

POTENCIALIDAD DE UNA TAREA FORMATIVA PARA EL DESARROLLO DE CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO SOBRE PROPORCIONALIDAD

The potential of a teacher education task for the development of teachers' specialised knowledge on proportionality

García-Viso, P., Climent, N. y Martín-Díaz, J. P.

Universidad de Huelva

Resumen

Este trabajo aborda el diseño de una tarea en la formación inicial del profesorado de Primaria para el desarrollo de conocimiento en relación con la enseñanza de la proporcionalidad. El modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas sirve para estructurar el conocimiento esperado con la implementación de la tarea formativa. Tras presentar la tarea y justificar el conocimiento especializado pretendido, se muestran los principales resultados de su implementación. Estos resultados ponen de manifiesto que la tarea consigue poner en conflicto el conocimiento matemático del futuro profesorado sobre proporcionalidad, mientras que presenta limitaciones en el desarrollo del conocimiento pretendido sobre características del aprendizaje de la proporcionalidad en primaria. Lo anterior permite reflexionar sobre la formación inicial del profesorado en relación con el desarrollo de conocimiento especializado.

Palabras clave: conocimiento del profesor, formación inicial, proporcionalidad, primaria, MTSK.

Abstract

This study examines the design of a task for primary school preservice teacher education aimed at developing knowledge related to teaching proportionality. The model of mathematics teacher's specialised knowledge is used to structure the knowledge expected to be acquired through the implementation of the training task. After presenting the task and justifying the intended specialised knowledge, the main results of its implementation are presented. These results show that the task successfully challenges the future teachers' mathematical knowledge of proportionality, whilst revealing limitations in the development of the intended knowledge regarding the characteristics of learning proportionality in primary education. This allows for reflection on preservice teacher education in relation to the development of specialised knowledge.

Keywords: teachers' knowledge, preservice teacher education, proportionality, primary school, MTSK.

INTRODUCCIÓN

La proporcionalidad, además de contenido del currículo de matemáticas de la Educación Primaria en España, puede propiciar una transformación cognitiva fundamental en el aprendiz, debido a que se sitúa en la intersección donde el pensamiento aritmético, dominado por estructuras aditivas, debe ceder paso o integrarse con estructuras multiplicativas más complejas (Vergnaud, 1983).

El desarrollo de razonamiento proporcional, entendido como la capacidad para interpretar relaciones multiplicativas, comparar razones y comprender la covariación, presenta dificultades durante la Educación Primaria (Sari et al., 2023) y depende en gran medida del tipo de tareas que se proponen en el aula. Según Lamon (2007), las tareas rutinarias (especialmente aquellas centradas en la “regla de tres” o el cálculo mecánico), no son suficientes para posibilitar una comprensión de las relaciones

que implican la noción de proporcionalidad, siendo recomendable proponer la interpretación de razones en contextos significativos y el análisis de variaciones entre magnitudes.

La efectividad de estas tareas depende de la capacidad del docente para identificar y atender el razonamiento proporcional que emerge en la actividad del estudiante (Amador et al., 2025). Es por ello que en este estudio nos centramos en una tarea para la formación inicial de docentes de Primaria que pretende desarrollar su conocimiento especializado (Carrillo et al., 2018) sobre proporcionalidad.

Investigaciones previas han mostrado dificultades en estudiantes para maestro para comprender los significados de razón y proporción (Bufo et al., 2018), coincidiendo con dificultades en futuro profesorado de Secundaria (Burgos et al., 2017).

El objetivo de esta comunicación es presentar y justificar el diseño de una tarea formativa, y evaluar su potencialidad sobre la base de los resultados obtenidos en su implementación. Aunque hay estudios que evalúan el conocimiento del futuro profesorado en relación con la enseñanza de la proporcionalidad, son menos los que se centran en el análisis de la potencialidad de situaciones formativas para propiciar el desarrollo de dicho conocimiento.

MARCO TEÓRICO

Una de las claves del razonamiento proporcional reside en la capacidad de diferenciar cuándo una relación entre cantidades es multiplicativa en lugar de aditiva, así como discernir cuándo una situación tiene propiedades de proporcionalidad, o no. Esta distinción, aunque trivial para un experto, constituye un salto epistemológico para los estudiantes de Primaria (Lamon, 2007).

Algunas de las estrategias empleadas por estudiantes conllevan una sobregeneralización de los modelos lineales (Van Dooren et al., 2010), asumiendo como proporcionales situaciones que solo aparentemente lo son. En ese sentido, pueden utilizar estrategias sin comprender el concepto de razón. Fomentar la resolución de problemas de proporcionalidad desde múltiples estrategias y ofrecer tareas que animen a reflexionar sobre si una situación es proporcional o no, reducen el sesgo de linealidad, permitiendo caracterizar situaciones de proporcionalidad (Kaput y West, 1994).

Diversos estudios han identificado algunas características de tareas que promueven el razonamiento proporcional en Primaria: que hagan explícita la multiplicatividad y exijan analizar la relación entre cantidades, en lugar de las diferencias (Lamon, 2007); que ofrezcan oportunidades para construir la constante de proporción (Steffe y Olive, 2010); que impliquen representaciones variadas y cambios de representación (Kaput y West, 1994); y que contengan contextos realistas (Weiland et al., 2021).

Situamos este estudio en el diseño de tareas para fomentar el desarrollo de conocimiento especializado del futuro profesorado de Primaria para la enseñanza de la proporcionalidad. Para estructurar el conocimiento que se pretende que emerja en la resolución de la tarea propuesta hacemos uso del modelo *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* (MTSK) (Carrillo et al., 2018).

El modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK), parte de la diferenciación de Shulman (1986) entre conocimiento del contenido y didáctico del contenido, añadiendo las concepciones del profesor hacia las matemáticas y su enseñanza y aprendizaje. Poniendo el foco en estos tres dominios, se diferencian subdominios del conocimiento matemático y del conocimiento didáctico del contenido. En este estudio nos centramos en uno de los subdominios del conocimiento matemático, el conocimiento de los temas (*Knowledge of Topics*, KoT) y en uno de los subdominios del conocimiento didáctico del contenido, el conocimiento sobre las características de aprendizaje de las matemáticas (*Knowledge of Features of Learning Mathematics*, KFLM).

El conocimiento de los temas (KoT) pone el énfasis en el conocimiento conceptual y procedimental del profesorado sobre el tema, en este caso proporcionalidad. Se diferencia en este subdominio el conocimiento sobre: situaciones que dan sentido y en las que se pueden aplicar los objetos matemáticos propios del tema, ligados a sus significados (*fenomenología y aplicaciones*), posibles

definiciones y propiedades relativas a los conceptos propios del tema (*definiciones, propiedades y fundamentos*), distintas formas de representación (*registros de representación*) y *procedimientos* propios del tema. En el caso del tema de proporcionalidad, en línea con lo que hemos comentado antes, será importante que el futuro profesor conozca situaciones proporcionales y no proporcionales (conocimiento de *fenomenología y aplicaciones*), comprenda que la proporcionalidad es una relación entre variables e identifique las características de una situación de proporcionalidad, en particular la necesidad de la existencia de una razón de proporcionalidad (*definiciones, propiedades y fundamentos*), conozca distintos procedimientos para resolver situaciones problemáticas de proporcionalidad (tanto las que puedan ser más mecánicas como regla de tres, como otras alternativas como la reducción a la unidad, el uso de razones o de propiedades de la proporcionalidad, así como aplicaciones de la proporcionalidad, como la escala) (*procedimientos*), así como diversos *registros de representación*, relacionados con algunos de los procedimientos o aplicaciones anteriores (como el uso de tablas o los distintos modo de representar una escala).

El conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM) pretende fundamentar el conocimiento sobre los procesos de aprendizaje de un determinado tema matemático. En este estudio nos ceñiremos a dos de las categorías del KFLM diferenciadas en el modelo MTSK: el conocimiento sobre *fortalezas y debilidades en el aprendizaje de las matemáticas* y el conocimiento de sobre *formas de interacción de los estudiantes con el contenido matemático*. En el tema de proporcionalidad, es conveniente que el futuro profesorado conozca la posible dificultad de los estudiantes de Primaria en relación con la sobregeneralización de situaciones de proporcionalidad y para comprender el concepto de razón (*fortalezas y debilidades*), así como posibles estrategias con las que abordan situaciones de proporcionalidad (*formas de interacción*).

METODOLOGÍA

A partir de una situación de aprendizaje sobre proporcionalidad elaborada por el equipo e implementada en un aula de quinto de Educación Primaria (García-Viso et al., 2025), diseñamos una tarea para la formación inicial del profesorado que pretende incidir en el desarrollo de conocimiento sobre proporcionalidad y su aprendizaje.

El material base de la tarea son tres imágenes de una lengua o flecha de tierra (La Flecha de El Rompido) en tres años diferentes (1957, 1977, 2013), que permiten apreciar su evolución (Figura 1).

Figura 1

Ortofoto histórica de la Flecha en 1957, 1977 y 2013



Tras una introducción en la que se explica que se trata de una propuesta didáctica implementada en una clase de quinto de Educación Primaria que aborda una problemática sociocientífica ligada a la lengua de tierra, la tarea se estructura en once actividades. Nos centraremos aquí en las nueve últimas, seleccionando para el análisis aquellos fragmentos que resultan de especial interés y riqueza desde el punto de vista del modelo MTSK (Carrillo et al., 2018).

En las tres primeras, de las que no nos ocuparemos aquí, se pide al futuro profesorado imaginar qué información podría extraer alumnado de quinto de Primaria de las imágenes y proponer contenidos que podrían trabajarse en Primaria a partir de las 3 fotografías.

En la cuarta, se les pide resolver la tarea escolar presentada en la Figura 2.

Figura 2

Tarea escolar sobre el crecimiento longitudinal de la Flecha

SESIÓN 4. ¿CÓMO CRECE!

Te vamos a dar unas imágenes de la Flecha en diferentes fechas. Obsérvalas bien que vamos a averiguar algunas cosas.

- Como ves en las imágenes, la Flecha ha aumentado desde 1957 hasta 2013 que es la foto más reciente que tenemos. ¿En qué ha aumentado? ¿Puedes calcular la diferencia en su longitud? Contesta razonadamente.
- ¿Cómo podríamos trasladar el crecimiento que hemos medido en los mapas a la realidad? Teniendo en cuenta la escala gráfica de los mapas, ¿cómo podemos calcular cuánto ha aumentado sobre el terreno desde 1957 hasta 2013?
- Si en 56 años la longitud de la Flecha ha aumentado en ____ metros. ¿Puedes hacer una previsión de cuánto podría medir en 2032? ¿Puedes explicar en qué te basas para hacer esa previsión?

En las actividades quinta y sexta, se les pide, respectivamente, imaginar posibles respuestas de los estudiantes de Primaria a la tarea escolar y compararlas con respuesta reales (Figuras 3 y 4), evaluando, además, su corrección y describiendo su posible intervención como maestros.

Figura 3

Respuesta a la primera pregunta de la tarea escolar

Gonzalo: Como nos dijeron en la oficina de turismo que por año crecía 30m, lo hemos multiplicado por 57 años que lleva y nos ha dado 1710 [m] y luego le hemos sumado los 500m.

Figura 4

Respuestas a la segunda pregunta de la tarea escolar

Marta: He cogido un lápiz y lo he puesto en un extremo de la escala.
Maestra: Ha puesto el lápiz en el trocito de escala ¿veis? Y ha medido el lápiz cuánto es el trocito de escala y después ¿qué has hecho?
Marta: Y después en mi papel de cebolla de ahí [extremo de la Flecha] he empezado a contar lo que esto serían 500m
Maestra: Claro, porque esto [señala la parte de lápiz] equivale a 500m, entonces ella ha ido poniendo rayitas, 1, 2, 3, 4, 5 [superponiendo la parte del lápiz por el mapa].
Marta: Pues he hecho 1, 2 y 3...
Maestra: Porque el crecimiento sería solamente, desde la primera foto que tenemos de la primera Flecha hasta la última, ¿no? [...] ¿cuánto te ha salido aproximadamente?
Marta: Aproximadamente, creo que 1500m
Maestra: Óscar, tú en lugar de hacer lo que ha hecho Marta, ¿cómo lo has hecho?
Óscar: Pues viendo cuánto media en la última y en la primera y luego restando.
Maestra: ... has usado el mismo método usando la escala y ¿cuánto te da más o menos?
Óscar: He hecho 2 cosas, la que ha hecho Marta me ha dado 1500 [m] y la otra 2000 [m]

En las actividades octava y novena se pide, respectivamente: describir momentos, cotidianos o imaginarios, donde la proporcionalidad tenga sentido; y relacionar las tres imágenes con ideas sobre proporcionalidad. Finalmente, las dos últimas actividades cuestionan sobre la posibilidad de hacer una previsión para dar respuesta a la última pregunta 3 de la tarea escolar.

Desde el punto de vista de la construcción de conocimiento especializado, la resolución de la tarea escolar y las actividades 8, 9, 10 y 11 pretenden el desarrollo de conocimiento sobre proporcionalidad (proporcionalidad directa, escala, expresión gráfica de la escala, situaciones no proporcionales, razón de proporción, cálculo de la razón de proporción, cálculo de longitudes reales a partir de un mapa, falsa linealidad y aproximación de situaciones de crecimiento no lineal) (KoT). Las actividades 5, 6

y 9 persiguen la construcción de conocimiento sobre el pensamiento de los estudiantes sobre la proporcionalidad (estrategias de resolución y falsa linealidad) (KFLM).

La tarea escolar recoge algunos de los requisitos citados en el marco teórico en relación con las características de tareas que promueven el razonamiento proporcional: exige analizar las relaciones entre variables, propiciando la reflexión sobre la necesidad de una razón de proporción, y parte de un contexto realista, que presenta una aplicación de la proporcionalidad (la escala) y posibles representaciones de la misma (como las representaciones a escala y la representación gráfica de la escala). Estas características nos llevan a pensar que puede propiciar el desarrollo de conocimiento del tema y sobre posible pensamiento de estudiantes de Primaria en relación con la proporcionalidad.

En esta comunicación presentamos los resultados sobre la potencialidad de la tarea en la construcción de conocimiento especializado del profesor de matemáticas respondiendo a dos preguntas de investigación: 1) qué conocimiento matemático sobre proporcionalidad propicia la tarea y 2) qué conocimiento sobre el aprendizaje de la proporcionalidad en Primaria propicia la tarea.

Para responder a estas cuestiones desarrollamos un experimento de enseñanza (Molina, 2021), en el que, tras el diseño de la tarea, esta fue implementada en una sesión de 2 horas con un grupo compuesto por 40 estudiantes para maestro (EPM, en adelante) del Grado de Educación Primaria de la Universidad de Huelva, en una materia sobre la medida y su enseñanza y aprendizaje. Se implementó antes de que se abordara la proporcionalidad en el grado, alternándose trabajo en pequeño grupo y discusión en gran grupo. Analizamos los resultados de la implementación a partir de la videograbación del aula formativa, su transcripción y la resolución por escrito individual de la tarea.

Realizamos un análisis de contenido identificando unidades de información cuyo aporte fuera relevante en sí mismo sobre el conocimiento especializado del futuro profesorado, considerando las categorías del KoT y KFLM, en los aspectos antes señalados.

RESULTADOS

Conocimiento matemático sobre proporcionalidad

El análisis de las transcripciones y de las producciones, apoyado en las distintas categorías del KoT, evidencia un cierto avance en la comprensión del concepto de proporcionalidad por parte de los EPM, al menos en el sentido de cuestionarse su conocimiento al respecto.

En la actividad 4 (Figura 2), el análisis de las producciones individuales muestra que los EPM movilizan principalmente conocimiento asociado a la categoría de *procedimientos* del KoT, ya que utilizan la escala del mapa y realizan reglas de tres, divisiones o multiplicaciones para calcular las longitudes reales.

Formador: ¿Alguien que me diga qué cálculo ha realizado para ver cómo aumenta?

EPM1: He medido la longitud que hay en la foto y luego lo he pasado... lo he multiplicado por 500.

Esto se evidencia también en el uso de la equivalencia de medidas que realiza, por ejemplo, otra EPM, al calcular la distancia real a través del mapa (1 cm del mapa equivale a 500 m de la realidad, para aplicarlo a la diferencia de 2,5 cm entre las longitudes de la Flecha en las imágenes primera y última), mostrando así un manejo operativo de la proporcionalidad (KoT -*Procedimientos*). Algunas EPM se apoyan en este cálculo para determinar cuánto crece la Flecha cada año, mientras que otras reconocen que el crecimiento no sigue una razón constante, refiriéndose a él como “más o menos” o “aproximado”. Esta última forma de argumentar sugiere un avance dentro del KoT (*Definiciones, propiedades y sus fundamentos*), en cuanto a la fundamentación de la idea de proporcionalidad (no basta con que aumente con el paso del tiempo, debe darse una razón constante), al comenzar a identificar que el fenómeno real no responde a una relación de proporcionalidad, sino a una tendencia

variable (lo que asociamos a la identificación de fenómenos asociados a la proporcionalidad directa –KoT, *fenomenología*).

La puesta en común posterior confirma la tendencia de que los EPM, de manera generalizada, asocian la proporcionalidad directa a la coincidencia de incrementos en dos variables, sin que sea necesaria una constante (KoT -*Definiciones, propiedades y sus fundamentos*):

Formador: Y luego lo has multiplicado por 500, que es la escala. Y eso ¿qué es lo que te ha dado?

EPM2: Depende de qué foto.

Formador: Y con esas medidas que has llevado a cabo ¿has visto una relación de proporcionalidad?

EPM2: Sí, cuanto más pasan los años, más grande es la Flecha.

En la actividad 8, se evidencia KoT relacionado con la categoría de *Fenomenología*, al evocar contextos cotidianos donde la proporcionalidad está presente:

EPM 3: La proporcionalidad es lo de pasar las proporciones.

EPM 4: La proporcionalidad tú tienes que saber las proporciones para poder hacer un bizcocho.

EPM 3: No, te estás equivocando con las fracciones.

EPM 5: Las proporciones es lo de las escalas, 1 centímetro 500 metros.

EPM 3: Cuando te vas a comprar una casa y miras los planos.

Otros ejemplos, evidencian cuestionamiento sobre el tipo de relación entre variables: “el peso y la altura de una persona con la talla que usa, [...] mi idea era que, si pesas 80 kilos tienes una 42. Se supone que, si pesases 90 tendrías más, pero esa es mi duda, porque también entra en juego la estatura”. Lo anterior se puede asociar con una etapa intermedia en la comprensión del concepto de proporcionalidad en relación con las categorías de *Fenomenología* y *Definiciones, propiedades y sus fundamentos*. En esta etapa los EPM reconocen diferentes contextos de proporcionalidad, aunque todavía presentan dificultades para distinguir entre relaciones proporcionales y no proporcionales, y se cuestionan si es necesario que exista una razón constante entre las variables. Este conocimiento fenomenológico podría ampliarse con la actividad 9, al vincularse la proporcionalidad con los cambios observados en las imágenes de la Flecha, identificándose posibles situaciones de proporcionalidad directa (como la inducida en la tarea entre paso del tiempo y crecimiento de la Flecha) e inversa (como aumento en la población y decrecimiento de la vegetación), aunque no llegan a justificar dichas relaciones mediante la existencia de una razón constante. Esto denota persistencia de una concepción incompleta sobre la idea de proporcionalidad asociada a la categoría del KoT (*Definiciones, propiedades y sus fundamentos*).

En las actividades 10 y 11, se observa una consolidación del conocimiento asociado a *Procedimientos* y *Fenomenología* (KoT). Al analizar la afirmación de que la Flecha crece 30 metros al año, algunos estudiantes contrastan la información mediante mediciones y verificaciones con la escala, concluyendo que los datos no coinciden con la realidad. Este tipo de argumentación muestra un uso más analítico de los procedimientos, en el que se emplea la proporcionalidad como herramienta de comprobación y no solo de aplicación mecánica. Otros reconocen que el crecimiento no es uniforme, identificando que no responde a una proporcionalidad directa, sino que dependiendo del año el crecimiento podrá ser diferente. Estas respuestas constituyen una evidencia de avance en el conocimiento de proporcionalidad (KoT, *Definiciones; Fenomenología*) al incorporar la variabilidad y no linealidad como elementos interpretativos del fenómeno.

Conocimiento sobre el aprendizaje de la proporcionalidad

En la actividad 5, en relación con la categoría *fortalezas y debilidades en el aprendizaje de las matemáticas* (KFLM), varias EPM prevén posibles obstáculos en el alumnado de Primaria, como la dificultad en la comprensión de la escala gráfica, pudiendo ocurrir que: “pasan los 2’6 cm [diferencia

de longitud en el mapa] a metros, pues la escala está en esas medidas”. Asimismo, una EPM afirma que estudiantes de Primaria pueden responder que “todos los años no tiene por qué crecer lo mismo”, mientras que otra dice que algunos estudiantes de Primaria podrían aplicar directamente una regla de tres. Ambas respuestas suponen el contraste entre la comprensión de la situación de proporcionalidad y la aplicación inadecuada de la regla de tres. La comparación de las respuestas que imaginaron a la tarea escolar (en la actividad 5) con las que se muestran en la actividad 6, potencia el reconocimiento del fenómeno de falsa linealidad. Algunos EPM son conscientes de que reproducen razonamientos similares a los del alumnado de Primaria “mis respuestas dadas en la actividad 5 vuelven a asemejarse a las respuestas de los alumnos”, lo que pone de relieve dificultades en el desarrollo de KFLM, pudiendo suponer un primer cuestionamiento del *conocimiento sobre el tema* (KoT).

En la Actividad 9, los EPM muestran nuevamente cómo anticipan respuestas del alumnado. Algunos esperan que los estudiantes perciban el crecimiento en la longitud de la Flecha como directamente proporcional, mientras que otra EPM apunta a que los estudiantes de Primaria pueden pensar que “el aumento respecto al tiempo no es proporcional, pues no aumenta en la misma cantidad [...] no es como el mar que va subiendo cada año, la urbanización no es progresiva, se urbaniza si el humano lo decide”. De este modo, parece expresar que la situación puede plantear la necesidad de un crecimiento constante, suponiendo un cuestionamiento sobre cómo puede pensar el alumnado de Primaria.

CONCLUSIONES

En conjunto, los resultados de la implementación de la tarea reflejan una progresión dentro del KoT desde un conocimiento predominantemente procedimental, en la que prima la aplicación mecánica de reglas de cálculo, a revisar la adecuación de la idea de proporción al contexto real, cuestionando la constancia de la razón y reconociendo los límites de la proporcionalidad en la situación. Esta evolución sugiere una articulación progresiva entre las categorías del KoT (fundamentalmente en relación con el conocimiento de *Procedimientos, Definiciones y Fenomenología*), en la que la proporcionalidad deja de ser entendida como técnica de resolución para convertirse en un objeto matemático relacional, dependiente de las magnitudes implicadas y de las condiciones de constancia.

La tarea permite, por tanto, fortalecer la necesidad de razón de proporcionalidad, lo que se relaciona con una mejor comprensión del tópico en el caso de estudiantes para maestros (Bufo et al., 2018).

En relación con el desarrollo de KFLM relativo a la proporcionalidad, consideramos que los resultados indican que la tarea formativa debe fortalecerse o completarse con otras tareas formativas. Las respuestas reales del estudiantado de Primaria presentadas en la tarea formativa favorecen, en general, el cuestionamiento del propio conocimiento del tema y, si acaso, el conocimiento de algunas dificultades esperables en alumnado de Primaria. Estos resultados refuerzan el reto especial que supone el desarrollo de KFLM en la formación inicial de profesorado de matemáticas y la necesidad de seguir explorando el diseño de situaciones que lo posibiliten.

Esta investigación espera responder a la necesidad de estudiar cómo diseñar oportunidades de aprendizaje adecuadas (atendiendo al desarrollo de conocimientos, creencias y competencias) y su respaldo con resultados empíricos (Wasserman et al., 2023).

Agradecimientos

Proyecto PID2021-122180OB-I00 (Gobierno de España), Proyecto PID2024-158877NB-I00 financiado por MICIU/AEI /10.13039/501100011033/FEDER, UE. Centro de Investigación COIDESO (U. de Huelva). Grupo DESYM (HUM-168). Red MTSK, auspiciada por la AUIP.

Referencias

Amador, J. M., Glassmeyer, D. y Brakoniecki, A. (2025). Teachers’ noticing of proportional reasoning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 28(4), 879-907. <https://doi.org/10.1007/s10857-024-09625-7>

- Buform, À., Llinares, S. y Fernández, C. (2018). Características del conocimiento de los estudiantes para maestro españoles en relación con la fracción, razón y proporción. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 23(76), 229-251. <http://hdl.handle.net/10045/73969>
- Burgos, M., Giacomone, B., Beltrán-Pellicer, P. y Godino, J. D. (2017). Reconocimiento de niveles de algebrización en una tarea de proporcionalidad por futuros profesores de matemáticas de secundaria. En J.M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M.L. Callejo y J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 177-186). SEIEM.
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M. y Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- García-Viso, P., De Las Heras, M.Á., Climent, N. y Pérez, L.R. (2025). Situación de aprendizaje para el estudio de la controversia sociocientífica del espacio protegido de la Flecha del Rompido. Una visión integrada desde las ciencias naturales y las matemáticas en primaria. En A.A. Lorca (Coord.), *Situaciones de aprendizaje interdisciplinares en patrimonios naturales* (pp. 193-210). Octaedro.
- Kaput, J. y West, M. M. (1994). Missing-value proportional reasoning problems: Factors affecting informal reasoning patterns. En G. Harel, y J. Confrey (Eds.), *The Development of Multiplicative Reasoning in the Learning of Mathematics* (pp. 235-287). State University of New York Press.
- Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework. En F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 629-667). Routledge. <https://doi.org/10.1108/978-1-28141-200-320251019>
- Molina, M. (2021). Investigación de diseño educativa: un marco metodológico en evolución. En Diago, P. D., Yáñez D. F., González-Astudillo, M. T. y Carrillo, D. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 83-97). SEIEM.
- Sari, Y. M., Fiangga, S., El Milla, Y. I. y Puspaningtyas, N. D. (2023). Exploring students' proportional reasoning in solving guided-unguided area conservation problems: A case of Indonesian primary students. *Journal on Mathematics Education*, 14(2), 375-394.
- Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *American Educational Research Association*, 15(2), 4-14.
- Steffe, L. P. y Olive, J. (2010). *Children's fractional knowledge*. Springer.
- Van Dooren, W., De Bock, D. y Verschaffel, L. (2010). From addition to multiplication... and back. The development of students' additive and multiplicative reasoning skills. *Cognition and Instruction*, 28(3), pp. 360-381.
- Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. En R. Lesh, y M. Landau, (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (pp. 127-174.) Academic Press.
- Wasserman, N. H., Buchbinder, O. y Buchholtz, N. (2023). Making university mathematics matter for secondary teacher preparation. *ZDM Mathematics Education*, 55, 719-736. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01484-5>
- Weiland, T., Orrill, C.H., Nagar, G.G., Brown, R. E. y Burke, J. (2021). Framing a robust understanding of proportional reasoning for teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 24(2), 179-202. <https://doi.org/10.1007/s10857-019-09453-0>