

ELECCIÓN DE UNA MEDIDA DE POSICIÓN CENTRAL EN PRESENCIA DE VALORES ATÍPICOS POR MAESTROS DE EDUCACIÓN PRIMARIA EN FORMACIÓN

Prospective primary school teachers' choice of a measure of central location in the presence of outlier

Valenzuela-Ruiz, S. M.^a, Batanero, C.^a y Pallauta, J. D.^b

^aUniversidad de Granada, España, ^bUniversidad de los Lagos, Chile

Resumen

La inclusión de las medidas de posición central en el currículo de educación primaria requiere el conocimiento de éstas por parte de los maestros. El objetivo de este trabajo fue evaluar la capacidad de los maestros en formación de educación primaria para elegir una medida de posición central adecuada en presencia de valores atípicos. Para ello, se propone a 51 participantes una tarea abierta. Utilizando análisis de contenido, se analizan las respuestas, clasificándolas por la medida de posición central elegida, su cálculo correcto y si se tiene en cuenta los valores atípicos. Fueron pocos los participantes que eligieron y calcularon correctamente la media eliminando el valor atípico y la proporción mayor dio una respuesta incorrecta o no resolvió el problema. Se deduce la necesidad de reforzar la preparación estadística de los maestros en formación.

Palabras clave: educación primaria, evaluación, medidas de posición central, maestros en formación.

Abstract

The introduction of central position measures in primary education curricula requires knowledge of these measures on the part of pre-service teachers. The aim of this work was to evaluate their competence in choosing an appropriate central tendency measure in the presence of outliers, for which an open-ended task is proposed to a sample of 51 primary school pre-service teachers. Using content analysis, the responses were analyzed, classifying them according to the measure of central position chosen, its correct calculation and whether outliers were taken into account. Few participants chose and correctly calculated the mean by eliminating the outlier and the largest proportion gave an incorrect answer or did not solve the problem. We deduce the need to reinforce the statistical preparation of pre-service teachers

Keywords: assessment, central tendency measures, pre-service teachers, primary education.

INTRODUCCIÓN

Las medidas de tendencia central son uno de los primeros conocimientos estadísticos propuestos en el currículo y junto con las de dispersión permiten caracterizar una distribución de datos y comparar varias distribuciones, pero la investigación señala dificultades en su comprensión (Balderas et al., 2007, Jacobbe y Carvalho, 2011).

Debido a su importancia, su enseñanza comienza en la educación primaria (MEFP, 2022a), como parte del sentido estocástico, introduciendo el estudio de la moda y su interpretación como dato más frecuente en el segundo ciclo (niños de 8 y 9 años) y en tercer ciclo (10-11 años) la media y moda, su interpretación, cálculo y aplicación. En la Educación Secundaria Obligatoria (ESO) (MEFP, 2022b), para los cursos 1º a 3º (12-14 años) se estudian tanto las medidas de tendencia central como las de dispersión, su interpretación y cálculo con apoyo tecnológico en situaciones reales. Para el 4º

curso (15 años) se añade el estudio de la correlación y regresión, en que la media cobra un papel relevante, puesto que la covarianza (a partir de la cual se calcula el coeficiente de correlación) se define como la media aritmética de la suma de los productos de las diferencias de los valores de las dos variables a su media, y la recta de regresión viene dada en función de las medias de las dos variables, la covarianza y la varianza de la variable independiente (que también se define como una media). Además, el estudio y aplicación de la media aparece transversalmente en diferentes campos de la matemática (Rondero y Font, 2015).

Para conseguir una enseñanza y aprendizaje efectivos de estas medidas en la educación primaria, será necesario que los maestros en formación reciban una preparación adecuada, basada en una evaluación previa de sus conocimientos. En esta línea, el objetivo de este trabajo es evaluar la capacidad de los maestros en formación para elegir una medida de posición central adecuada en presencia de valores atípicos, a partir de una tarea de respuesta abierta sobre la aplicación de las medidas de posición central en presencia de valores atípicos. En lo que sigue se describen los fundamentos, métodos, resultados y conclusiones del estudio.

FUNDAMENTOS

Antecedentes

Algunas investigaciones sobre la media están centradas en el conocimiento del profesor y se han basado principalmente en maestros de educación primaria en formación. Así, Batanero et al. (1997) analizan las respuestas a cuatro ítems de opción múltiple que evaluaban la comprensión de distintas propiedades de la media aritmética por 273 maestros en formación, el 25% de los cuales mostraron poca comprensión del algoritmo y el 34% del efecto de los valores atípicos sobre la media. Estrada et al. (2004) obtuvieron similares resultados en una replicación del estudio. Groth y Bergner (2006) estudiaron la comprensión de 46 maestros en formación sobre las diferencias y semejanzas entre la media, mediana y moda, definiendo niveles, desde ser solo capaz de definir los conceptos hasta poder decidir cuándo una medida es más adecuada que otra.

Leavy y O'Loughlin (2006) propusieron a 264 maestros en formación el cálculo de la media ponderada, la construcción de un conjunto de datos con una media dada y la estimación de la media a partir de un gráfico. El 52% de los participantes aplicó el término media tanto a la media, como a la mediana o la moda, sólo el 21% calculó correctamente la media ponderada y el 25% confundió la media con la moda. Estrella (2016) analizó las respuestas de 27 maestros en formación continua a una tarea sobre la utilidad de la media en presencia de valores atípicos en los datos. Los resultados mostraron concepciones correctas e incorrectas y revelaron que la idea de representatividad de un conjunto de datos no era familiar para dichos maestros.

En Valenzuela-Ruiz et al. (en prensa) se analiza el conocimiento didáctico-matemático sobre la media aritmética de 78 maestros formación. Se propuso a los participantes una tarea abierta en que se pide explicar el significado de un valor decimal para la media de una variable con valores enteros y proporcionar una distribución de 10 valores en la que se obtenga el valor numérico dado de la media. Para dicha tarea el porcentaje de respuestas correctas fue 50,7% en la explicación del significado de un valor decimal de la media y el 67% en la propuesta de una distribución con el valor dado de la media. Continuando el trabajo anterior, en el presente estudio se analiza el conocimiento requerido para elegir una medida de posición central en presencia de valores atípicos.

Marco teórico

Nos apoyamos, en primer lugar, en la clasificación de objetos matemáticos, considerados en el Enfoque Ontosemiótico de la cognición matemática (EOS) (Godino, 2024; Godino et al. 2007), que intervienen en las medidas de posición central:

- *Situaciones problemas* que inducen actividad matemática, de donde surgen las medidas de

posición central, como la situación problema propuesta a los participantes en este trabajo.

- *Lenguaje* verbal, simbólico, tabular o gráfico utilizado en la resolución de las situaciones problemas para representar los datos, operaciones o resultados obtenidos. Por ejemplo, los términos media, mediana, moda y valor atípico, símbolos que los representan o tablas y gráficos estadísticos.
- *Conceptos* o abstracciones matemáticas que pueden ser definidas, como medida de posición central, dato, media, mediana, moda o distribución.
- *Propiedades* que relacionan entre sí los conceptos; por ejemplo, que la media es muy sensible a los valores atípicos, mientras que la mediana no lo es.
- *Procedimientos* de cálculo y estrategias que permiten resolver los problemas. Por ejemplo, sumar los datos y dividir entre el número de datos para obtener la media u ordenar el conjunto de datos y tomar el valor central para hallar la mediana.
- *Argumentos* empleados para probar las propiedades de la media o justificar las soluciones a los problemas.

Se utiliza también la división del conocimiento matemático en conocimiento matemático común y conocimiento matemático avanzado, propuesta en el modelo del Conocimiento Didáctico Matemático del profesor (CDM) (Godino, 2009; 2024; Pino-Fan et al. 2015). El primero es compartido con los estudiantes del nivel educativo en que el profesor imparte su docencia; en nuestro caso, la educación primaria. El segundo es más amplio que el anterior y permite que el profesor relacione su enseñanza con la correspondiente al mismo tema en niveles educativos superiores.

Puesto que la tarea que analizamos ha sido utilizada con estudiantes de ESO y Bachillerato por Balderas et al. (2007), en este trabajo se evalúa el conocimiento matemático avanzado sobre las medidas de posición central de los participantes.

METODOLOGÍA

Muestra y contexto

La recogida de datos fue parte de una acción formativa destinada a reforzar el conocimiento estadístico de los maestros en formación. Tras la recopilación de los datos, se resolvieron y corrigieron otras tareas estadísticas. Participaron 51 estudiantes españoles de 2º curso del Grado en Educación Primaria en una universidad española, en una asignatura de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Se contó con el permiso de los participantes y sus profesores, respetando los principios éticos de anonimato e interés de la actividad para la formación de los maestros.

Tarea propuesta

A los participantes se les propuso la tarea presentada en la Figura 1 y tomada de Balderas et al. (2007) cuyo contenido matemático se resume en la Tabla 1.

Figura 141

Tarea propuesta a los maestros en formación

Diez estudiantes han pesado un objeto en la clase de ciencias, usando la misma escala. Los pesos registrados por cada estudiante (en gramos) se muestran a continuación: 6.2 6.3 6.0 15.2 6.2 6.1 6.5 6.2 6.1 6.2

Los estudiantes quieren determinar con la mayor precisión posible el peso real del objeto. ¿Qué harías para calcularlo?

Aunque la respuesta esperada es la media, los maestros en formación podrían optar por la mediana o la moda. Se trata de un ejemplo de situación problema consistente en estimar una cantidad

desconocida en presencia de errores de medida (SP1). Además de los conceptos de media, mediana y moda, utiliza las siguientes propiedades: P1: La media es el mejor estimador de una cantidad desconocida; P2: La media no es resistente al efecto de los valores atípicos y P3: La mediana es resistente al efecto de los valores atípicos. También involucra los algoritmos de cálculo de las medidas de posición central. Balderas et al. (2007) obtuvieron un 86% de respuestas correctas en los estudiantes mexicanos de bachillerato (17-18 años) y un 67% en los estudiantes españoles de ESO (12 y 14 años). En una tarea similar, Molero et al. (2019) obtuvo 56% de respuestas correctas con estudiantes de 1º curso de ESO (12-13 años).

Tabla 1

Conocimientos evaluados en la tarea

Situaciones problemas	SP1. Estimar una cantidad desconocida en presencia de errores de medida
Conceptos	Media, mediana, moda, valor atípico
Propiedades	P1. La media es el mejor estimador de una cantidad desconocida P2. La media no es resistente al efecto de los valores atípicos P3. La mediana es resistente al efecto de los valores atípicos
Procedimientos	PR1. Cálculo de la media PR2. Cálculo de la mediana en caso de indeterminación PR3. Cálculo de la moda

Análisis

Las respuestas escritas individuales de los participantes se estudiaron mediante análisis de contenido (Krippendorff, 2013). Esta es una técnica especialmente indicada para el estudio de datos cualitativos, particularmente de documentos escritos. Para llevarlo a cabo, cada estudiante se consideró una unidad de análisis y, al codificar las respuestas, se considera primero la elección de la media, mediana o moda para resolver el problema y, posteriormente, la forma en que se calculan estas medidas. A partir de este proceso, se obtiene la lista de categorías que se describe a continuación. A priori, se tuvieron en cuenta las categorías utilizadas en Balderas et al. (2007), siendo éstas refinadas mediante un proceso inductivo, junto con revisiones independientes y sucesivas de la codificación realizada por las autoras del estudio, con el fin de garantizar la fiabilidad de los datos.

Categorías de análisis

C1. Se elige la media como solución al problema. En todas las siguientes variantes se reconoce que la media es el mejor estimador de una cantidad desconocida.

C1.1. Se elimina previamente el valor atípico y se calcula correctamente la media de los restantes valores. Esta sería la solución correcta, que tiene en cuenta la propiedad anterior y, además, el efecto de los valores atípicos sobre el valor de la media, por lo que eliminan dicho valor para no desvirtuar la solución (ver respuesta de E7 en la Figura 2).

Figura 2

Cálculo de la media eliminando del valor atípico

Handwritten calculation showing the mean of a set of numbers (6'2, 6'3, 6'6, 6'8, 6'4, 6'5, 6'5, 5'4, 6'5) divided by 9, resulting in 6'3. Below the calculation, a note in Spanish states: "El peso medio es 6'3. (No contamos con el 5'4 ya que no tiene que ver con los demás)".

C1.2. Se calcula la media con todos los valores incluyendo el valor atípico. Se utiliza la propiedad de que la media es el mejor estimador de una cantidad desconocida en presencia de errores de medida, pero no se aprecia el sesgo producido por el valor atípico. Una respuesta se presenta en la Figura 3, en la que se observa cómo se obtiene un valor muy diferente de la mayoría de medidas

del peso del objeto.

Figura 3

Cálculo de la media sin eliminar el valor atípico

TAREAS
 calculamos la media sumando los resultados y dividiendo entre el número de resultados que tenemos.

$$\bar{x} = \frac{6,2 + 6,3 + 6,0 + 15,2 + 6,2 + 6,1 + 6,5 + 6,1 + 6,2 + 6,2}{10} = 7,11$$

la respuesta es 7,11.

C1.3. Se calcula la media con y sin el valor atípico. Se muestra una indecisión del participante sobre si el valor atípico afecta o no al valor de la media.

C1.4. Se calcula la media sin el valor atípico y la moda. Aunque se muestra que comprende las propiedades citadas de la media, se calcula también la moda, lo que indica una indecisión sobre cuál es la respuesta correcta. Un ejemplo se muestra en la respuesta de E17 en la Figura 4.

Figura 4

Cálculo de la media sin valor atípico y moda.

Para resolver este problema, hemos eliminado el peso de 15,2 gramos ya que tiene una gran desviación del resto de pesos.
 A partir de aquí, realizamos la media de los demás pesos.

$$\bar{x} = \frac{6,2 + 6,3 + 6,0 + 6,2 + 6,1 + 6,5 + 6,2 + 6,1 + 6,2}{9} = 6,2$$

la media por lo tanto sería 6,2 que equivaldría al peso del objeto

Además de esta solución, hemos ido contando los pesos que se repiten y hemos pensado que si se repiten sería por algún motivo y por esto hemos cogido el peso de 6,2 gramos ya que sería el más representativo.

C1.5. Se indica que hay que calcular la media, pero no se calcula. Por ejemplo, E11 no deja claro si recuerda el cálculo de la media o bien piensa que no es necesario calcularla. No obstante, reconoce las propiedades citadas de la media.

E11: Quitamos el 15,2 que está muy alejado de los demás valores, por lo que seguramente es erróneo y calculamos la media de todos los demás.

C2. Se elige la mediana. También sería una respuesta aceptable, ya que la mediana es resistente a los valores atípicos. Se han identificado las siguientes variantes:

C2.1. Se calcula correctamente la mediana. Se ordenan de manera ascendente o descendente los valores y, dado que los dos valores centrales son iguales a 6,2, la mediana tomaría este valor. No es claro que, en este caso, se reconozcan las propiedades citadas de la media aritmética. A pesar de ello, reconoce que la mediana es resistente a los valores atípicos y sabe calcularla en el caso de indeterminación.

C22. Se calculan correctamente el rango y la mediana. En la respuesta de E3 se comienza por el cálculo del rango y, al ver que es amplio, se elige la mediana, que se calcula correctamente, por lo que el estudiante aplica adecuadamente la propiedad P3, así como el algoritmo de cálculo en caso de indeterminación (PR2).

E3: Tendría en cuenta el rango $15,2 - 6 = 9,2$ para saber cuál es el margen de diferencia entre el valor máximo y el mínimo obtenido. Al ver que existe bastante diferencia, descartaría la media y me

decantaría por la mediana (6,0-6,1-6.1-6,2-6,2-6.2-6.3-6.5-15,2). La mediana es 6.2.

C2.3. Se calcula correctamente la mediana y además la moda. En esta tarea, ambas medidas coinciden, por lo que algunos participantes no llegan a decidir entre una de ellas, como E26. Aunque en el caso general la moda no sería una solución, para este ejemplo particular, puesto que coincide con la mediana cualquiera de las dos medidas sería aceptable.

E26: Resolución: 6,0-6,1-6.1-6,2-6,2-6.2-6.3-6.5-15.2. Mediana=6,2; Moda=6.2.

C3. Se elige la moda. Aunque en esta tarea el valor de la moda es muy próximo al de la media, eliminado el valor atípico y coincide con la mediana, no sería una solución aceptable en cualquier otro conjunto de datos. Se han encontrado dos variantes según se calcule correctamente la moda, obteniendo el valor 6.2 (C3.1), o bien se indique que es preferible la moda, pero no se calcule (C3.2).

RESULTADOS

En la Tabla 2 se presentan los resultados obtenidos en la tarea, en la que un 29,4% de los maestros en formación eligen correctamente la media como solución de la tarea, de los cuales sólo un 18,6% elimina el valor atípico en el cálculo. Este tipo de respuesta ha sido identificado en investigaciones previas con estudiantes de secundaria y bachillerato (Balderas et al., 2007; Molero et al., 2019) y estudiantes universitarios (Madrid et al. 2022). Otro 7,8% de los participantes elige y calcula correctamente la mediana, lo que sería también una solución satisfactoria, dado que la mediana es resistente a los valores atípicos. En total estas dos soluciones (media y mediana) suponen un 37,3%, porcentaje muy inferior al obtenido por Balderas con estudiantes de ESO (67%) y bachillerato (86%) y por Molero con estudiantes de ESO (67%). Parte de este resultado se explica porque algunos maestros en formación pudieran venir de especialidades no científicas de bachillerato pero, aun así, han debido estudiar las medidas de posición central en la ESO.

Tabla 2

Respuestas de los participantes a la tarea

<i>Medida de posición central elegida</i>	<i>Cálculo de la medida</i>	<i>Frecuencia</i>	<i>Porcentaje</i>
C1. Media	C1.1. Elimina el valor atípico	5	9,8
	C1.2. Utiliza todos los valores	2	3,9
	C1.3. La calcula con y sin valor atípico	1	2,0
	C1.4. Media sin valor atípico y moda	4	7,8
	C1.5. Elige la media pero no la calcula	3	5,9
C2. Mediana	C2.1. Cálculo correcto	1	2,0
	C2.2. Cálculo correcto de mediana y rango	2	3,9
	C2.3. Cálculo correcto de mediana y moda	1	2,0
C3. Moda	C3.1. Cálculo correcto	21	41,2
	C3.2. Elige la moda pero no la calcula	3	5,9
No responde		8	15,7
Total		51	100

Además, la solución más frecuente fue elegir la moda (47,1% de participantes), que sería incorrecta para el caso general, aunque en esta tarea su valor es coincidente con la mediana. Se añaden 15,7% de futuros maestros que no responden la tarea.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

En este trabajo se evaluó la capacidad de 51 maestros en formación de educación primaria para elegir una medida de posición central adecuada en presencia de valores atípicos, a partir de una tarea de respuesta abierta. Basados en el modelo CDM (Godino, 2009; 2024; Pino-Fan et al. 2015), los

resultados del estudio revelan carencias en el conocimiento avanzado sobre las medidas de posición central entre los maestros en formación que participaron en la investigación. Esto es especialmente relevante considerando que la tarea utilizada en el estudio y otra similar ha sido previamente aplicada a estudiantes de ESO y bachillerato (Balderas et al., 2007; Molero et al., 2019), quienes obtuvieron un porcentaje mayor de respuestas correctas en comparación con los participantes de nuestro estudio. Con ello se añade nueva información al trabajo de Valenzuela et al. (en prensa) y de los autores citados en la sección de antecedentes.

Estos resultados son consistentes con los de Batanero et al. (1997), Estrada et al. (2004) y Estrella (2016), quienes también identificaron un desconocimiento por parte de los maestros en formación sobre el impacto de los valores atípicos en el valor de la media. Asimismo, coinciden con los resultados de Leavy y O'Loughlin (2006) respecto a la dificultad para distinguir las situaciones en las que es adecuado utilizar la media, mediana o moda. Como consecuencia, los participantes no alcanzan el nivel más alto de comprensión de estos estadísticos definido por Groth y Bergner (2006).

Es evidente que el estudio de las medidas de posición central y sus propiedades, abordado a lo largo de la educación primaria y secundaria obligatoria, ha sido insuficiente en esta muestra para desarrollar un conocimiento adecuado. Esto ha limitado su capacidad para identificar correctamente las situaciones en las que es conveniente aplicar cada una de estas medidas y para resolver problemas relacionados.

Se deduce, por consiguiente, la necesidad de reforzar el conocimiento matemático de los maestros en formación sobre las medidas de posición central, que juegan un papel relevante en estadística y otras materias y cuyo conocimiento contribuye a la educación para la sostenibilidad de los maestros (Vásquez et al., 2023). Sería también importante incluir en los libros de texto más situaciones de aplicación, disminuyendo el número de actividades exclusivamente procedimentales (Landtblom, 2023). No obstante, reconocemos la limitación del estudio, debido a que la muestra de maestros en formación tuvo un tamaño moderado y que sólo se utilizó una tarea. Esta decisión se debió a la complejidad inherente a un estudio de tipo cualitativo basado en el análisis de contenido. Surge, por tanto, el interés de continuar la investigación sobre los conocimientos de los maestros en formación sobre la media aritmética. Además de ampliar la evaluación realizada utilizando otras tareas diferentes, sería importante diseñar y evaluar acciones formativas dirigidas a mejorar dichos conocimientos. Estas acciones deberían considerar no sólo su conocimiento matemático, sino también los aspectos didácticos relacionados con la enseñanza del tema.

Agradecimiento:

Proyecto PID2022-139748NB-100 financiado por MICIU/AEI/10.13039/501100011033/ y FEDER, UE

Referencias

- Balderas, P., Batanero, C., Cobo, B. y Mayén, S. (2007). Comprensión de las medidas de posición central en estudiantes mexicanos de bachillerato. *UNIÓN*, 3(9), 187-201.
- Batanero, C., Godino, J. D. y Navas, F. (1997). Concepciones de maestros de primaria en formación sobre los promedios. En H. Salmerón (Ed.), *VII Jornadas LOGSE: Evaluación Educativa* (pp. 310-304). Universidad de Granada.
- Estrada, A., Batanero, C. y Fortuny, J. M. (2004). Un estudio sobre conocimientos de estadística elemental de profesores en formación. *Educación Matemática*, 16(1), 89-111.
- Estrella, S. (2016). Comprensión de la media por profesores de educación primaria en formación continua. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 18(1), 13-22.
- Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNIÓN*, 20, 13-31.

- Godino, J. D. (2024). *Enfoque ontosemiótico en educación matemática. Fundamentos, herramientas y aplicaciones*. Aula Magna.
- Godino, J. Batanero, C. y Font, V. (2007). The ontosemiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Groth, R. E. y Bergner, J. A. (2006). Preservice elementary teachers' conceptual and procedural knowledge of mean, median, and mode. *Mathematical Thinking and Learning*, 8(1), 37-63. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0801_3
- Jacobbe, T. y Carvalho, C. (2011). Teachers' understanding of averages. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics-challenges for teaching and teacher education* (pp. 199-209). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0_21
- Krippendorff, K. (2013). *Content analysis: An introduction to its methodology* (4th ed.). Sage.
- Landtblom, K. (2023). Opportunities to learn mean, median, and mode afforded by textbook tasks. *Statistics Education Research Journal*, 22(3), 1-17. <https://doi.org/10.52041/serj.v22i3.655>
- Leavy, A. y O'Loughlin, N. (2006). Preservice teachers understanding of the mean: moving beyond the arithmetic average. *Journal of Mathematics Teacher Education* 9, 53-90. <https://doi.org/10.1007/s10857-006-9003-y>
- Madrid A. E., Valenzuela-Ruiz, S. M. V., Batanero, C. y Garzón J. A. (2022). Comprensión de la mediana por estudiantes universitarios. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 22, 1-21. <https://doi.org/10.35763/aiem22.3902>
- Ministerio de Educación y Formación Profesional, MEFP (2022a). *Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria*. MEFP.
- Ministerio de Educación y Formación Profesional, MEFP (2022b). *Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria*. MEFP.
- Molero, A., Gea, M. M. y Batanero, C. (2019). ¿Qué conocimientos de la media aritmética tienen los estudiantes al inicio de la Educación Secundaria? En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (pp. 423-432). SEIEM.
- Pino-Fan, L. R., Assis, A. y Castro, W. F. (2015). Towards a methodology for the characterization of teachers' didactic-mathematical knowledge. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 11(6), 1429-1456. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1403a>
- Rondero, C. y Font, V. (2015). Articulación de la complejidad matemática de la media aritmética. *Enseñanza de las Ciencias*, 33(2), 29-49. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1386>
- Valenzuela-Ruiz, S. M., Batanero, C. y Vera, O. (en prensa). Conocimiento didáctico-matemático de profesores de educación primaria en formación sobre la media aritmética. *Educación Matemática*.
- Vásquez, C., Seckel, M. J. y Rojas, F. (2023). Connecting statistics education and sustainability: beliefs of Primary Education teachers. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 23, 127-146. <https://doi.org/10.35763/aiem23.5415seiem.es>