

LA INVESTIGACIÓN SOBRE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD EN EDADES TEMPRANAS: IMPACTO EN LA ESCUELA

Statistics and probability research in early ages: impact on schools

Alsina, Á.

Universidad de Girona

Resumen

Se presentan los avances de la investigación sobre estadística y probabilidad en edades tempranas (3-8 años) y de qué manera estos resultados impactan en la escuela. Por un lado, los resultados de estos estudios inciden en cuestiones asociadas a las fases del ciclo de investigación estadística (formulación de una pregunta, recolección, organización, representación e interpretación de datos) y al significado intuitivo de la probabilidad (distinción entre sucesos deterministas y aleatorios, uso de lenguaje probabilístico en una escala cualitativa desde imposible hasta seguro); por otro lado, las investigaciones que han analizado el impacto de estos datos en la escuela revelan diversos desafíos como algunas lagunas conceptuales y omisiones, que se deberán ir subsanando en los próximos años a partir del desarrollo profesional docente, tanto en el marco de la formación inicial como continua.

Palabras clave: *investigación en educación matemática temprana, enseñanza y aprendizaje de la matemática temprana, estadística, probabilidad, desarrollo profesional docente.*

Abstract

Research advances on statistics and probability at early ages (3-8 years) and how these results impact on schools are presented. On the one hand, the results of these studies address issues associated with the phases of the statistical investigation cycle (formulation of a question, collection, organization, representation and interpretation of data) and the intuitive meaning of probability (distinction between deterministic and aleatory events, use of probabilistic language on a qualitative scale from impossible to sure); on the other hand, research that has analyzed the impact of these data in schools reveals a number of challenges such as some conceptual gaps and omissions, which will need to be addressed in the coming years through professional development of teachers, both in pre-service and in-service education.

Keywords: *research in early mathematics education, early mathematics teaching and learning, statistics, probability, teacher professional development.*

INTRODUCCIÓN

La mayor parte de la ciudadanía del siglo XXI recibirá, a lo largo de su vida, una gran cantidad de datos que deberá interpretar críticamente y, a la vez, necesitará tomar decisiones en situaciones de incertidumbre, considerando la gran complejidad del mundo. Para dotarles de conocimientos y habilidades que permitan hacer frente a estos retos, uno de los grandes aciertos del sistema educativo en las últimas décadas ha sido, precisamente, incorporar la estadística y la probabilidad en los currículos de los primeros niveles. El organismo que, con visión de futuro, impulsó esta transformación curricular fue el *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) de Estados Unidos, cuando propuso estándares de contenido de estadística y probabilidad a partir de los 3 años (NCTM, 2003). Si bien esta incorporación se ha producido a distintas velocidades en los diferentes

países, y en la actualidad todavía hay algunos currículos que no consideran explícitamente los conocimientos de estadística y probabilidad (sobre todo en el período 3-6 años), la tendencia a integrar estos contenidos en los currículos de las primeras edades va en aumento (Vásquez y Alsina, 2022; Vásquez y Cabrera, 2022).

En honor a la verdad, y como ocurre casi siempre que se produce algún cambio relevante, este cambio curricular no ha estado exento de voces críticas. Sin embargo, desde la observación y la documentación de lo que hacen (y lo que no hacen) los niños de las primeras edades, Alsina y Bosch (2023) plantean diversos interrogantes: ¿toman decisiones cuando juegan?, ¿se dan cuenta de que hay algunas situaciones imposibles, otras seguras... mientras juegan?, ¿descubren progresivamente que hay distintos tipos de juegos?, ¿discriminan que algunos juegos son los preferidos por la mayoría, mientras que otros juegos gustan menos? Las respuestas a estas preguntas evidencian que, en las experiencias cotidianas, emergen los primeros conocimientos asociados a la estadística y la probabilidad, como por ejemplo un primer acercamiento a la idea de espacio muestral (los distintos tipos de juegos), la identificación de la moda (el juego preferido), o la posibilidad de ocurrencia y el comportamiento del azar en algunas situaciones lúdicas (por ejemplo, que al jugar al parchís cuesta que salga un cinco).

Aquí se asume que la escuela, atenta a los resultados que provienen de la investigación, es la institución responsable de dar continuidad y de consolidar estos conocimientos emergentes para promover el desarrollo de la alfabetización en estadística y probabilidad (Gal, 2002, 2005, 2012), considerando que “la conexión más importante en los primeros aprendizajes matemáticos es el existente entre las matemáticas intuitivas, informales, que los niños han aprendido a través de sus experiencias, y las que están aprendiendo en la escuela” (NCTM, 2003, p. 136). Con base en estos planteamientos, y desde el convencimiento de que es esencial promover dicho desarrollo desde edades tempranas (Alsina, 2012, 2017, 2018, 2021a, 2021b, 2024; Alsina y Vásquez, 2016; Batanero, 2013; Batanero et al., 2021), a continuación, se presentan los principales avances de la investigación sobre estadística y probabilidad en las primeras edades (3-8 años) y de qué manera impactan en una escuela que presta atención a estos aportes.

AVANCES DE LA INVESTIGACIÓN EN ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD (3-8 AÑOS)

La investigación en estadística y probabilidad tiene un largo recorrido en las etapas de secundaria y últimos niveles de primaria (9-16 años), mientras que en el segundo ciclo de educación infantil y primeros niveles de primaria (3-8 años) es mucho más reciente y limitada (Alsina, 2021a).

Sin entrar a fondo en las causas, es evidente que uno de los principales factores ha sido la ausencia hasta hace relativamente pocos años de estos saberes en el currículo, asumiendo que el currículo no es un conjunto neutral de contenidos, sino una construcción social que refleja relaciones de poder (Apple, 2006; Bernstein, 2000) y es atravesado por intereses ideológicos, contradicciones internas y omisiones intencionadas (Ball, 2008).

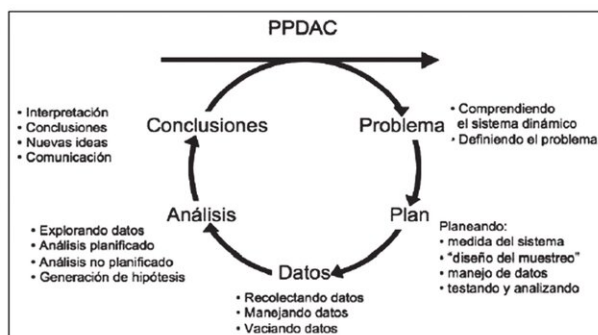
Resulta evidente, pues, que la investigación en estadística y probabilidad (3-8 años) ha ido en aumento a medida que se ha ido explicitando su presencia en el currículo de los primeros niveles. En lo que sigue, se presenta una breve síntesis de los principales avances en esta agenda.

Investigaciones sobre el aprendizaje de la estadística (3-8 años)

Desde una perspectiva genérica, una de las aportaciones que más ha contribuido a ampliar la visión de lo que implica alfabetizar estadísticamente es, sin duda, la descripción de las fases del ciclo de investigación estadística propuesto por Wild y Pfannkuch (1999). Este ciclo, que no es exclusivo de las primeras edades, considera cinco fases: Problema, Plan, Datos, Análisis y Conclusiones, razón por la que se conoce con el acrónimo de PPDAC (Figura 1).

Figura 1

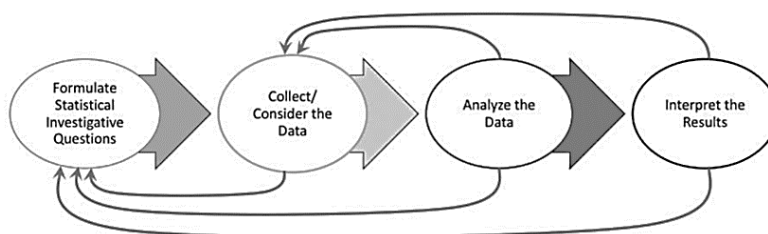
Fases del ciclo de investigación estadística PPDAC (Wild y Pfannkuch, 1999, p. 226)



En el marco del Proyecto GAISE (Guía para la Evaluación e Instrucción en la Educación Estadística), también se proporcionó un ciclo que tenía cuatro componentes principales (Figura 2): formular preguntas, recopilar datos, analizar datos e interpretar los resultados (Bargagliotti et al., 2020). Como señala Estrella (2017), estas fases comparten las ideas del modelo PPDAC, aunque en el Proyecto GAISE no hay una fase específica para planear las estrategias para resolver las preguntas de investigación; sin embargo, la fase de recolección de datos involucra un plan.

Figura 2

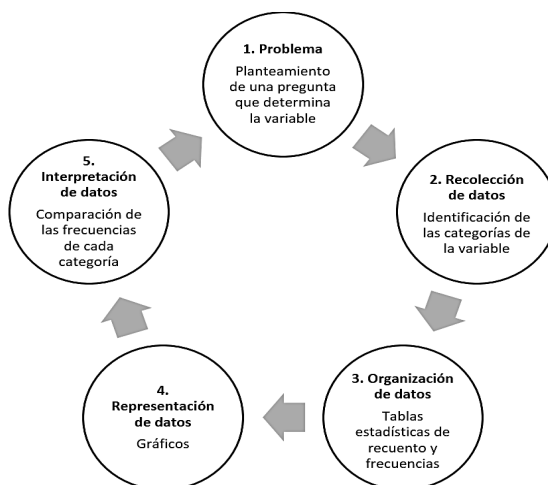
Fases del ciclo de investigación estadística del Proyecto GAISE (Bargagliotti et al., 2020, p. 13)



Más adelante, Alsina (2022) ha propuesto una adaptación a las primeras edades de estos ciclos de investigación estadística. Esta adaptación pretende comunicar de la forma más sencilla posible cuál es la esencia de cada fase del ciclo, aquello realmente relevante y que debe ser tenido en cuenta en la práctica docente (Figura 3).

Figura 3

Ciclo de investigación estadística para las primeras edades (Alsina, 2022)



Adicionalmente, la presentación de este ciclo pretende romper con el estereotipo que asocia la estadística exclusivamente a la representación gráfica de datos y, en su lugar, pretende dar valor a los procesos previos de recogida y organización de datos, a partir de su clasificación (Alsina, 2021b). Estos procesos incluyen tanto la definición de categorías (valores de la variable objeto de estudio) como la elaboración de tablas estadísticas de recuento y el tránsito hacia las tablas de frecuencias mediante la transnumeración, que permite pasar de un modo de representación habitualmente más concreta o pictórica a otra más abstracta para promover la comprensión (Rodríguez-Muñiz et al., 2021).

Considerando que la omisión de estas fases preliminares en el ciclo de investigación estadística tiene importantes repercusiones, a continuación, se describen los avances de la investigación en cada una de las cinco fases.

Fase 1. Planteamiento del problema (pregunta)

Alsina (2022) señala que los niños de las primeras edades sienten una curiosidad natural acerca del entorno que les rodea, razón por la que con frecuencia plantean una gran cantidad de preguntas que les ayuden a descubrirlo: ¿qué color es el preferido?, ¿cuántos dientes te han caído?,... Estas preguntas sobre cosas cercanas a su experiencia, proporcionan la oportunidad para empezar a introducir la estadística ya que, sin pregunta, no hay investigación.

Para este autor es muy importante pensar bien la pregunta que se quiere plantear. Para ello, es necesario observar mucho a los niños, sus acciones, sus intereses... para poder anticiparse a sus pensamientos y formular cuestiones que sean relevantes para ellos: por ejemplo, si se observa que un grupo de niños tienen interés por los vehículos que pasan por una rotonda cerca del patio del colegio, se puede aprovechar para plantear una buena pregunta de investigación sobre esta situación.

Otra cuestión relevante que se debe tener presente es que la pregunta planteada determina el tipo de variable de la investigación. Así, por ejemplo, la pregunta ¿qué tiempo atmosférico predominó desde el lunes al viernes de la semana pasada? da lugar a una variable cualitativa (el tiempo atmosférico) cuyas categorías no se pueden ordenar numéricamente (sol, nublado, lluvia, etc.); mientras que la pregunta ¿cuál es la cantidad más frecuente de dientes que han caído a los niños de nuestra clase? genera el estudio de una variable cuantitativa (cantidad de dientes) a partir de categorías que toman valores numéricos (ninguno, uno, dos, tres...). En este sentido, Alsina (2021a) señala que es recomendable que los niños de las primeras edades lleven a cabo las primeras investigaciones estadísticas con variables cualitativas de su entorno cercano, principalmente.

Fase 2. Recogida de datos

En esta fase debe considerarse el conjunto de elementos (o individuos) que son de interés para realizar la investigación estadística y definir bien las categorías de la variable de estudio. De acuerdo con Rodríguez-Muñiz et al. (2021), hay dos estrategias posibles: definir las categorías previamente o bien analizar los datos recogidos y decidir, entre todos, las categorías.

Fase 3. Organización de los datos

Para la organización de los datos es imprescindible prestar atención a la definición de las categorías y a la comprensión de las tablas estadísticas de recuento y de frecuencias, asumiendo que la comprensión incluye la confección y la interpretación de dichas tablas.

Las tablas estadísticas son un tipo de representación estadística que tienen un papel muy relevante en la recogida y organización de datos. Estrella (2014, p. 6) define dichas tablas como:

[...] un arreglo rectangular con una estructura que comprende un conjunto de filas y columnas [...], permite presentar los datos correspondientes a una o más variables (características del fenómeno bajo estudio) en forma clasificada y resumida, para permitir la visualización del comportamiento de los datos y facilitar la comprensión de la información que se puede extraer.

Podemos considerar las tablas estadísticas de dos tipos (Figura 4): las tablas de recuento, que se asocian principalmente a las fases concreta y pictórica expresadas por Hoong et al. (2015), y las tablas de frecuencias, que se asocian a la fase abstracta de esta misma categorización. Esta última fase implica el tránsito a los números mediante la transnumeración, que es una forma de obtener una nueva información al cambiar de un sistema de representación a otro (Wild y Pfannkuch, 1999).

Figura 4

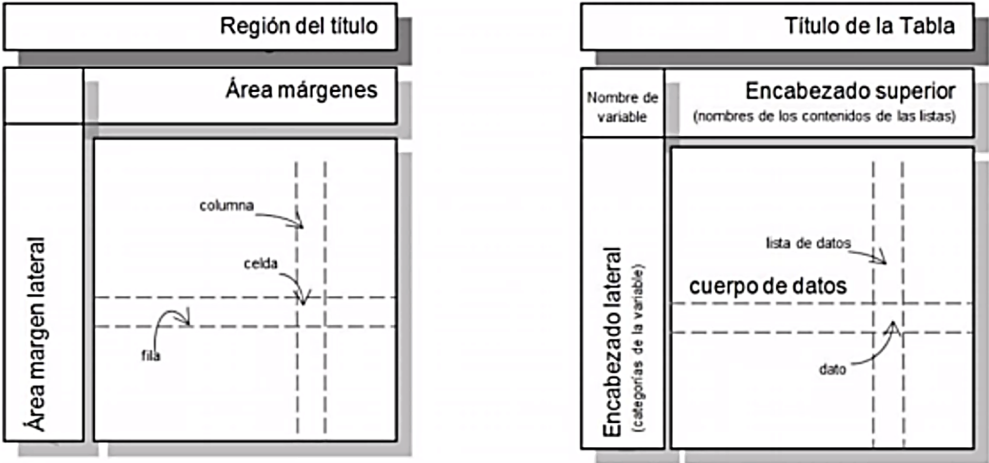
Ejemplo de tablas estadísticas de recuento y de frecuencias (Alsina, 2021b, p. 64)

Tabla de recuento con signos no organizados		Tabla de recuento con signos organizados, en bloques de dos		Tabla de frecuencias	
Valor 1 XX		Valor 1 XX		Valor del dato	Frecuencia
Valor 2 ///		Valor 2 // /		Valor 1	2
Valor 3		Valor 3		Valor 2	3
Valor 4 ++++		Valor 4 ++ ++		Valor 3	0
Valor 5 ^		Valor 5 ^		Valor 4	4
Valor 6		Valor 6		Valor 5	1
				Valor 6	0

Aunque en la práctica existe bastante variabilidad, Estrella (2014) señala algunos de los elementos que deberían contener las tablas estadísticas (Figura 5).

Figura 5

Elementos de las tablas estadísticas. (Estrella, 2014, p. 5)

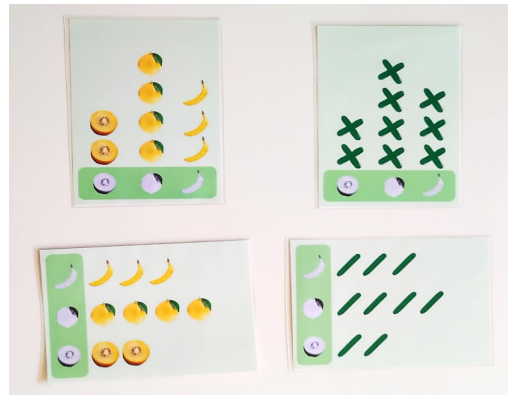


El título transmite la idea principal sobre la información representada y su contexto; el cuerpo de datos, que corresponde al bloque rectangular interior compuesto por el grupo de celdas formadas por la intersección de filas y columnas; el encabezado lateral (primera columna), que refleja las categorías de la variable; el encabezado superior, que presenta el nombre del contenido de las columnas, por ejemplo, las frecuencias y los totales, relativos a las sumas por fila o columna y/o totales.

Las primeras tablas estadísticas son de recuento concretas, en las que inicialmente se pueden usar los propios niños u objetos asociados a ellos, aunque lo más habitual es utilizar dibujos y signos diversos (palitos, cruces, etc.) como marcas de recuento (Figura 6). Estos signos, como señalan Rodríguez-Muñiz et al. (2021), pueden ser no organizados y organizados. Después de la tabla de recuento es necesario transitar a la tabla de frecuencias, que se obtienen mediante la agrupación o recuento de datos iguales y se corresponden con las categorías de las variables.

Figura 6

Ejemplos de tablas estadísticas de recuento concretas y pictóricas (Alsina, 2024, p. 243)



Fase 4. Representación de datos

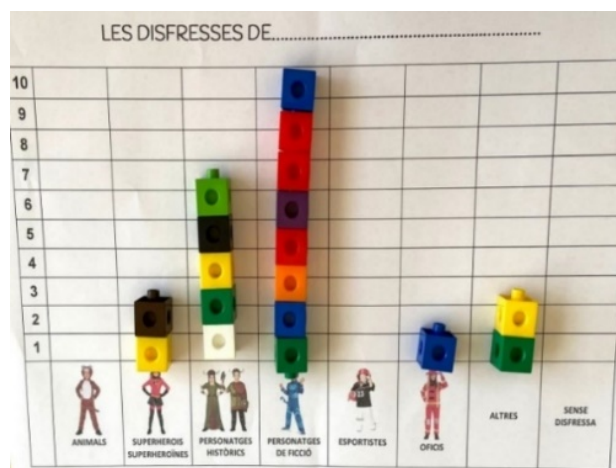
Las representaciones estadísticas son una de las ideas estadísticas fundamentales (Burrill y Biehler, 2011), pues permiten llevar a cabo la transnumeración (Pfannkuch y Wild, 2004). Este componente del pensamiento estadístico consiste en obtener nueva información, respecto de las características de un conjunto de datos, a partir del uso de diversas representaciones que permitan identificar diferentes aspectos de los datos con el fin de promover la comprensión de una situación real. En esta línea, Vásquez et al. (2018) consideran que las tablas y los gráficos estadísticos son un elemento clave para el desarrollo de la alfabetización estadística a partir de las primeras edades, puesto que su trabajo en el aula facilita la conexión entre disciplinas y contextos de vida cotidiana.

Rodríguez-Muñiz et al. (2021) subrayan que lo que caracteriza a un gráfico estadístico es la representación de información estadística, que pasa por clasificar, organizar y, en su caso, agrupar los datos y resumirlos; en otras palabras, la generación de información a partir de datos.

Debe considerarse que los primeros gráficos que se pueden empezar a realizar a finales de infantil o inicios de primaria son concretos, normalmente con material y respetando una correspondencia término a término (Figura 7).

Figura 7

Gráfico concreto, con material (Alsina y Annexa, 2021, p. 85)



Diversos autores han tratado de describir y caracterizar los diferentes niveles de comprensión para tablas y gráficos estadísticos. Curcio (1989) y Friel et al. (2001) proponen cuatro niveles respecto a la lectura de tablas y gráficos estadísticos, los que van desde una lectura elemental (lectura literal) hasta una más compleja (análisis críticos). Estos niveles son:

- Leer los datos: requiere una lectura literal de la información presentada en la tabla o gráfico, como por ejemplo leer una frecuencia, una categoría o el título general de la misma. No requiere interpretación.
- Leer dentro de los datos: requiere encontrar un valor por medio de comparaciones u operaciones aritméticas sencillas, además, incluye la interpretación de la información contenida en ella, como por ejemplo calcular la cantidad total de estudiantes que participaron en la encuesta, entre otras.
- Leer más allá de los datos: requiere determinar una información ausente en la tabla o gráfico por medio de predicciones o estimaciones, como por ejemplo hacer una inferencia estadística (inferir la temperatura máxima a partir de las temperaturas máximas de una ciudad mostradas en la tabla o gráfico).
- Leer detrás de los datos: requiere valorar críticamente la manera en que se recogieron los datos, interpretar la crítica que otras personas hacen del mismo o bien cuestionar la calidad de los datos. Supone una reflexión del conocimiento matemático y del contexto. Por ejemplo, analizar si la pregunta utilizada para recoger los datos es la apropiada o no.

Fase 5. Interpretación de datos

En infantil y primeros cursos de primaria, se pueden interpretar los datos haciendo comparaciones de las frecuencias de cada categoría, usando los comparativos “más...que”, “menos...que”, etc.; se pueden ordenar; etc.

Con base en estos avances, Alsina y Vásquez (en prensa) han señalado los conocimientos clave de estadística de 3 a 8 años (Tabla 1).

Tabla 1

Conocimientos clave de estadística (3-8 años)

Edad	Conocimientos clave
3-6	Plantear preguntas sencillas relativas al entorno y recoger datos necesarios para poder responderlas. Identificar datos y hechos sencillos a partir de variables cualitativas y discretas. Recolectar datos simples a partir de observaciones directas del entorno. Ordenar y clasificar datos de acuerdo con sus atributos utilizando objetos, dibujos, tablas y gráficos sencillos. Recuento manipulativo de datos. Noción de frecuencia absoluta (por medio del recuento de casos). Construir e interpretar representaciones gráficas sencillas de manera visual a partir de los datos utilizando objetos, dibujos, tablas y gráficos sencillos como pictogramas. Identificar y describir patrones simples de los datos recolectados, a partir del uso de representaciones observando "qué elemento aparece más veces" o "cuál es el objeto más común". Comparar datos y hechos sencillos. Comprobación de conjeturas sencillas a partir del análisis de los datos.
6-8	Formular preguntas de investigación más estructuradas que guíen la recolección de datos. Recolección de datos a través de encuestas sencillas, observaciones o pequeños experimentos en el aula. Reconocer la importancia de la organización de datos, que luego se representará gráficamente. Construir e interpretar tablas estadísticas.

Reconocer las diferencias en la representación de datos cualitativos y cuantitativos. Usar representaciones gráficas sencillas (pictogramas y gráficos de barras simples). Interpretar y describir los datos considerando su distribución e identificando conceptos simples como valores más comunes y diferencias entre los conjuntos de datos.

Investigaciones sobre el aprendizaje de la probabilidad (3-8 años)

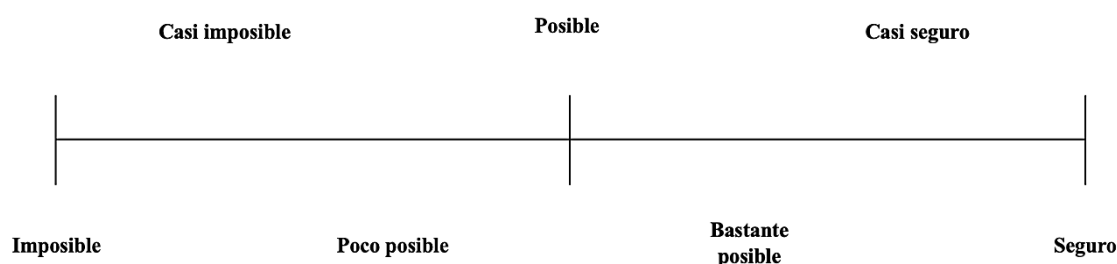
En estos primeros niveles, la probabilidad puede considerarse, de forma sencilla, como la medida de la posibilidad de ocurrencia de los hechos. Su desarrollo histórico-epistemológico ha dado lugar a la coexistencia de diversos significados (Batanero, 2005): intuitivo, frecuencial, clásico o laplaciano, subjetivo y axiomático. Diversos organismos y autores (Alsina, 2021a; Alsina y Vásquez, 2016, 2024; Batanero et al., 2021; HodnikČadež y Škrbec, 2011; NCTM, 2003; Nikiforidou, 2019; Nikiforidou y Pange, 2010) subrayan que los niños de las primeras edades ya pueden empezar a comprender el significado intuitivo de la probabilidad que, a partir de situaciones de la vida real, se focaliza en el uso de términos estocásticos y la expresión de grados de creencia para la ocurrencia de sucesos, a partir de una escala cualitativa con diferentes grados de posibilidad de ocurrencia que van desde lo imposible a lo seguro (Figura 8).

Desde este punto de vista, cabe señalar que en la vida real existen numerosos hechos que dependen del azar, razón por la cual es imprescindible que el alumnado empiece a observarlos. En este sentido, Godino et al. (1988) señalaron que:

la presencia de fenómenos imprevisibles en sus resultados o manifestaciones en la realidad que nos rodea es bien patente. El carácter aleatorio de un fenómeno será apreciado por el niño a través de la observación de múltiples aspectos de su entorno, así como por medio de la realización de actividades y juegos, que son fáciles de generar en el aula (lanzamiento de dados, fichas, extracción de bolas en urnas, etc.) (p. 15)

Figura 8

Escala cualitativa desde imposible hasta seguro (Alsina, 2022)



Así, pues, la investigación en esta agenda señala que, desde las primeras edades, los niños pueden diferenciar entre fenómenos deterministas (donde el resultado siempre es el mismo) y no deterministas (donde el resultado puede variar). Este es un aspecto fundamental en el aprendizaje de la probabilidad porque ayuda a desarrollar una comprensión básica e intuitiva de los conceptos de azar e incertidumbre, que son esenciales para entender cómo funciona la probabilidad en el mundo real (Batanero, 2013; Vásquez, 2018). Asimismo, la diferenciación entre fenómenos deterministas y no deterministas favorece no solo el desarrollo del pensamiento lógico y crítico, promoviendo el concepto de causalidad, sino que también permite acercar a los niños a situaciones en las que los resultados no se pueden anticipar con certeza, aproximándoles a la incertidumbre. También contribuye a la diferenciación entre lo seguro y lo probable, lo que es crucial para el razonamiento probabilístico (Batanero et al., 2021). Esta diferenciación actúa como un puente hacia la comprensión

de conceptos más formales de probabilidad, como la probabilidad teórica y experimental, sentando las bases para un aprendizaje más avanzado en etapas posteriores. Adicionalmente, los avances de la investigación sobre el aprendizaje de la probabilidad (3-8 años) apuntan que los niños de estas edades empiezan a adquirir lenguaje probabilístico elemental asociado al significado intuitivo de la probabilidad, usando términos tales como seguro, posible o imposible (escala cualitativa de grados de posibilidad de ocurrencia).

Lo anterior implica que los niños comiencen a distinguir gradualmente los fenómenos que determinan los sucesos aleatorios, en la línea ya indicada por Fischbein (1975). Finalmente, se deben plantear situaciones que permitan a los niños aproximarse a la estimación y comparación de probabilidades. Con base en estos avances, Alsina y Vásquez (en prensa) presentan una síntesis de los conocimientos clave de probabilidad de 3 a 8 años:

Tabla 2

Conocimientos clave de probabilidad de 3 a 8 años

Edad	Conocimientos clave
3-6	Proporcionar experiencias iniciales sobre el azar, la incertidumbre y la probabilidad que permitan a los niños observar resultados impredecibles en un contexto lúdico. Diferenciar un experimento aleatorio de otro determinista. Manejar el lenguaje probabilístico referente a la posibilidad de ocurrencia (seguro, posible, imposible). Reconocer la posibilidad/imposibilidad de que ocurran los hechos. Comparar y discutir sobre la posibilidad de ocurrencia de hechos sencillos, sin realizar cálculos, utilizando por ejemplo la escala cualitativa de posibilidades.
6-8	Utilización y comprensión de vocabulario formal para describir eventos utilizando términos tales como: probable, improbable, seguro e imposible. Formular predicciones sobre eventos que involucran eventos simples basados en experiencias previas, como el resultado de lanzar una moneda, para fortalecer su comprensión intuitiva de la probabilidad.

IMPACTO EN LA ESCUELA DE LA INVESTIGACIÓN SOBRE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD EN EDADES TEMPRANAS

En los últimos años, diversos estudios focalizados en las primeras edades han analizado el impacto de los datos procedentes de la investigación sobre estadística y probabilidad en la práctica escolar. A continuación, se presentan algunos resultados de diversas investigaciones centradas en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Análisis de la implementación de las fases del ciclo de investigación estadística en edades tempranas

Dalmau y Alsina (2015), por ejemplo, a partir de la implementación de la experiencia “¿Qué vehículos pasan por la rotonda?” en un grupo de 41 niños de 5-7 años, analizan sus producciones en las diferentes fases del ciclo de investigación estadística. En términos generales, concluyen que los niños de estas edades son capaces de identificar las categorías de una variable a partir de la formulación de una pregunta y realizar el correspondiente recuento, aunque sin considerar las características que debe reunir una tabla estadística de recuento, como indicar las categorías de la variable en uno de los ejes de la tabla (Estrella, 2014). Para realizar el recuento, se apoyan en el uso de materiales manipulativos como piezas de madera (Figura 9), y usan estos recuentos para interpretar los datos y extraer conclusiones, sin necesidad de realizar un gráfico concreto.

Desde el punto de la vista de la práctica docente, se observa cierta confusión entre tabla de recuento y gráfico estadístico, de manera que en las acciones que se muestran en la Figura 9 la maestra alude a la construcción de un gráfico, a pesar de que se omite tanto la información en el eje horizontal (categorías) como en el eje vertical (intervalo frecuencial).

Figura 9

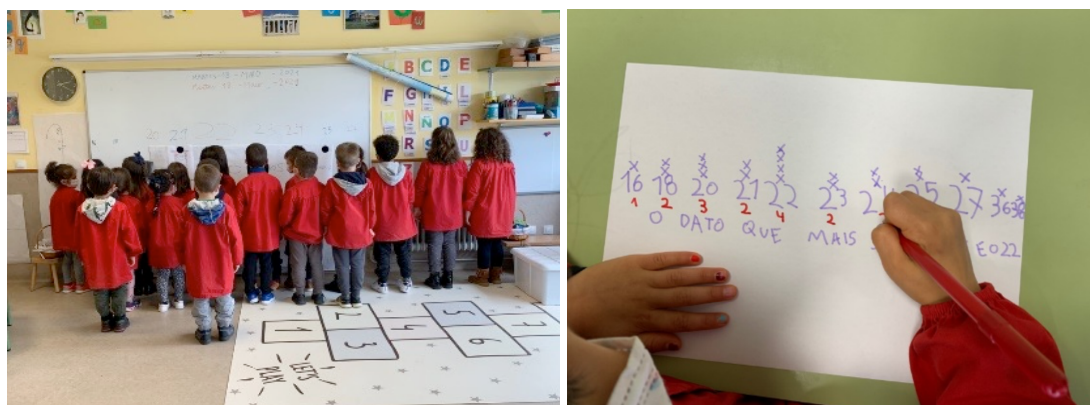
Recuentos con el apoyo de materiales (Dalmau y Alsina, 2015, pp. 72-73)



En la experiencia “Registramos nuestro peso” en un grupo de 39 niños de 5 años, Alsina et al. (2021a) analizan los niveles de comprensión de las tablas de recuento y de frecuencias, siguiendo los niveles de Curcio (1989). Los resultados muestran evidencias principalmente del nivel 1 (leer los datos) y del nivel 2 (leer dentro de los datos), junto con algunas anomalías y errores en la construcción de las tablas, como por ejemplo la falta de correspondencia entre las categorías y los datos al confeccionar una tabla de recuento concreta, con los propios niños (Figura 10, izquierda). Para subsanar el error, la maestra invita a los niños a registrar el recuento de manera individual (Figura 10, derecha).

Figura 10

Gestión docente frente a la falta de correspondencia entre las categorías y los datos al realizar un recuento (Alsina et al., 2021a, pp. 14-16)



Alsina et al. (2023), a partir de la implementación de la experiencia “¿Qué actividades hemos hecho durante el confinamiento?” analizan la comprensión de tablas estadísticas junto con la transnumeración en 78 alumnos de 7-8 años de tres centros escolares. A partir de un enfoque mixto, descriptivo y exploratorio, basado en un análisis del contenido de tipo convencional, diseñan y analizan una actividad estructurada en cuatro fases: diálogo inicial, trabajo individual, en pequeño grupo y en gran grupo. Los datos revelan que la mayoría del alumnado ha sido capaz de elaborar tablas de recuento y la mitad ha realizado la transnumeración a tablas de frecuencias, detectando algunas dificultades y errores tanto en la realización como en la interpretación posterior. Los principales errores identificados se refieren a:

- Falta de correspondencia en situaciones en las que el alumnado ha contestado a preguntas cualitativas con respuestas cuantitativas, o viceversa (Figura 11).

Figura 11

Falta de correspondencia entre el tipo de pregunta y la respuesta (Alsina et al., 2023, p. 102)

¿Cuántas personas te acompañaban cuando salías de casa?	mi madre, hermano y abuelos.
¿Dónde ibas más veces o con más frecuencia cuando salías? (al parque, al supermercado, a ver a los abuelos, a una zona de paseo, etc.)	2  

- Mayor variedad en la tipología de respuestas de las preguntas cuantitativas: números, lenguaje escrito o marcas de conteo (Figura 12).

Figura 12

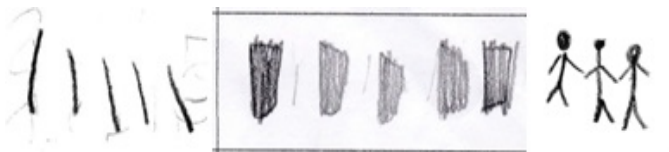
Tipos de respuestas (Alsina et al., 2023, p. 103)

¿Cuántas veces hacías ejercicio al día?	1	¿Cuántas veces hacías ejercicio al día?	una vez	¿Cuántas veces hacías ejercicio al día?	11
---	---	---	---------	---	----

- Gran diversidad en la tipología y disposición de las marcas de recuento: palitos, barras, figuras de personas... (Figura 13).

Figura 13

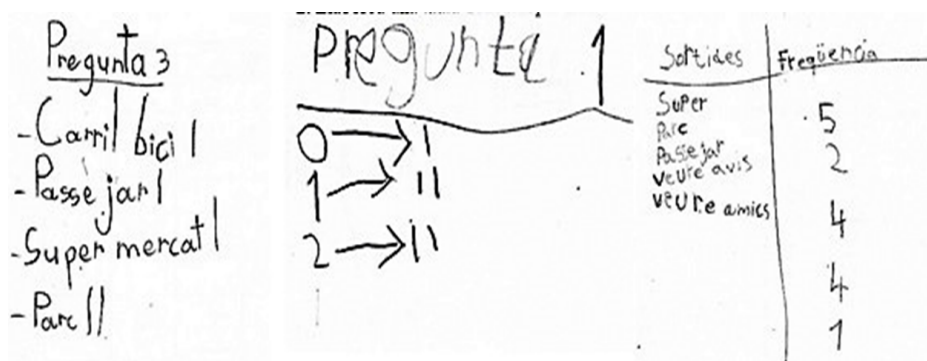
Uso de diferentes marcas de recuento (Alsina et al., 2023, pp. 103-105)

			
¿Con qué personas hablaste más por videoconferencia?	abuelo	amigo	tio
			
¿Cuántas personas te acompañaban cuando salías de casa?	1	2	
			

- Anomalías en relación con la representación tabular de la tabla de recuento o de frecuencias, como por ejemplo no usar propiamente tablas o distribuir de forma incorrecta las categorías y las correspondientes frecuencias absolutas (Figura 14).

Figura 14

Errores en el uso de tablas para hacer recuentos (Alsina et al., 2023, p. 105)

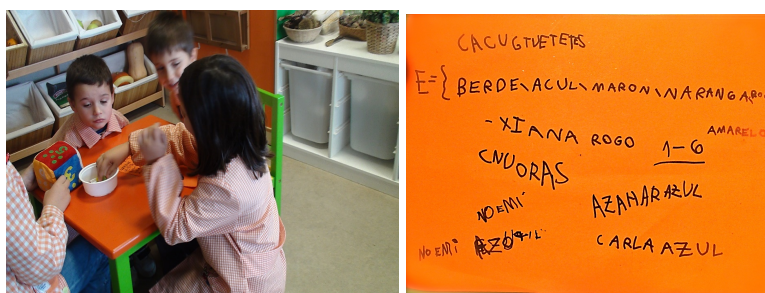


Análisis de la implementación del significado intuitivo de la probabilidad en edades tempranas

Tomando en consideración los resultados descritos sobre la investigación acerca del significado intuitivo de la probabilidad en edades tempranas, Alsina y Salgado (2019) implementan y analizan la experiencia “Probabilidad con cacahuetes” en un grupo de 22 niños de 5 años. Los resultados revelan que son capaces de usar lenguaje probabilístico elemental en una escala cualitativa desde imposible hasta seguro, a la vez que empiezan también a definir el espacio muestral (Figura 15).

Figura 15

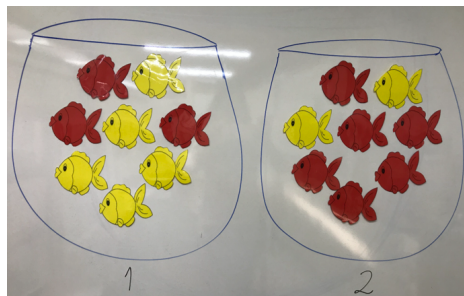
Definición del espacio muestral (Alsina y Salgado, 2019, p. 236)



Paralelamente, Vázquez y Alsina (2019) implementan la experiencia “Mes del Mar” para explorar la comprensión del azar y la probabilidad en 23 niños de 4 a 6 años. Para ello, realizan un estudio exploratorio a partir de siete preguntas para identificar cómo los niños de estas edades logran comparar probabilidades en situaciones donde el número de los casos posibles es igual, y el número de casos favorables cambia (Figura 16).

Figura 16

Apoyo visual presentado por la maestra (Vásquez y Alsina, 2019, p. 140)

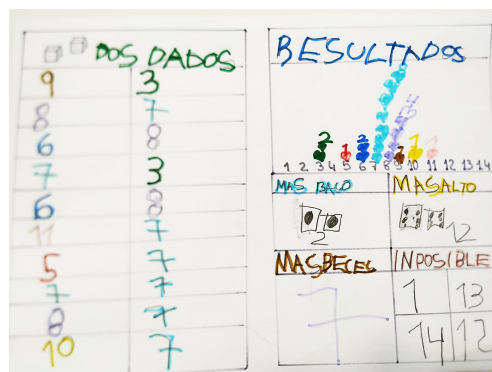


Muy sintéticamente, los principales resultados de esta investigación confirman que los niños son capaces de usar comprensivamente lenguaje probabilístico elemental y activan un primer conocimiento informal acerca de otras nociones como el espacio muestral o la posibilidad de ocurrencia y la comparación de probabilidades, en sintonía con los datos de estudios preliminares (HodnikČadež y Škrbec, 2011; Nikiforidou, 2019; Nikiforidou y Pange, 2010).

Más adelante, Alsina et al. (2021b) implementan un experimento estocástico con dados propuesto *online* a 19 niños y niñas de 4 años durante el período de confinamiento en España. Mediante un estudio de caso múltiple, analizan cómo, para qué y sobre qué argumentan los niños en el marco de la probabilidad intuitiva. En concreto, implementan dos actividades: a) hacer dos rondas de 10 lanzamientos de un dado, registrar y comparar qué número sale más, cuál sale menos, cuáles son imposibles/posibles que salgan; b) lanzar dos dados, sumar los dos números, registrar e indicar qué resultados son imposibles/posibles (Figura 17).

Figura 17

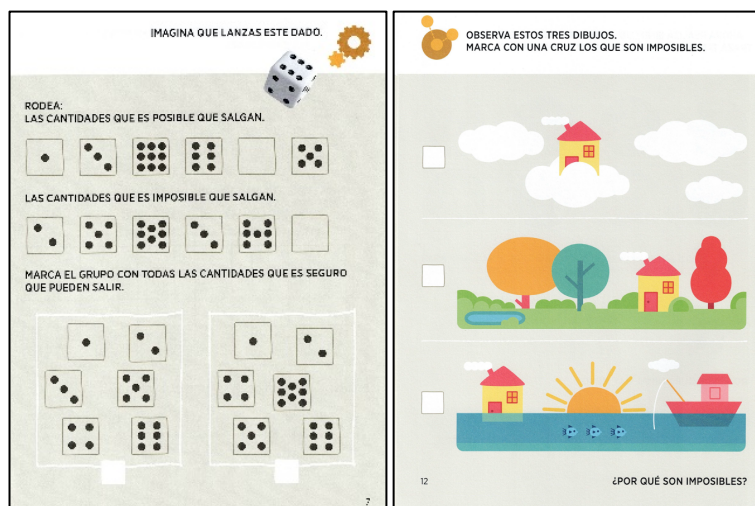
Recuento de los lanzamientos obtenidos a partir de los dos dados (Alsina et al., 2021b)



Como se aprecia en la Figura 17, el niño ha sido capaz de registrar el resultado de los 20 lanzamientos y, seguidamente, hacer una tabla de recuento para señalar el resultado más bajo y más alto, el que ha salido más veces o algunos resultados que son imposibles, evidenciándose que usa comprensivamente conocimientos elementales asociados a la probabilidad intuitiva.

Figura 18

Tareas de proyectos editoriales de las primeras edades (Alsina y Vásquez, 2024, pp. 64-65)



Otra cuestión relevante en este ámbito es el análisis de proyectos editoriales utilizados en las aulas. Cuida et al. (2021), por ejemplo, analizan la presencia tanto de la estadística como de la probabilidad en nueve proyectos editoriales para alumnos españoles de 3 a 6 años, concluyendo que dicha presencia es escasa y que no ofrecen suficiente información al profesorado para promover la alfabetización estadística y probabilística. Alsina y Vásquez (2024) profundizan en el tipo de tareas planteadas para enseñar probabilidad en los primeros niveles, identificando que algunas se focalizan propiamente en la posibilidad de ocurrencia de sucesos aleatorios (Figura 18, izquierda), mientras que otras inciden en el lenguaje probabilístico (seguro, imposible...) a partir de situaciones imaginarias que no dependen del azar (Figura 18, derecha).

Los autores subrayan que es necesario que, en la práctica escolar, estos dos tipos de tareas se distingan bien y, sobre todo, que se tenga muy presente cuál es su finalidad, para no generar confusiones en los niños.

CONSIDERACIONES FINALES

La investigación sobre la estadística y la probabilidad en las primeras edades es reciente. Como se ha señalado, los estudios sobre esta agenda aumentan sobre todo con el inicio del S. XXI, cuando en Principios y Estándares para la Educación Matemática (NCTM, 2003) se indican estándares de contenido de “Análisis de datos y probabilidad” a partir de los 3 años. Desde entonces, algunos países han empezado a incluir la estadística y la probabilidad de forma explícita en los currículos de las primeras edades, a medida que se han ido dando cuenta de la necesidad de que los niños, desde pequeños, empiecen a desarrollar progresivamente los primeros conocimientos para interpretar los datos de manera crítica y tomar decisiones en situaciones de incertidumbre, que son habilidades imprescindibles para la ciudadanía del siglo XXI.

Sin embargo, tal como indica Alsina (2021a), por un lado, hay que tener presente que la mera presencia de la estadística y la probabilidad en algunos currículos de matemáticas de los primeros niveles no garantiza que su enseñanza en el aula sea óptima y se promueva la alfabetización estadística y probabilística; por otro lado, la omisión de estos saberes en el currículo no implica necesariamente que no se implementen en el aula, aunque la falta de orientaciones puede generar algunas dificultades. En este sentido, en las prácticas de enseñanza analizadas se han identificado diversos desafíos:

- La tendencia más generalizada es no considerar suficientemente las primeras fases del ciclo de investigación estadística: pensar cómo se recolectan los datos, definir las categorías de la variable previamente, etc.
- Cuando se incide en estas primeras fases, se plantean preguntas asociadas a variables cualitativas y se pasa directamente a representar datos en tablas estadísticas de recuento de manera concreta y/o pictórica, a partir de categorías previamente dadas.
- Se omite la rectificación de algunos errores evidentes en la construcción de las tablas estadísticas de recuento y de frecuencias, tanto de tipo matemático como estético.
- Existe una confusión entre tabla estadística (de recuento/de frecuencias) y gráfico estadístico. Adicionalmente, no se profundiza en las características estéticas y matemáticas de ambos tipos de representación.
- La interpretación de los datos tiende a realizarse principalmente a partir de dichas tablas estadísticas de recuento, más que a partir de gráficos concretos.
- El uso de proyectos editoriales en los que se presentan tareas a partir de situaciones imaginarias para trabajar el lenguaje probabilístico puede generar falsas interpretaciones acerca de lo que es la probabilidad.

En conclusión, el análisis del impacto en la práctica docente de la investigación sobre estadística y probabilidad en edades tempranas permite comprender mejor los desafíos asociados al desarrollo de la alfabetización estadística y probabilística del alumnado, por lo que los datos obtenidos son el punto de partida para poder diseñar programas de formación inicial y permanente del profesorado más eficaces, que permitan superar las dificultades y errores identificados.

Referencias

- Alsina, Á. (2012). La estadística y la probabilidad en Educación Infantil: conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales. *Didácticas Específicas*, 7, 4-22.
- Alsina, Á. (2017). Contextos y propuestas para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil: un itinerario didáctico. *Épsilon*, 95, 25-48.
- Alsina, Á. (2018). El número natural para organizar, representar e interpretar la información (estadística, azar y probabilidad). En M. C. Muñoz-Catalán y J. Carrillo (Eds.), *Didáctica de las Matemáticas para maestros de Educación Infantil* (pp. 173-211). Paraninfo.
- Alsina, Á. (2021a). “Ça commence aujourd’hui”: alfabetización estadística y probabilística en la educación matemática infantil. *PNA*, 15(4), 243-266. <https://doi.org/10.30827/pna.v15i4.21357>.
- Alsina, Á. (2021b). ¿Qué puede hacer el profesorado para mejorar la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad? Recomendaciones esenciales desde el enfoque de los itinerarios de enseñanza de las matemática. *NÚMEROS, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 108, 49-74.
- Alsina, Á. (2022). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (3-6 años)*. Graó.
- Alsina, Á. (2024). Nuevos materiales manipulativos para mejorar la comprensión de las fases del ciclo de investigación estadística en Educación Infantil. *NÚMEROS, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 118, 229-249.
- Alsina, Á. y Annexa, E. (2021). Estadística en contexto: desarrollando un enfoque escolar común para promover la alfabetización. *Tangram - Revista de Educação Matemática*, 4(1), 71-98.
- Alsina, Á. y Bosch, E. (2023). Estadística y probabilidad en infantil y primaria: Diez materiales manipulativos esenciales para desarrollar el sentido estocástico. *TANGRAM - Revista de Educação Matemática*, 6(3), 24-59.

- Alsina, Á. y Salgado, M. (2019). Ampliando los conocimientos matemáticos en Educación Infantil: la incorporación de la probabilidad. *REXE - Revista de Estudios y Experiencias en Educación*, 18(36), 225-240.
- Alsina, Á. y Vásquez, C. (2016). De la competencia matemática a la alfabetización probabilística en el aula: elementos para su caracterización y desarrollo. *UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 48, 41-58.
- Alsina, Á. y Vásquez, C. (2024). La probabilidad en educación infantil: finalidades, aplicaciones y prácticas de enseñanza. *Revista Científica Ecociencia*, 11(4), 45-70. <https://doi.org/10.21855/ecociencia.114.961>
- Alsina, Á. y Vásquez, C. (en prensa). *Estadística y probabilidad: itinerarios de enseñanza para Educación Infantil*. Graó.
- Alsina, Á., Cornejo-Morales, C. y Salgado, M. (2021a). ¿Cómo, para qué y sobre qué se argumenta en el marco de la probabilidad intuitiva? Un estudio de caso múltiple en Educación Infantil. *Revista Paradigma*, 12(1), 285-312. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2021.p285-312.id1026>
- Alsina, Á., Muñoz-Rodríguez, L., Rodríguez-Muñoz, L., García-Alonso, I., Vásquez, C. y López-Serentill, P. (2023). Alfabetizando estadísticamente a niños de 7-8 años a partir de contextos relevantes. *Revista Complutense de Educación*, 34(1), 95-108. <https://doi.org/10.5209/rced.77186>
- Alsina, Á., Salgado M., Toalongo-Guamba, X. y Trelles-Zambrano, C. (2021b). Estadística en Educación Infantil: recomendaciones previas a la representación de datos. *RIDEMA, Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática*, 5(1), 1-21. <https://doi.org/10.34019/2594-4673>
- Apple, M. W. (2006). Educação, mercado e cultura de controle. *E-curriculum*, 2(1), 1-31.
- Ball, S. (2008). *El sentido de las reformas educativas*. Universidad de Santiago de Compostela.
- Bargagliotti, A., Franklin, C., Arnold, P., Gould, R., Johnson, S., Perez, L. y Spangler, D. (2020). *Pre-K-12 guidelines for assessment and instruction in statistics education II (GAISE II)*. American Statistical Association and National Council of Teachers of Mathematics. <https://www.amstat.org/docs/default-source/amstat-documents/edu-set.pdf>
- Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *RELIME*, 8(3), 247-264.
- Batanero, C. (2013). La comprensión de la probabilidad en los niños: ¿Qué podemos aprender de la investigación? En J. A. Fernandes, P. F. Correia, M. H. Martinho y F. Viseu (Eds.), *Atas do III Encontro de probabilidades e estatística na escola* (pp. 1-13). Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Batanero, C., Álvarez-Arroyo, R., Hernández-Solís, L. A. y Gea, M. M. (2021). El inicio del razonamiento probabilístico en educación infantil. *PNA*, 15(4), 267-288. <https://doi.org/10.30827/pna.v15i4.22349>
- Bernstein, B. (2000). *Pedagogy, symbolic control and identity: Theory, research, critique*. Rowman & Littlefield.
- Burrill, G. y Biehler, R. (2011). Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education - A joint ICMI/IASE study* (pp. 57-69). Springer.
- Cuida, A., Espina, E., Alsina, Á. y Novo, M.^a L. (2021). La educación estadística y probabilística en proyectos editoriales de Educación Infantil. *Bolema*, 35(69), 389-412. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n69a18>
- Curcio, F. (1989). *Developing graph comprehension*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Dalmau, F. y Alsina, Á. (2015). Matemàtiques i entorn a l'educació infantil. *Noubiaix*, 36, 66-79.
- Estrella, S. (2014). El formato tabular: una revisión de literatura. *Revista Actualidades Investigativas en Educación*, 14(2), 1-23.

- Estrella, S. (2017). Enseñar estadística para alfabetizar estadísticamente y desarrollar el razonamiento estadístico. En A. Salcedo (Ed.). *Alternativas Pedagógicas para la Educación Matemática del Siglo XXI* (pp. 173-194). Universidad Central de Venezuela.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. (Vol. 85). Springer Science & Business Media.
- Friel, S., Curcio, F. y Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124-158.
- Gal, I. (2002). Adults' Statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25. <https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.2002.tb00336.x>
- Gal, I. (2005). Towards 'probability literacy' for all citizens. En G. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 43-71). Springer. https://doi.org/10.1007/0-387-24530-8_3
- Gal, I. (2012). Developing probability literacy: needs and pressures stemming from frameworks of adult competencies and mathematics curricula. En S. J. Cho (Ed.), *Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 1-7).
- Godino, J. D., Batanero, C. y Cañizares, M. J. (1988). *Azar y probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Editorial Síntesis.
- HodnikČadež, T. y Škrbec, M. (2011). Understanding the concepts in probability of pre-school and early school children. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 7(4), 263-279.
- Hoong, L.Y., Kin, H.W. y Pien, C. L. (2015). Concrete-pictorial-abstract: Surveying its origins and charting its future. *The Mathematics Educator*, 16(1), 1-18.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- Nikiforidou, Z. (2019). Probabilities and preschoolers: Do tangible versus virtual manipulatives, sample space, and repetition matter? *Early Childhood Education Journal*, 47, 769-777. <https://doi.org/10.1007/s10643-019-00964-2>.
- Nikiforidou, Z. y Pange, J. (2010). The notions of chance and probabilities in preschoolers. *Early Childhood Education Journal*, 38(4), 305-311. <https://doi.org/10.1007/s10643-010-0417-x>.
- Pfannkuch, M. y Wild, C. (2004). Towards an Understanding of Statistical Thinking. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds) *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking*. Springer, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/1-4020-2278-6_2
- Rodríguez-Muñiz, L. J., Muñiz-Rodríguez, L. y Aguilar, Á. (2021). El recuento y las representaciones manipulativas: los primeros pasos de la alfabetización estadística. *PNA*, 15(4), 331-338. <https://doi.org/10.30827/pna.v15i4.22511>
- Vásquez, C. (2018). Surgimiento del lenguaje probabilístico en el aula de Educación Primaria. *REnCiMa*, 9(2), 374-389.
- Vásquez, C. y Alsina, Á. (2019). Intuitive ideas about chance and probability in children from 4 to 6 years old. *Revista Acta Scientiae*, 21(3), 131-154. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v21iss3id5215>
- Vásquez, C. y Alsina, Á. (2022). La estadística y la probabilidad en los currículos de infantil y primaria: implicaciones para la formación del profesorado. En A. Salcedo y D. Díaz-Levicoy (Eds.), *Formación del Profesorado para Enseñar Estadística: Retos y Oportunidades* (pp. 189-214). Universidad Católica del Maule.
- Vásquez, C. y Cabrera, G. (2022). La estadística y la probabilidad en los currículos de matemáticas de educación infantil y primaria de seis países representativos en el campo. *Revista Educación Matemática*, 34(2), 245-274.
- Vásquez, C., Díaz-Levicoy, D., Coronata, C. y Alsina, A. (2018). Alfabetización estadística y probabilística: primeros pasos para su desarrollo desde la Educación Infantil. *Cadernos Cenpec*, 8(1), 154-179.