



Reunión Grupo PNA
XXIX Simposio de la SEIEM - Madrid
04 de septiembre del 2026
12:00 a 13:30

Programa

12:00 a 12:07	Fracciones y estructura semántica en problemas aritmético-verbales Juan-Gallego, M., Santágueda-Villanueva, M., Sanz, M.T. y Grimaldo, F.
12:08 a 12:15	Avances en la enseñanza-aprendizaje de la fracción como operador en educación primaria: aportaciones de una investigación doctoral Herreros-Torres, D., Sanz, M.T., Gómez-Ferragud, C.B.
12:15 a 12:25	Preguntas y discusión comunicaciones 1 y 2.
12:26 a 12:33	Generalización, estructuras y representaciones de futuros maestros de primaria Navarro, P., Cañadas, M.C. y Torres, M.D.
12:34 a 12:41	Un modelo de cinco dimensiones para el pensamiento algebraico en bachillerato Arraiza Aramendia, M. y Sarasua Fernández, J.
12:41 a 12:51	Preguntas y discusión comunicaciones 3 y 4.
12:52 a 12:59	Diferencias de género en precisión y tiempo de respuesta en el aprendizaje de la subitización Gutiérrez, P., de Castro, C. y Ramírez-Úcles, I.
13:00 a 13:07	Evolución y contraste del sentido numérico en estudiantes de agronomía chilenos Quezada-Aguayo, R., Bruno, A.
13:08 a 13:18	Preguntas y discusión comunicaciones 5 y 6.
13:20 a 13:30	Reflexiones sobre las comunicaciones del Grupo PNA y líneas de trabajo Cristina Ayala-Altamirano

FRACCIONES Y ESTRUCTURA SEMÁNTICA EN PROBLEMAS ARITMÉTICO-VERBALES

María Juan-Gallego¹, María Santágueda-Villanueva¹, María T. Sanz²,
Francisco Grimaldo³

¹Universitat Jaume I de Castelló. España

²Universitat de València (UVEG). España.

³Universitat de València (UVEG). España.

La resolución de problemas aritmético-verbales (PAV) requiere coordinar comprensión lingüística y razonamiento matemático (Verschaffel et al., 2020). Aunque la investigación ha establecido jerarquías de dificultad basadas en la estructura semántica de problemas de cambio, combinación, comparación e igualación (Riley et al., 1983), estas se han construido principalmente con números naturales, siendo limitada la evidencia cuando intervienen fracciones.

Este estudio analiza la interacción entre la estructura semántica y la estructura fraccionaria en problemas aditivos de una etapa. Participaron 766 estudiantes de Educación Secundaria Obligatoria, quienes resolvieron tareas mediante la herramienta AWPSolver (Álvarez et al., 2024). Se examinó la identificación de la operación requerida, la ejecución del algoritmo y los patrones de error.

Los resultados muestran que la dificultad no depende únicamente de la estructura semántica. Además, predominan errores asociados a estrategias basadas en números naturales (Siegler y Pyke, 2013), especialmente en problemas con denominadores distintos. Los hallazgos sugieren que la resolución de estos problemas depende de la interacción entre la estructura semántica y la naturaleza conceptual de los números racionales. En estas circunstancias se puede afirmar que para números fraccionarios no se pueden seguir de forma estricta los niveles de Riley et al. (1983).

Palabras clave. educación secundaria, errores, estructura semántica, fracciones, operación aritmética, problemas aritmético-verbales

Referencias

Álvarez-García, E., García-Costa, D., Paniagua, S., Sanz, M.T., Santagueda, M., Mocholí, P., López Iñesta, E. y Grimaldo, F. (2024). A Tool for Reading Evaluation in Arithmetic Word Problems. *Frontiers in Artificial Intelligence and Applications*, 390, 325-332. <https://doi.org/10.3233/FAIA240455>



- Riley, M., Greeno, J. y Heller, J. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. En H. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153-196). Academic Press.
<http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED252410.pdf>
- Siegler, R. S. y Pyke, A. A. (2013). Developmental and individual differences in understanding of fractions. *Developmental Psychology*, 49(10), 1994–2004. <https://doi.org/10.1037/a0031200>
- Verschaffel, L., Schukajlow, S., Star, J. y Van Dooren, W. (2020). Word problems in mathematics education: A survey. *ZDM*, 52, 1-16.
<https://doi.org/10.1007/s11858-020-01130-4>

Acta preliminar

AVANCES EN LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA FRACCIÓN COMO OPERADOR EN EDUCACIÓN PRIMARIA: APORTACIONES DE UNA INVESTIGACIÓN DOCTORAL

Diana Herreros-Torres, Maria T. Sanz y Carlos B. Gómez-Ferragud

Universidad de Valencia

El presente trabajo sintetiza los resultados de una tesis doctoral recientemente defendida, orientada a avanzar en el conocimiento didáctico sobre la fracción cuando actúa como operador, un significado que sigue generando dificultades en el aprendizaje del alumnado y en la formación de los futuros docentes (López-Martín, 2022). La investigación atendió a dos agentes clave del proceso de enseñanza-aprendizaje en Educación Primaria —docentes en formación y alumnado— y se estructuró en torno a tres dimensiones: conocimiento didáctico del contenido (CDC), conocimiento disciplinar de los futuros docentes y desempeño matemático del alumnado. El diseño metodológico integró siete estudios empíricos de carácter exploratorio, descriptivo y explicativo, organizados en tres fases: exploración inicial y validación instrumental, análisis del conocimiento de los docentes en formación y estudio del desempeño del alumnado. La muestra incluyó 263 maestros en formación y 750 estudiantes de 4.º, 5.º y 6.º de Educación Primaria. La evaluación de las producciones permitió recopilar evidencias sobre estrategias, errores y dificultades. Para ello, se diseñaron y aplicaron el instrumento Content Representation (CoRe) orientado al análisis del CDC (Loughran et al., 2004), y una batería de ejercicios algorítmicos y problemas aritméticos de enunciado verbal (PAEV), destinada a estudiar la comprensión del operador en distintos formatos y registros de representación (Duval, 1995). Los resultados evidencian una escasa visibilidad didáctica del operador en la formación inicial y una brecha entre éxito algorítmico y comprensión conceptual. Este significado se debilita ante cantidades fraccionarias, problemas verbales y representaciones gráficas. Como principal implicación, se defiende una enseñanza explícita del significado operador desde distintas perspectivas: coordinación entre registros, tránsito del algoritmo a la interpretación de PAEV y variabilidad controlada de tareas, para evitar una competencia aparente limitada a casos prototípicos y consolidar el razonamiento multiplicativo.

Palabras clave. Conocimiento didáctico, Educación Primaria, formación inicial docente, fracción como operador, representaciones, resolución de problemas.



Referencias

- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels* (Vol. 4). Peter Lang.
- López-Martín, M. D. M., Aguayo-Arriagada, C. G. y García López, M. D. M. (2022). Preservice elementary teachers' mathematical knowledge on fractions as operator in word problems. *Mathematics*, 10(3), 423. <https://doi.org/10.3390/math10030423>
- Loughran, J., Mulhall, P. y Berry, A. (2004). In search of pedagogical content knowledge in science: Developing ways of articulating and documenting professional practice. *Journal of Research in Science Teaching*, 41(4), 370–391. <https://doi.org/10.1002/tea.20007>

Acta preliminar

GENERALIZACIÓN, ESTRUCTURAS Y REPRESENTACIONES DE FUTUROS MAESTROS DE PRIMARIA

Pamela Navarro, María C. Cañadas y María D. Torres

Universidad de Granada.

La inclusión del conocimiento algebraico desde educación primaria en España (MEFP, 2022) viene avalada por la investigación en diferentes países, que evidencia la capacidad de los estudiantes para identificar estructuras y generalizar relaciones funcionales (e.g., Torres et al., 2022). Sin embargo, la formación de docentes para enseñar álgebra es escasa (Pincheira y Alsina, 2025). Los futuros maestros dependen fuertemente del enfoque aritmético y recursivo, lo que obstaculiza su capacidad para generalizar (Wilkie, 2014; Zapatera y Quevedo, 2021). Esta investigación aborda el conocimiento matemático de los futuros docentes de educación primaria sobre álgebra. Nuestro objetivo de investigación es describir las estructuras que identifican y cómo generalizan estos futuros docentes al abordar tareas de generalización que involucran funciones. Para abordar este objetivo, diseñamos y aplicamos un cuestionario individual con dos tareas contextualizadas que implicaban las funciones $f(n) = 3n + 1$ y $f(n) = 3n + 2$, cada una en sus formas directa e inversa. 73 estudiantes del Grado en Educación Primaria de la Universidad de Granada, sin conocimientos previos sobre la temática del cuestionario fueron nuestra muestra intencional. Realizamos un análisis de datos cualitativo. Definimos categorías relacionadas con las estructuras y la generalización. Los resultados evidenciaron que la mayoría identificaron estructuras equivalentes adecuadas en la relación directa. 50 establecieron la generalización por correspondencia en alguna de las tareas. Presentaron mayor dificultad para identificar la estructura de la función inversa, lográndolo 21 de los participantes en alguna de las tareas. La relación de covariación estuvo ausente, tanto en la función directa como inversa. Predominó la representación verbal en ambas formas de la función.

Palabras Claves. conocimientos futuros docentes, estructura, generalización, pensamiento funcional, representaciones.

Referencias

- Ministerio de Educación y Formación Profesional (MEFP). (2022). Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la educación primaria. *BOE*, 52, 24386-24504. <https://www.boe.es/eli/es/rd/2022/03/01/157>
- Pincheira, N. y Alsina, Á. (2025). Mathematical knowledge of early algebra exhibited by pre-service early childhood education teachers. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 23, 461-487. <https://doi.org/10.1007/s10763-024-10478-y>
- Torres, M. D., Cañadas, M. C. y Moreno, A. (2022). Pensamiento funcional de estudiantes de 2º de primaria: estructuras y representaciones. *PNA*, 16(3), 215-236. <https://doi.org/10.30827/pna.v16i3.23637>
- Wilkie, K. J. (2014). Upper primary school teachers' mathematical knowledge for teaching functional thinking in algebra. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 17(5), 397-428. <https://doi.org/10.1007/s10857-013-9251-6>
- Zapatera, A. y Quevedo, E. (2021). The initial algebraic knowledge of preservice teachers. *Mathematics*, 9(17), 2117. <https://doi.org/10.3390/math9172117>



UN MODELO DE CINCO DIMENSIONES PARA EL PENSAMIENTO ALGEBRAICO EN BACHILLERATO

Maite Arraiza Aramendia y José María Sarasua Fernández

Universidad del País Vasco - Euskal Herriko Unibertsitatea

El pensamiento algebraico en Bachillerato es uno de los niveles educativos menos estudiados en la investigación en didáctica del álgebra: los marcos teóricos disponibles se construyeron para primaria y secundaria obligatoria. En Bachillerato, sin embargo, se espera que ese tránsito ya esté superado, y lo que se exige al alumno es distinto: demostrar y razonar deductivamente, exigencia que ningún marco existente recoge de forma sistemática. Este trabajo se inscribe en un proyecto doctoral orientado a estudiar la relación entre el pensamiento algebraico y geométrico en Bachillerato, integrando categorías algebraicas en el modelo de Van Hiele. Esta primera fase aporta una caracterización exhaustiva del pensamiento algebraico en Bachillerato a través de un modelo de cinco dimensiones (Aritmética Generalizada, Habilidad Transformacional, Pensamiento Funcional, Lenguaje Modelado y Álgebra Deductiva, esta última análoga al nivel de deducción formal de Van Hiele). Este modelo se concreta en un instrumento creado con 47 subdescriptores y 141 ítems que, hasta donde conocemos, no tiene precedente por su nivel de detalle en este nivel educativo, y que constituye la base imprescindible para medir después el nivel algebraico del alumnado y estudiar su relación con el razonamiento geométrico, objetivo central del proyecto doctoral. Antes de su aplicación a gran escala, se realizó una prueba piloto con 12 alumnos para comprobar si el instrumento funciona correctamente y detectar posibles ajustes. Los resultados confirman que es mayoritariamente sólido e identifican patrones de error puntuales que orientarán pequeñas mejoras antes del siguiente paso: aplicarlo a 500 alumnos para comprobar si los datos respaldan la estructura de cinco dimensiones.

Palabras clave. bachillerato, modelo dimensional, pensamiento algebraico, razonamiento deductivo, Van Hiele.

Referencias

- Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? En J. J. Kaput, D. W. Carraher y M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 5–17). Lawrence Erlbaum Associates.
- Kieran, C. (1996). The changing face of school algebra. En C. Alsina et al. (Eds.), *8th International Congress on Mathematical Education: Selected lectures* (pp. 271–290). S.A.E.M. Thales.
- Martinez, M. V. y Pedemonte, B. (2014). Relationship between inductive arithmetic argumentation and deductive algebraic proof. *Educational Studies in Mathematics*, 86(1), 125–149.
- Pitta-Pantazi, D., Chimoni, M. y Christou, C. (2020). Different types of algebraic thinking: An empirical study focusing on middle school students. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18(5), 965–984.
- Sarasua, J. M. (2010). *Hacia una categorización de los objetivos geométricos: propuesta de nuevos descriptores de los niveles de Van Hiele para la representación externa de figuras planas* [Tesis doctoral]. Universidad del País Vasco / Euskal Herriko Unibertsitatea.
- Van Hiele, P. M. (1957). *De problematiek van het inzicht gedemonstreerd aan het inzicht van schoolkinderen in meetkunde-leerstof* [Tesis doctoral]. Utrecht University.

DIFERENCIAS DE GÉNERO EN PRECISIÓN Y TIEMPO DE RESPUESTA EN EL APRENDIZAJE DE LA SUBITIZACIÓN

Patricia Gutiérrez del Álamo Rodríguez^{1y2}, Carlos de Castro Hernández² y
Isabel María Ramírez Uclés³

1Universidad Complutense de Madrid (UCM)

2Universidad Autónoma de Madrid (UAM)

3Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED)

Esta investigación analiza diferencias de género (DG) en precisión y tiempo de respuesta en tareas para el aprendizaje de la subitización. Estudios previos han mostrado ausencia de DG en precisión, pero sí en el uso de estrategias o el tipo de procedimientos empleados (De Castro y Palop, 2025; Fennema et al., 1998; Sunde et al., 2020). Otros estudios sugieren que las DG podrían estar relacionadas por diferencias en procesos visoespaciales (Klein et al. 2010; Vasilyeva et al., 2023).

La subitización es un contenido que requiere de un buen sentido numérico, pero también espacial, dado que implica habilidades de visualización. Sin embargo, son escasos los estudios que analizan DG en tareas relacionadas con la subitización y también son escasos los estudios que analizan simultáneamente género, tiempo de respuesta y precisión en edades tempranas. En este contexto, el objetivo es examinar las posibles DG en precisión y tiempo de respuesta en una trayectoria diseñada para el aprendizaje de la subitización en un entorno online (De Castro, 2015).

El estudio presenta un diseño observacional transversal retrospectivo basado en datos recogidos durante 11 meses. Se analizaron 2683 participantes de 4 a 6 años en 18 tipos de tareas que combinan distintas variables: rango numérico, formato de respuesta y tiempo de exposición (con o sin límite). Se aplicaron análisis multivariantes de medidas repetidas, considerando como variables dependientes la precisión y el tiempo de respuesta.

Los resultados muestran ausencia de DG en precisión, aunque esta disminuye al aumentar la complejidad de la tarea en ambos grupos. Sin embargo, se observan mayores tiempos de respuesta en las niñas, especialmente en tareas con rangos numéricos más altos. En conjunto, estos resultados apuntan a que las DG podrían situarse en el proceso de resolución, reflejando una mayor tendencia a estrategias más lentas por parte de las niñas, más que en la precisión final.

Palabras clave. Conceptos numéricos, diferencias de género, primera infancia, subitización, tiempo de respuesta.

Referencias

- De Castro, C. (2015). Aprendiendo a subitizar cantidades con el rekenrek en un sistema online para el aprendizaje de las matemáticas. *Épsilon. Revista de Educación Matemática*, 32, 49–57. https://thales.cica.es/epsilon_d9/sites/default/files/2023-04/epsilon90_5.pdf
- De Castro, C. y Palop, B. (2025). Diferencias de género en aritmética y resolución de problemas con manipulativos virtuales de 5 a 8 años. *PNA*, 20(1), 49–71. <https://doi.org/10.30827/pna.v20i1.31768>
- Fennema, E., Carpenter, T. P., Jacobs, V., Franke, M. L. y Levi, L. (1998). A longitudinal study of gender differences in young children's mathematical thinking. *Educational Researcher*, 27(5), 6–11. <https://doi.org/10.3102/0013189X027005006>
- Klein, P. S., Adi-Japha, E. y Hakak-Benizri, S. (2010). Mathematical thinking of kindergarten boys and girls: similar achievement, different contributing processes. *Educational Studies in Mathematics*, 73, 233–246. <https://doi.org/10.1007/s10649-009-9216-y>
- Sunde, P. B., Sunde, P. y Sayers, J. (2020). Sex differences in mental strategies for single-digit addition in the first years of school. *Educational Psychology*, 40(1), 82–102. <https://doi.org/10.1080/01443410.2019.1622652>
- Vasilyeva, M., Laski, E. V., Casey, B. M., Lu, L., Wang, M. y Cho, H. Y. (2023). Spatial–numerical magnitude estimation mediates early sex differences in the use of advanced arithmetic strategies. *Journal of Intelligence*, 11(5), 97. <https://doi.org/10.3390/jintelligence11050097>

EVOLUCIÓN Y CONTRASTE DEL SENTIDO NUMÉRICO EN ESTUDIANTES DE AGRONOMÍA CHILENOS

Rodrigo Quezada-Aguayo¹, Alicia Bruno²

¹Universidad de Concepción,

²Universidad de La Laguna

El desarrollo de competencias numéricas constituye un desafío prioritario en la formación de profesionales. En la carrera de Agronomía de la Universidad de Concepción, la asignatura Matemática I presenta una tasa de aprobación promedio crítica de sólo un 43,63% durante los últimos tres años. Estas dificultades se evidencian desde la primera evaluación, centrada en temáticas numéricas, cuyo logro promedio alcanza apenas un 23,87%. Aunque el sentido numérico ha demostrado ser un constructo clave para evaluar el razonamiento y la flexibilidad numérica (Almeida et al., 2016; McIntosh et al., 1992; Sowder, 1992; Yang, 2010), su estudio en educación superior, especialmente en carreras como Agronomía, continúa siendo escaso, pese a su relevancia en una era de sobreabundancia informativa que exige una mirada crítica y fundamentada (Brophy et al. 2025).

Se presenta el proyecto de un estudio cuyo objetivo estudiar el desarrollo del sentido numérico en 170 estudiantes de ingreso y egreso de Agronomía de los campus Chillán y Concepción, en Chile. Se busca caracterizar las estrategias de resolución, analizar su evolución tras una intervención didáctica contextualizada a la agronomía y comparar esta habilidad según nivel formativo y región. Para ello, se adopta un enfoque metodológico mixto, de carácter exploratorio, descriptivo y comparativo, que contempla el diseño y aplicación de instrumentos, entrevistas semiestructuradas y el diseño de una secuencia didáctica basada en problemas contextualizados.

Se analizan siete preguntas de la evaluación diagnóstica de estudiantes de ingreso del campus Chillán. Los resultados evidencian un logro promedio de 35,6% de respuestas correctas con argumentaciones válidas, porcentaje que disminuye a 25% cuando se consideran exclusivamente argumentos basados en componentes del sentido numérico.

Se espera que esta investigación aporte evidencia para orientar decisiones curriculares e intervenciones didácticas destinadas a fortalecer la competencia numérica en Agronomía.

Palabras clave. Sentido numérico, competencias numéricas, agronomía.



Agradecimiento

Beca de movilidad AUIP. Financiado por PID2022-139007NB-I00, MCIN/AEI.

Referencias

- Almeida, R., Bruno, A. y Perdomo-Díaz, J. (2016). Strategies of number sense in pre-service secondary mathematics teachers. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14, 959-978. doi.org/10.1007/s10763-014-9601-6
- Brophy, J. A. N., Lin, Y. R., Shanks, J. V., Smith, A. G., Williams, M. y Hanson, A. D. (2025). Focus issue editorial: Numeracy, realism, and relevance in plant science. *Plant Physiology*, 198(3), kiaf295. doi.org/10.1093/plphys/kiaf295
- McIntosh, A., Reys, B.J. y Reys, R.E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the learning of mathematics*, 12(3), 2–8.
- Sowder, J. (1992). Estimation and number sense. En D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 245–275). MacMillan. doi.org/10.1108/978-1-60752-874-620251020
- Yang, D. C. (2010). Investigating the Strategies Used by Pre-Service Teachers in Taiwan When Responding to Number Sense Questions. *School Science and Mathematics*, 107, 293-301. doi.org/10.1111/j.1949-8594.2007.tb17790.x