. <https://doi.org/10.1145/1118178.1118215>