

¿CÓMO SE ARTICULA EL CONOCIMIENTO DE LA PRÁCTICA MATEMÁTICA DE GENERALIZAR EN LA GESTIÓN DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS?

How is the knowledge of the mathematical practice of generalising articulated in the orchestration of problem solving?

Chico, A.^a, Pinto, E.^b, Piñeiro, J. L.^c, Climent, N.^a, Montes, M.^a y Gómez, I.^a

^aUniversidad de Huelva, ^bUniversidad de O'Higgins, ^cUniversidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Resumen

En este trabajo nos centramos en analizar el conocimiento especializado del profesor movilizado para gestionar la resolución de un problema de generalización. Para ello, nos aproximamos desde la perspectiva del modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas -MTSK- al análisis del conocimiento que Andrea, un maestro de primaria, moviliza al realizar una clase de resolución de problemas. El análisis se centra en el conocimiento del maestro sobre aspectos de la generalización y gestión de la enseñanza. Los resultados muestran cómo el conocimiento del profesor orienta la discusión en el aula, desde la familiarización con el problema en una generalización cercana, hasta el establecimiento y revisión de relaciones funcionales.

Palabras clave: generalización, resolución de problemas, conocimiento del profesor, MTSK

Abstract

In this work, we focus on analysing the specialised teacher's knowledge mobilised to manage the resolution of a generalisation problem. To this end, we use the Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) model to analyse the knowledge mobilised by Andrea, a primary school teacher, while managing a problem-solving session in a multilevel rural classroom. The analysis focuses on Andrea's knowledge regarding aspects of generalisation and instructional orchestration. The results show how the teacher's knowledge guides the classroom discussion, moving from problem familiarisation in near generalisation to the establishment and validation of functional relationships.

Keywords: generalisation, problem solving, teacher knowledge, MTSK

INTRODUCCIÓN

El conocimiento del profesor ha sido objeto de reflexión por parte de la comunidad de investigadores en educación matemática desde hace más de 40 años (e. g., Shulman, 1986). En la última década, se han desarrollado múltiples esfuerzos en pro de comprender, en detalle, las características del conocimiento que los docentes movilizan al enseñar tanto tópicos matemáticos específicos (e. g. Álvarez-Candano et al., 2024), como prácticas matemáticas (Delgado-Rebolledo y Zakaryan, 2020). Ponemos el foco en educación primaria y en el estudio de prácticas matemáticas por la mayor dificultad para encontrar situaciones de aula en las que se evidencia conocimiento de la práctica matemática de profesorado (Flores-Medrano et al., 2022), frente a otros subdominios.

En particular, generalizar como práctica matemática constituye un elemento clave del pensamiento matemático y un impulsor relevante de su desarrollo (Mason, 2008). Generalizar supone una manera fundamental de pensar matemáticamente, en tanto posibilita reconocer regularidades, identificar patrones y elaborar afirmaciones que van más allá de situaciones específicas (Blanton 2008; Pinto y

Cañadas, 2021). Asimismo, generalizar se encuentra estrechamente vinculada con la práctica de resolver problemas (Mason, 2008), ya que resolver problemas implica reconocer métodos, identificar qué elementos permanecen invariantes y extender procedimientos a nuevas clases de situaciones. Desde el punto de vista curricular, promover procesos de generalización implica abordar las ideas matemáticas con distintos niveles de complejidad, lo que favorecería que estudiantes con diversos perfiles de conocimientos matemáticos amplíen y profundicen sus ideas más allá de un contenido puntual y de un uso exclusivo de representaciones simbólico-algebraica.

En este trabajo nos centramos en comprender el conocimiento que moviliza un maestro, durante una clase de resolución de problemas de generalización. Así, nuestra pregunta de investigación es: ¿Cómo se articula el conocimiento de la práctica de generalización en la gestión de la resolución de problemas? Para abordarla, el objetivo de investigación es caracterizar el conocimiento especializado que moviliza un maestro sobre la práctica de generalizar al enseñar resolución de problemas. Por tanto, esta comunicación ofrece una oportunidad para generar tareas para la formación de profesorado de Primaria para el desarrollo de dicho conocimiento (en el sentido de Climent et al. (2024) que utilizan episodios de aula para desarrollar conocimiento especializado), que resulta especialmente complejo en la formación inicial de profesorado de Primaria (Arce y Conejo, 2025).

ENSEÑANZA DE LA GENERALIZACIÓN DESDE LA PERSPECTIVA DEL MTSK

En el marco del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK por sus siglas en inglés), el Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM, en adelante), como uno de sus subdominios (Carrillo et al., 2018), describe el conocimiento del profesor de elementos sintáctico-matemáticos, integrando prácticas matemáticas como definir, resolver problemas, generalizar, o demostrar, entre otros (Delgado-Rebolledo y Zakaryan, 2020). Este subdominio, y el conocimiento profesional asociado a él está poco abordado en la investigación en educación matemática, en comparación con elementos semánticos (Climent y Montes, 2022).

La gestión de la resolución de problemas orientada a la generalización de patrones requiere que el profesorado movilice conocimiento especializado, tanto sobre la práctica de generalizar (Melhuish et al., 2020) como sobre la enseñanza de la resolución de problemas (Chico, 2024). Particularmente, si nos situamos desde la perspectiva del MTSK (Chico, 2024), la propia categorización del modelo induce al conocimiento de la práctica matemática para resolver problemas (KPM) y el conocimiento sobre su enseñanza (KMT). No obstante, podríamos plantearnos que el docente requiere de conocimiento sobre distintos tipos de registros (KoT) para abordar la resolución, o sobre diferentes contenidos matemáticos y cómo enlazarlos para aumentar o disminuir su complejidad (KSM). Además, hemos de considerar la necesidad de que el docente conozca las potencialidades del problema que selecciona para ser resuelto en el aula (KMT) y las posibles dificultades que pueden manifestar los estudiantes al abordarlo (KFLM). En consecuencia, en este trabajo nos centramos en la práctica de generalizar (KPM) y en el uso dado a las representaciones para la enseñanza durante una clase de resolución de problemas.

Dadas las particularidades de la enseñanza para el desarrollo del pensamiento algebraico a través de la resolución de problemas, esta comunicación se apoya, además de aspectos del conocimiento especializado del profesor, en los componentes de la actividad de generalizar propuestos por Blanton (2008): explorar, conjeturar, comprobar-revisar y generalizar. Asimismo, desde la perspectiva del pensamiento funcional (en la que se abordan tareas orientadas a la generalización de relaciones funcionales), se presta especial atención a las estrategias que sigue el estudiantado al generalizar, ampliamente documentadas por Blanton et al. (2015): conteo, estrategia recursiva particular, estrategia recursiva general, función particular y función general. Además, dado que la diversidad en que el estudiantado de primaria expresan generalizaciones (Pinto y Cañadas, 2021) utilizando diferentes representaciones (por ejemplo, manipulativas, simbólico-numérica, simbólico-algebraica, verbales, tabulares) refleja distintos modos de pensar, es necesario que el profesorado conozca la

gestión de diferentes representaciones (KMT) y su papel en la enseñanza para los procesos de generalización del estudiantado (KMT).

MARCO METODOLÓGICO

Este trabajo se encuadra en un estudio de caso (Bassey, 1999), desarrollado desde un paradigma interpretativo. El contexto de aula es el de una clase multinivel en un colegio rural de Huelva, en el que imparte clase Andrea, un profesor con 2 años de experiencia, vinculado a contextos de formación continua, que no tenía formación específica previa sobre problemas de generalización, o su enseñanza. El aula está conformada por 7 estudiantes de edades comprendidas entre los 9 y 12 años. La racionalidad de esta elección tiene relación con que las aulas multigrado, al tener diversidad de perfiles estudiantiles, provee un escenario idóneo para focalizar en prácticas matemáticas por sobre contenidos específicos que suelen estar ligados a ciclos particulares.

En esta comunicación mostraremos resultados derivados de la implementación de una sesión, en la que el profesor gestiona la resolución de un problema de generalización, “el problema de la Arqueóloga” (Chico, 2024). El problema involucra dos variables: altura de la escalera y el número de cajones que la componen, ambas vinculadas a través de la relación funcional $f(x)=x(x+1)/2$ (Figura 1). Para resolverlo, se propone utilizar material TEACCH (Figura 2), diseñado considerando la enseñanza estructurada y el componente visual en el aprendizaje (Schoppler et al., 2013): cuadrados de goma Eva, una tabla plastificada (que invita a recoger datos sobre cada escalera, su altura y número de cajones usados) y pictogramas con las escaleras de distintos números de peldaños.

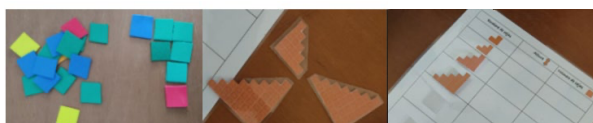
Figura 1

Enunciado del problema

Una arqueóloga quiere limpiar los esqueletos de los dinosaurios de un museo. No tiene una escalera, pero ha encontrado varias cajas, todas del mismo tamaño, que puede apilar para alcanzar las distintas alturas de los dinosaurios. Cada caja es de 1 metro de alto, y puede apilarlas como muestra la imagen- ¿Cuántas cajas necesita para alcanzar la altura del Velociraptor (2m), del Estegosaurio (4m), del Gigantoraptor (8m), y del T-Rex (10m)?

Figura 2

Material proporcionado con el enunciado del problema



La sesión se dividió en tres momentos: inicial, trabajo individual, y puesta en común. Esta secuencia fue decidida por el profesor, a quien previamente se le había presentado el problema, sus objetivos y el material TEACCH, discutiendo su potencial y la importancia de presentarlos gradualmente.

Posterior a la videograbación, realizamos la transcripción de la sesión y llevamos a cabo un análisis de contenido de las intervenciones del docente, considerando las siguientes subdominios:

- *Subdominio KPM*, a través del conocimiento de: (a) componentes involucrados en el proceso de generalización (Blanton, 2008): explorar, generalizar ideas matemáticas, comprobar-revisar y generalizar; estrategias de generalización (Blanton et al., 2015): conteo, estrategia recursiva particular, estrategia recursiva general, función particular y función general.

- *Subdominio KMT*, a través del conocimiento de las diferentes representaciones empleadas en la enseñanza de la generalización: manipulativa, verbal (oral o escrita), simbólica (numérica o algebraica), tabular, pictórica o gráfica (Pinto y Cañadas, 2021).

Entendemos que el conocimiento movilizado al gestionar la resolución de problemas de generalización necesariamente supone otros subdominios, sin embargo, en este trabajo nos centramos en estos dos, tanto por cuestiones de espacio como por focalizar en un subdominio que necesita empíricamente mayor comprensión. El análisis fue desarrollado en paralelo por tres de los autores, resolviendo los casos de disensión a través de la discusión. Los otros tres autores actuaron como validadores de dicho resultado.

RESULTADOS

Los resultados han sido organizados conforme a los tres momentos que considero la sesión, en los cuales presentaremos la manera en que emerge KPM (a través de indicadores de conocimiento y estrategias de generalizar) y KMT (a través de las representaciones utilizadas en la enseñanza).

El momento inicial, de lectura y apropiación de la tarea por el estudiantado, comienza con una lectura en común del enunciado, que Andrea fragmenta para facilitar su comprensión. En este momento prima el registro verbal, mediante el que el maestro introduce términos que evocan a la representación pictórica de la situación (“*Que hay escaleras, que hay cajones, ¿no? que los puede apilar*”). Apoyándose en el concepto visual de la escalera, el docente coordina una discusión inicial sobre la transición entre la bidimensionalidad de las representaciones pictóricas y la tridimensionalidad de las cajas que utiliza la arqueóloga para construir su escalera, utilizando las piezas de goma eva como recurso tangible, facilitando la representación de la situación. Emergen evidencias de conocimiento KMT (uso de representaciones para la enseñanza), al integrar representaciones manipulativa y verbal del enunciado, haciendo un paralelismo entre ellas. A medida que avanza la lectura, se desglosan las premisas del problema, clarificando tanto la configuración de la escalera como las dimensiones de los dinosaurios, apareciendo los primeros indicios de conocimiento sobre la exploración (KPM, componentes de la generalización).

Tras la presentación y lectura conjunta del problema, inicia la resolución individual del problema. El docente reparte las piezas de goma eva e invita a construir con las piezas “*la escalera para alcanzar el primer dinosaurio*” (altura 2 m). Se propicia de este modo que, mediante el trabajo con casos particulares con material manipulativo, el estudiantado se involucre en una fase de exploración del problema representando el problema, donde prime la estrategia del conteo (mostrando conocimiento sobre KPM en componentes y estrategias de la generalización, y uso de representaciones concretas para la enseñanza de la generalización, KMT). Además, en este mismo momento muestra de nuevo conocimiento sobre el componente de comprobación-revisión al llamar la atención, tras la construcción de la escalera de altura 2, sobre una respuesta previa de un alumno: “*Vamos a hacer una pregunta a Hugo, que antes fue muy rápido. Tú ahora, viendo esto, ¿crees que antes te equivocaste?*”. Andrea invita a que vayan construyendo escaleras sucesivas y observando la altura de cada escalera:

A: Venga, pues id construyendo escaleras. Id anotando con el boli o lápiz al lado del folio de las preguntas. [...] a ver qué vamos viendo.

A: Vale, mirad, yo ahora os aconsejo que quien haya construido la figura, no mováis la figura de la mesa y con el lápiz, vayáis poniendo por aquí, en la mesa, con lápiz o encima o debajo, el número de metros que va alcanzando. [...] Ve anotando aquí. ¿Qué altura alcanza aquí? ¿Qué altura alcanza aquí? ¿Qué altura alcanza aquí? ¿Qué altura alcanza? [refiriéndose a los diferentes ejemplos que los estudiantes han construido con goma Eva sobre sus mesas].

En lo anterior observamos cómo da pautas para la fase de exploración (“*a ver qué vamos viendo*”, “*ve anotando aquí*”) y así facilitar la formulación de conjeturas sobre la altura en cada término. Andrea centra su discurso en casos particulares con números menores que 10, introduciendo, junto con el uso del material manipulativo, la representación algebraica, desde un registro verbal cuando mesa a mesa va discutiendo las estrategias que sus estudiantes le exponen. Esto permite a Andrea poner en valor los distintos escalones, que posteriormente relacionará con los términos concretos y con la regla de recursión. Andrea evidencia, de nuevo, KPM vinculado a los componentes de la generalización y KMT sobre el uso de materiales para ayudar al estudiantado a generalizar. Es posible que espere propiciar alguna estrategia de generalización recursiva (particular o general), al ir observando regularidades al pasar de un término a otro siguiente, si bien esto no es más que un indicio.

Tras lo anterior, el maestro proporciona el organizador tabular y las representaciones pictóricas de escaleras, sugiriendo que anoten ahora en la tabla, dando consignas claras que invitan a la generalización recursiva sobre la diferencia en el número de cajones entre uno y el siguiente, teniendo como ayuda implícita la identificación anterior de la posición de las posiciones de la secuencia (“*Quien tenga el organizador relleno, que lo mire con ojitos investigadores [...] a ver qué ves de éste a éste, desde éste al otro...* (va señalando ejemplos en el organizador)”). Su conocimiento de uso de materiales (KMT), componentes y estrategias (KPM) en relación con la generalización parece pretender apoyar el avance en el proceso de resolución del estudiantado.

Durante la resolución individual, Andrea proporciona ayudas, en algunas de las cuales se aprecia cómo propone comprobar una conjetura contrastando con lo que ocurre con términos concretos representados con el material manipulativo y apoyando el avance hacia una generalización funcional particular (KPM, componentes y estrategias; KMT, uso de representaciones para la enseñanza). Es el caso de un estudiante que formula una conjetura a partir de completar cada escalera (de altura n) con la complementaria para formar un cuadrado $n \times n$. Andrea induce a observar la relación entre la altura que alcanza la escalera y el número de cuadrados que faltan para el cuadrado $n \times n$, proponiendo comprobar la conjetura de E1 para los casos 3, 4, 5, y ayudando a formular la conjetura:

A (Andrea): En el de tres. Digo, el área del cuadrado es tres por tres, pero no está el cuadrado completo. Me faltan tres. Que realmente coincide con la altura que tú has buscado. Y ahora digo yo: Vamos a ver si hay una relación. Venga, en el de cuatro.

E1: Cuatro por cuatro. 16.

A: La altura es cuatro. Tengo. ...Tendría 16 cubos y el cuadrado completo. ¿Pero, cuántos me faltan?

E1: ¿Faltan? Seis... Seis.

A: Y antes me faltaban tres. [...] Sigue. Aunque tú hayas encontrado la otra fórmula. [...] Venga, el de 5.

E1: En el cinco. Cinco por cinco, 25. Vale.

A: ¿Y cuántas hay?

E1: Hay 15. Faltan Diez.

A: Vale. ¿Cómo lo haces? Sigue tú.

Cuando, más adelante, E2 está seguro de su conjetura, le invita a formular la generalización funcional (tanto particular, apoyada en ejemplos concretos, como general, en la que se pretende que el estudiante verbalice una forma de generalizar) reforzando desligarse de la recursividad, lo que lo sitúa en un componente de generalización. Para ello plantea términos no consecutivos y ejemplos mayores

que diez que rompen con la secuencia de la tabla organizadora o la construcción mediante la goma Eva, mostrando KPM (componentes y estrategias de generalización):

A: Vale, tú ya puedes hacer el siguiente, ¿a que sí? y el siguiente... Pero ahora yo te digo una cosa para que tú lo pienses. [...] ¿Tú me podrías decir directamente la que tiene esta altura (10 metros)? ¿Directamente? ¿O tienes que ir una a una? Piénsalo

Con otros alumnos, la intervención pretende afianzar la generalización recursiva, basada en términos con cantidades menores que 10, gestionando la transición de un nivel recursivo particular a un nivel recursivo general, como en el fragmento que sigue, en el que el patrón se ejercita sobre un registro verbal, concluyendo con el planteamiento del reto hacia la generalización funcional (KPM, componentes y estrategias de generalización; KMT, uso de representaciones para la enseñanza):

A: Tú sumas el número de metros, ¿no? (E3 asiente). Entonces, si te digo, dime rápidamente el de nueve metros. ¿Cuántos tiene?

E3: Pues, eeem...son... 45.

A: Dime el de 10 (da una palmada).

E3: 55.

A. Dime el de 11 (da una palmada).

E2: Súmale 11.

E3: Emmm... 66.

A: Ahora en vez de el de 12, dime el de 28.

Vemos como Andrea busca que los estudiantes pasen de un término al siguiente. Esto lo realiza fomentando que avance a la identificación la regla de pasar de uno al siguiente, dejando menos tiempo para el cálculo, llegando a que E2 verbalice la concreción de la regla (*súmale 11*).

En este momento encontramos un predominio de la representación pictórica, aunque Andrea recurre al uso de los tres recursos de manera combinada para discutir algunas estrategias de los estudiantes. Por ejemplo, se apoya en las filas y columnas de la tabla organizadora para solventar algunos errores de conteo (pictórica-tabular); anima a los estudiantes a buscar la escalera complementaria utilizando las piezas cuadradas (pictórica-manipulativa); y sugiere complementar la resolución numérica y algebraica de los estudiantes con dibujos de las escaleras complementarias (pictórica-numérica-algebraica). Se observan así indicios de conocimiento de enseñanza de la matemática al facilitar el uso paralelo de representaciones (KMT, uso de representaciones para la enseñanza).

La puesta en común inicia con la exposición de dos estudiantes en la pizarra. En este momento de la resolución, Andrea parece ser consciente de que los estudiantes han alcanzado el nivel funcional, reconociendo las variables del problema y las relaciones entre ellas, sin necesidad de apoyarse en la secuencia (KPM, estrategias de generalización). Prueba de ello es que decide con los estudiantes qué valor quieren que el alumno de la pizarra halle (*¿Qué número le proponemos a E1 para que nos adivine el número de cuadrado? [...] E1 va a adivinar, supuestamente, porque no sabemos si va a estar bien, el número de cajones para limpiar un dinosaurio de 114 metros*).

En esta etapa de la resolución, Andrea gestiona la discusión parafraseando los razonamientos, animando a los estudiantes a dibujar las escaleras, simples y con su complementaria, y se apoya en estos elementos gráficos para discutir los resultados atendiendo a las dos variables del problema, tanto de términos cercanos, empleados principalmente para ayudar al resto de estudiantes a seguir el hilo

de la resolución (*A ver, haz el de tres, para que la gente lo entienda*), momento caracterizado por la aparición del lenguaje algebraico (KMT, uso de representaciones para la enseñanza).

A: Te voy a hacer una pregunta [a E3] para que tú te plantees si eso está bien. Que no lo sé.
Halla el de altura cuatro metros con esa fórmula, con esa relación que tú has encontrado. Cuatro metros.

A: [a E4] 114.

E4: 12996...Según la fórmula [que él había escrito y explicado para $N=4$, a partir de considerar la mitad del cuadrado más la diagonal], lo que tenemos que hacer es $12996 - 114/2 + 114$.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

La sesión analizada ha permitido evidenciar conocimiento de la práctica matemática de un maestro de Primaria, referido a conocimiento sobre los componentes de generalización (Blanton, 2008) y estrategias al abordar tareas que involucran relaciones funcionales (Blanton et al., 2015). Una primera aportación de este trabajo radica en que, dada la escasez de situaciones de este tipo (Flores-Medrano et al., 2022), el KPM es un conocimiento útil en la práctica profesional, si su movilización promueve el desarrollo determinadas prácticas matemáticas escolares. Asimismo, este trabajo resalta que la enseñanza de la generalización en los primeros años de escolaridad posee rasgos específicos que aún no han sido estudiados de manera sistemática y profunda, y que los contextos rurales y en aulas multinivel pueden ser un escenario óptimo para su estudio.

En esta comunicación mostramos cómo un docente articula conocimiento de la práctica matemática de generalizar (KPM) y conocimiento sobre uso de representaciones para la enseñanza (KMT) para potenciar el aprendizaje de dicha práctica en el estudiantado. En esa coordinación se observa el conocimiento del profesor sobre combinaciones de estrategias, componentes y uso de representaciones en la enseñanza que son especialmente potentes. A través de la *exploración*, como un componente de la generalización en términos de Blanton (2008), el maestro se apoya fundamentalmente en el uso de representaciones manipulativas y pictóricas, al igual que en el inicio que se abordan las *conjeturas*, para potenciar estrategias de generalización de conteo y recursivas.

Para propiciar el tránsito de estrategias recursivas hacia las funcionales (primero particulares), en las fases de conjetura y comprobación-revisión, el maestro propone el uso de representaciones tabulares junto con las pictóricas. Finalmente, asocia las estrategias de generalización funcionales (particulares para dar paso a las generales) al registro verbal, gráfico, simbólico (numérico y algebraico), en términos cualesquiera. De este modo, su conocimiento recoge la necesidad de que la enseñanza este focalizada a que el estudiantado desarrolle un uso flexible de múltiples representaciones para fomentar una comprensión matemática profunda. En particular, en el conocimiento relativo a la práctica matemática de generalizar (Brizuela y Earnest, 2017), que permitiría potenciar un razonamiento funcional más allá del recursivo centrado en lo puramente aritmético (Blanton y Kaput, 2005). De esta manera, el razonamiento del estudiantado desarrollado serviría de base para desarrollar un pensamiento funcional más complejo en etapas educativas posteriores a la Primaria.

Consideramos que el análisis sobre el conocimiento especializado necesario para llevar al aula situación como esta puedan servir de sostén para comprender mejor las necesidades formativas del profesorado en relación con la gestión de la práctica de generalizar y para generar tareas formativas que faciliten su aprendizaje profesional.

Agradecimientos

Proyecto PID2021-122180OB-I00 (Gobierno de España), Proyecto PID2024-158877NB-I00 financiado por MICIU/AEI /10.13039/501100011033/FEDER, UE. Centro de Investigación COIDESO (U. de Huelva). Grupo DESYM (HUM-168). Red MTSK, auspiciada por la AUIP.

Referencias

- Álvarez-Cándano, C., Giadas, P. y Alonso-Castaño, M. (2024). El conocimiento matemático de maestros en formación en el diseño y adaptación de problemas de probabilidad para alumnado con TEA. En N. Adamuz-Povedano, E. Fernández-Ahumada, N. Climent y C. Jiménez-Gestal (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVII* (p. 550). SEIEM.
- Arce, M. y Conejo, L. (2025). Análisis de razonamientos abductivos por docentes en formación: un estudio exploratorio. En M. Burgos, M. C. Cañadas, J. M. Marbán e I. Polo-Blanco (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVIII* (pp. 124-131). SEIEM.
- Bassey, M. (1999). *Case study research in educational settings*. Open University Press.
- Blanton, M. (2008). *Algebra and the elementary classroom: Transforming thinking, transforming practice*. Heinemann.
- Blanton, M. L., Brizuela, B. M., Gardiner, A. M., Sawrey, K. y Newman-Owens, A. (2015). A learning trajectory in 6-year-olds' thinking about generalizing functional relationships. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(5), 511-558. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.46.5.0511>
- Brizuela, B. M. y Earnest, D. (2017). Multiple notational systems and algebraic understandings: The case of the “best deal” problem. En J. Kaput, D. Carraher y M. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 273-302). Routledge
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M. Á., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco-Mora, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M. y Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialized knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Chico, A. (2024). *Formación del profesorado para la enseñanza de la resolución de problemas a alumnado TEA-I desde la perspectiva inclusiva*. Tesis Doctoral. Universidad de Huelva
- Climent, N., Contreras, L. C., Montes, M. y Ribeiro, M. (2024). The MTSK model as a tool for designing tasks for teacher education. *ZDM—Mathematics Education*, 56(6), 1123-1135. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01605-8>
- Climent, N. y Montes, M. (2022). El modelo MTSK: antecedentes y estructura. En J. Carrillo, M. A. Montes, y N. Climent (Eds.), *Investigación sobre el conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): 10 años de camino* (pp. 27-34). Dykinson.
- Delgado-Rebolledo, R. y Zakaryan, D. (2020). Relationships between the knowledge of practices in mathematics and the pedagogical content knowledge of a mathematics lecturer. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18(3), 567-587. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09977-0>
- Flores-Medrano, E., Gómez-Arroyo, D., Aguilar-González, A. y Muñiz-Rodríguez, L. (2022). What knowledge do teachers need to predict the mathematical behavior of students? *Mathematics*, 10(16), 1-22. <https://doi.org/10.3390/math10162933>
- Mason, J. (2008). Making use of children's powers to produce algebraic thinking. En J. J. Kaput, D. W. Carraher y M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 57-94). Lawrence Erlbaum Associates.
- Melhuish, K., Thanheiser, E. y Guyot, L. (2020). Elementary school teachers' noticing of essential mathematical reasoning forms: justification and generalization. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 23(1), 35-67. <https://doi.org/10.1007/s10857-018-9408-4>
- Pinto, E. y Cañadas, M. C. (2021). Generalizations of third and fifth graders within a functional approach to early algebra. *Mathematics Education Research Journal*, 33(1), 113-134. <https://doi.org/10.1007/s13394-019-00300-2>
- Schoppler, E., Mesibov, G. y Hearsey, K. (2013). Structured teaching in the TEACCH system. En E. Schoppler y G. Mesibov (Eds.), *Learning and cognition in autism: Current issues in autism* (pp. 243-268). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4899-1286-2_13
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.