

# UN ANÁLISIS DE LAS COMPONENTES DE CONEXIÓN Y RAZONAMIENTO DE SENTIDO NUMÉRICO

## An analysis of the connections and reasoning components of number sense

Jiménez-Rubiano, L.<sup>a</sup>, Piñeiro, J. L.<sup>b</sup> y Ruiz-Hidalgo, J. F.<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Universidad de Granada (España), <sup>b</sup>Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación (Chile)

### Resumen

*El sentido numérico se concibe como un sistema de componentes interrelacionadas que articulan conocimientos, habilidades y procesos cognitivos. Entre ellas, las componentes de relaciones y razonamientos poseen un carácter estructural, que no describen contenidos específicos sino conexiones y regulaciones entre los procesos. El objetivo es describir teóricamente ambas componentes a partir de un análisis de contenido de su significado, funciones y papel dentro del sistema de componentes de sentido numérico. Los resultados muestran que las relaciones actúan como eje integrador que organiza el conocimiento en redes de significado, mientras que los razonamientos cumplen una función reguladora al justificar, evaluar y validar procedimientos. Ambas componentes constituyen mecanismos transversales indispensables para la coherencia, flexibilidad y profundidad de sentido numérico.*

**Palabras clave:** habilidades numéricas, aprendizaje del número, relaciones, educación primaria.

### Abstract

*Number sense is conceived as a system of interrelated components that integrate knowledge, skills, and cognitive processes. Among them, the components of connections and reasoning play a structural role, as they do not refer to specific mathematical content but rather to the connections and regulatory processes that organise the system. This study aims to provide a theoretical description of these two components through a content analysis of their meaning, functions, and role within the system of number sense components. The findings indicate that connections act as an integrating axis that organizes mathematical knowledge into networks of meaning, whereas reasoning performs a regulatory function by justifying, evaluating, and validating procedures. Together, these components operate as transversal mechanisms that support the coherence, flexibility, and depth of number sense.*

**Keywords:** numeracy skills, number learning, relationships, primary education.

### INTRODUCCIÓN

La noción de sentido numérico (SN) aún no cuenta con una definición plenamente consensuada en la literatura. No obstante, entre las diversas conceptualizaciones, existen elementos comunes que permiten describirlo como «la comprensión general que va desarrollando una persona al interpretar y usar conceptos numéricos y operacionales, relacionarlos y emitir juicios, lo que le permite ser versátil en el diseño de estrategias de cálculo y desenvolverse en contextos y situaciones diversas de la vida cotidiana» (Jiménez-Rubiano et al., 2024a, p. 23).

Actualmente, existe consenso en que el SN no constituye una habilidad aislada, sino un sistema cognitivo complejo donde las ideas matemáticas se modifican y articulan dinámicamente (p. ej., De Gamboa et al., 2024b; Sowder, 1992). Desde esta perspectiva, las componentes vinculadas a las relaciones, conexiones y razonamientos adquieren un papel particularmente relevante, ya que no solo describen habilidades específicas, sino que actúan como mecanismos estructuradores que integran y regulan el funcionamiento global del sistema. Bajo esta premisa, surge la necesidad de examinar con mayor profundidad las

componentes asociadas a las relaciones, conexiones y razonamientos, analizando cómo las conexiones intra- y extramatemáticas promueven la flexibilidad en el uso del conocimiento.

Un estudio previo mostró que, en el sistema de los números naturales, las componentes de conexión y razonamiento articulan representaciones, procedimientos e interpretaciones numéricas (Jiménez-Rubiano et al., 2024a). No obstante, al circunscribirse a los naturales, queda por determinar si dichas conexiones se conservan o se reconfiguran en otros sistemas numéricos, especialmente en fracciones y decimales, cuyos significados introducen relaciones epistemológicas y semióticas distintas. En consecuencia, el problema que aborda esta investigación consiste en la ausencia de una caracterización teórica que permita comprender cómo las componentes de conexión y razonamiento del SN se mantienen o se transforman al transitar entre distintos sistemas numéricos. En respuesta a este problema, el objetivo del estudio es analizar y profundizar en la descripción de la posible variación de estas relaciones entre componentes del SN según el sistema numérico considerado, aspecto que aún no ha sido abordado en la literatura. Aunque algunas normativas curriculares incluyen también los enteros negativos, en la investigación no los consideramos.

## **EL SENTIDO NUMÉRICO COMO SISTEMA DE COMPONENTES**

Al no existir una definición consensuada de SN (Adamuz-Povedano, 2023; Ghazali et al., 2021; Whitacre et al., 2020), la literatura proporciona desde definiciones e indicadores de su desarrollo —porque los sujetos manifiestan la presencia de ciertas acciones—. Otros lo describen por medio de conjuntos de habilidades que lo caracterizan, denominadas componentes, que suelen estar descritas en términos de destrezas observables (Ghazali et al., 2021; Whitacre et al., 2020) y que permiten identificarlo y evaluarlo al tener elementos comunes (p. ej., NCTM, 2000; Reys y Yang, 1998). Siguiendo la caracterización de Sowder (1992), subrayamos como fundamental de un buen desarrollo del SN las capacidades de relacionar, emitir juicios, actuando con flexibilidad, frente a problemas que permiten emplear los números.

El estudio de SN ha evolucionado desde enfoques centrados en habilidades aisladas (p. ej., Yang, 2019) hacia perspectivas sistémicas que lo conciben como una red estructurada de componentes interdependientes (p. ej., Chen et al., 2017; Jiménez-Rubiano et al., 2024a, 2024b). Diversas propuestas teóricas distinguen componentes que describen habilidades específicas —como estimar o representar— y otras que cumplen funciones estructurales dentro del sistema. Entre estas últimas, destacan las componentes vinculadas con las conexiones y los razonamientos, cuyo rasgo distintivo es que no representan contenidos matemáticos particulares, sino procesos que articulan, conectan y regulan el funcionamiento global de SN (p. ej., De Gamboa et al., 2024b; McIntosh et al., 1992).

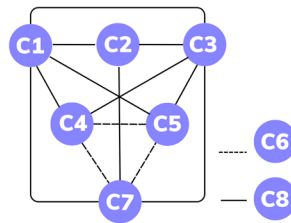
Los razonamientos y las conexiones matemáticas son situados como interconexiones a lo largo de las componentes del SN (McIntosh et al., 1992) o como elemento central de SN (De Gamboa et al., 2024a), debido a que el SN implica no solo el dominio de conceptos y operaciones, sino también la capacidad de establecer relaciones entre números, operaciones, representaciones y situaciones problemáticas y la capacidad de razonar los procesos (p. ej., De Gamboa et al., 2024a, 2024b; Jiménez-Rubiano et al., 2024; McIntosh et al., 1992). Estas relaciones son, por un lado, las conexiones matemáticas que se establecen entre dos objetos matemáticos ya sean conceptos, procedimientos, teoremas, argumentos o representaciones (Businskas, 2008; Dolores-Flores y García-García, 2017) y, por otro, las relaciones de las matemáticas con fenómenos de la vida real y con otras materias (extramatemáticas) (Businskas, 2008; Rodríguez-Nieto, 2025).

El desarrollo de SN supone, por tanto, no solo dominar contenidos, sino coordinar múltiples procesos de forma coherente y flexible. El estudio de Jiménez-Rubiano et al. (2024a) identifica ocho componentes basadas en fundamentos epistemológicos y funcionales de la matemática escolar. Dos relativas a: conexiones (C6) y razonamientos (C8); y las otra seis relativas al número y operaciones: representaciones del número (C1), interpretación y uso del número en contexto (C2), estructuras numéricas de cada sistema

relacional (C3), uso de las operaciones en contextos (C4), uso flexible de las propiedades de las operaciones (C5) y crear procedimientos menos convencionales (C7), (ver Figura 1).

**Figura 1**

Relación de componentes de SN para los números naturales (Jiménez-Rubiano et al., 2024a)



En el entramado de componentes, algunas describen acciones cognitivas específicas, mientras que las relaciones son descritas por capacidades de las componentes C6 y C8. Por lo que C6 y C8 tienen un carácter transversal y sin ellas las habilidades numéricas permanecerían como fragmentos de información sin cohesión funcional. Están definidas para los naturales como:

*C6. Conexión entre las operaciones.* Alude a la comprensión de las operaciones como un sistema interconectado, de modo que el sujeto pueda establecer vínculos entre ellas y utilizarlas de forma flexible en la resolución de problemas (McIntosh et al., 1992). En consecuencia, las conexiones asociadas a C6 se hacen visibles cuando se articulan el uso flexible de las propiedades de las operaciones, la conexión entre operaciones y los procedimientos no convencionales de cálculo, cálculo mental, aproximación y estimación.

*C8. Los razonamientos.* Constituyen la secuencia argumentativa mediante la cual se establecen nuevas relaciones entre las unidades de información que integran un concepto (Rico, 1997), y se manifiestan cuando el sujeto reflexiona sobre los números, las operaciones y los resultados obtenidos, justificando los procedimientos empleados (McIntosh et al., 1992). Así, las relaciones serán expresadas como conexiones entre capacidades intercomponentes y serán particulares para el sistema de los números naturales y generalizables a otros sistemas numéricos solo en algunos casos.

## SISTEMA (RELACIONAL) NUMÉRICO

La noción de sistema numérico alude a un conjunto de números en el que intervienen al menos una operación como un sistema numérico (Skemp, 1993). Rico et al. (2020) sostienen que, puesto que estos conjuntos se organizan a partir de relaciones—como el orden total en los números naturales—, la organización de los contenidos matemáticos escolares debe atender no solo al objeto y a la operación, sino también a las relaciones que los articulan. En este marco, el sistema relacional numérico se entiende como un conjunto de objetos matemáticos vinculados entre sí. En el ámbito escolar no se requiere la noción de estructura matemática, pero estos sistemas se caracterizan por articular objetos, relaciones de orden y equivalencia, y operaciones binarias con propiedades específicas, como ocurre con los naturales, los decimales, las fracciones o los enteros. En este sentido, un sistema relacional numérico proporciona un marco para actuar matemáticamente de forma coherente, ya que establece reglas de funcionamiento y relaciones de orden, igualdad y equivalencia.

## MÉTODO

El estudio adopta un enfoque teórico-conceptual basado en la perspectiva semántica del conocimiento matemático escolar (Rico, 2012), según la cual los significados matemáticos se organizan mediante contextos, representaciones, fenómenos y modos de uso que otorgan sentido a los contenidos matemáticos (p. ej., Ruiz-Hidalgo, 2016). Se realizó un análisis de contenido (Krippendorff, 2004) de los significados asociados a los sistemas relacionales numéricos naturales, fraccionarios y decimales, apoyado en investigaciones sobre significado y organización del conocimiento

matemático escolar (Castro y Ruiz-Hidalgo, 2015, Lupiáñez, 2016; Rico et al., 2008; entre otros). Complementariamente, se revisó literatura especializada sobre razonamiento numérico y SN en dichos sistemas. Se tomaron como categorías de análisis las componentes de conexiones y razonamientos tomadas de Jiménez-Rubiano et al. (2024a, 2024b). Las unidades de análisis estuvieron constituidas por fragmentos de texto que describen habilidades matemáticas, dificultades de aprendizaje, formas de razonamiento y usos de los números y las operaciones. La información se organizó mediante las categorías conexiones y razonamientos, lo que permitió identificar transformaciones de las habilidades asociadas al SN entre sistemas numéricos y describirlas.

## COMPONENTE C6: CONEXIÓN ENTRE LAS OPERACIONES

Conectar implica identificar semejanzas, diferencias, equivalencias, inclusiones y correspondencias entre objetos matemáticos. En el ámbito operacional, esto supone reconocer regularidades, interpretar procedimientos y establecer vínculos entre representaciones, propiedades y significados de las operaciones. Por ejemplo, comprender que el producto en los números naturales suele amplificar mientras que en fracciones puede reducir (Tian y Siegler, 2018), explicar por qué funciona un algoritmo (Eli et al., 2011) o reconocer que un procedimiento cambia su interpretación según la representación utilizada.

Con el propósito de analizar cómo las conexiones se organizan en distintos sistemas numéricos, la categoría C6 se operacionaliza como un conjunto de conexiones estructurales entre propiedades de las operaciones, representaciones y procedimientos. Estas relaciones pueden clasificarse en tres niveles analíticos: 1) vínculos dentro de un mismo concepto, (p. ej., distintas representaciones de un número); 2) conexiones entre conceptos distintos, (p. ej., relación entre fracción y división; y 3) correspondencias entre sistemas relacionales numéricos, que permiten reconocer regularidades y transformaciones. Estos niveles evidencian que C6 funciona como un mecanismo de integración conceptual que organiza el conocimiento numérico operacional mediante redes de conexiones (p. ej., Eli et al., 2011). La Figura 2 recoge las manifestaciones empíricas de estas formas de conexión, derivadas de los elementos de significado. Esta separación tiene únicamente una función analítica y comparativa, ya que la componente de conexión se concibe como transversal, pero se manifiesta de forma distinta según los significados del sistema.

**Figura 2**

Elementos de significado de naturales, fraccionarios y decimales para conexiones

|                      | <i>Conexiones intra e interconceptuales (dentro del sistema)</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | <i>Conexiones intersistémicas (entre sistemas numéricos)</i>                                                                                                                                                                 |
|----------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Naturales</b>     | Conectar algoritmos con propiedades de las operaciones de los naturales<br>Reconocer que un algoritmo dependiendo de la representación usada no puede interpretarse igual<br>Reconocer hechos relacionados con la suma y el producto (p. ej., estabilidad del aumento en suma y producto)<br>Identificar y diferenciar las relaciones de orden (identidad, igualdad y desigualdad)<br>Descripción del proceso seguido en un cálculo con naturales | Establecimiento de regularidades iniciales respecto a otros sistemas (anticipación de cambios en fracciones y decimales)                                                                                                     |
| <b>Fraccionarios</b> | Conectar algoritmos con propiedades de las operaciones de las fracciones<br>Reconocer que un algoritmo dependiendo de la representación usada no puede interpretarse igual<br>Identificación de efectos no invariantes de las operaciones (p. ej., el producto puede reducir)<br>Identificar y diferenciar el proceso para determinar las relaciones de orden<br>Descripción del proceso seguido en un cálculo con fracciones                     | Comparación con naturales: ruptura de la idea de “siempre aumenta”<br>Primeras conexiones estructurales con decimales (equivalencia fracción–decimal)                                                                        |
| <b>Decimales</b>     | Reconocer que un algoritmo dependiendo de la representación usada no puede interpretarse igual<br>Conectar algoritmos con propiedades de las operaciones de los decimales<br>Comprensión de la variabilidad del efecto de las operaciones (no invariancia del producto o división)<br>Identificar y diferenciar el proceso para determinar las relaciones de orden<br>Descripción del proceso seguido en un cálculo con decimales                 | Traducción entre representaciones decimal, fraccionaria y porcentaje.<br>Relación entre orden decimal y estructura posicional<br>Establecer similitudes y diferencias entre los algoritmos estándar de naturales y decimales |

Las habilidades asociadas a C6 permiten construir redes de conexiones entre propiedades, representaciones, procedimientos y significados de las operaciones. En este sentido, la componente de conexión puede interpretarse como una estructura transversal del SN para la operatoria, cuya función es articular y reorganizar el conocimiento matemático al transitar entre distintos sistemas numéricos.

## COMPONENTE C8: RAZONAR SOBRE HECHOS, PROCEDIMIENTOS Y RESULTADOS

El razonamiento matemático incluye procesos metacognitivos tales como anticipar resultados, verificar coherencia, detectar errores, justificar decisiones (p. ej., García-García y Dolores-Flores, 2018) —dar cuenta y razón—. C8 implica que el sujeto se cuestione, tal cual lo manifiestan Reys y Barger (1992) mediante preguntas clave, el antes, el durante y el después de la resolución de una tarea. No se trata de un conjunto de habilidades estáticas, sino que está presente en aquellas acciones que facilitan la toma de decisiones acertadas (Businskas, 2008). La Figura 3 organiza los elementos de significado asociados a la componente C8 en naturales, fraccionarios y decimales. Para su análisis, se identificaron seis dimensiones: 1) razonamiento sobre representaciones, 2) comparación y diferenciación, 3) inferencia, 4) metacognición, 5) justificación de procedimientos y resultados y 6) razonamiento sobre hechos, procedimientos y resultados.

**Figura 3**

Elementos de significado de naturales, fraccionarios y decimales para razonamientos

|                      | <i>Intra e interconceptuales<br/>(dentro del sistema)</i>            | <i>Intersistémicas<br/>(entre sistemas numéricos)</i>                                                                                                             | <i>Razonamientos<br/>más generales</i>                                                                                       |
|----------------------|----------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Naturales</b>     | Razonar sobre el uso de diferentes representaciones de naturales     | Razonar frente al uso de pasar de una representación a otra entre sistemas relacionales numéricos                                                                 | Utilizar metacognición                                                                                                       |
| <b>Fraccionarios</b> | Razonar sobre el uso de diferentes representaciones de fraccionarios | Razonar frente al uso de pasar de una representación a otra entre sistemas relacionales numéricos<br>Razonar sobre las relaciones entre fraccionarios y decimales | Explicar la conveniencia o no de hacer cálculos exactos o aproximados en determinadas situaciones.<br>Comparar y diferenciar |
| <b>Decimales</b>     | Razonar sobre el uso de diferentes representaciones de decimales     | Razonar frente al uso de pasar de una representación a otra entre sistemas relacionales numéricos                                                                 | Discutir la idoneidad de los resultados dentro de sus contextos.<br>Justificar o argumentar “dar cuenta y razón”             |

La componente de razonamientos no depende de contenidos específicos ni de sistemas numéricos particulares. Así, se convierte en componente estructuradora de SN con un mecanismo regulador que supervisa el uso del conocimiento matemático y es responsable de organizar el conocimiento en redes coherentes cuando se trabaja con naturales, fraccionarios y decimales.

## REFLEXIONES FINALES

Los resultados permiten enriquecer la descripción de las componentes de conexión y razonamiento y ratificar que no son meras capacidades específicas de los objetos matemáticos, sino conexiones entre los descriptores de las demás componentes, que abarcan a todos los sistemas numéricos considerados. Al fortalecer estas conexiones y razonamientos asociados, se construye una red que facilita la transferencia de conocimientos y la flexibilidad estratégica del SN. Esto cobra especial relevancia si se considera que muchas de las dificultades de aprendizaje en matemáticas se explican por la incapacidad del estudiantado para relacionar procedimientos, representaciones y significados (Rodríguez-Nieto, 2025). En este sentido, los hallazgos de esta investigación son coherentes con los planteamientos de McIntosh et al. (1992) y Sowder (1992), en la medida en que dichas interconexiones apuntan a un proceso de supervisión que articula el SN con la metacognición. Así,

una persona con buen SN no solo llega al resultado, sino que reflexiona sobre los números y las operaciones involucradas.

Mientras que las conexiones establecen «puentes» conceptuales intra y extramatemáticos de las operaciones al igual que la componente de razonamiento, esta última también actúa como el mecanismo regulador que justifica y valida esos puentes mediante el razonamiento y la reflexión sobre las propias acciones. Entonces la componente de razonamiento se describe como la secuencia argumental necesaria para establecer nuevas relaciones entre unidades de información. Estas conexiones son las que facilitan el tránsito entre sistemas numéricos (de naturales a fraccionarios y a decimales) (p. ej., De Gamboa et al., 2024b). Así entendido, el conocimiento matemático adopta un carácter funcional ya que debe ser activado al interpretar o resolver situaciones. Esta concepción del conocimiento matemático se ajusta a la orientación funcional que el desarrollo curricular actual defiende sobre el aprendizaje de las matemáticas escolares (Ruiz-Hidalgo, 2016), por lo que la orientación funcional del aprendizaje escolar numérico se materializa a través de estas componentes transversales.

En la estructura reticular de SN, las componentes de conexiones y razonamientos representan aquellos procesos cognitivos de orden superior que vinculan el SN con la metacognición. Las conexiones (C6) relacionan el uso flexible de propiedades (C5) con procedimientos no convencionales (C7), mientras los razonamientos (C8) atraviesan todo el modelo, permitiendo que el conocimiento del sistema (C3), los diferentes usos del número (C2) y las representaciones (C1) se utilicen de manera intencional y razonada. Esta interpretación se sustenta en las ideas de Eli et al. (2011), De Gamboa et al. (2024b) y García-García y Dolores-Flores (2018).

## CONCLUSIONES

Las componentes de conexiones y razonamientos se consolidan como ejes organizadores estructurales del SN. Su análisis revela que el desarrollo efectivo del SN trasciende el dominio procedimental hacia la capacidad de relacionar o conectar conceptos y razonar, elementos esenciales para resolver problemas y evaluar la comprensión conceptual.

Tal como indica NCTM (2000), «el SN debería avanzar hacia niveles cada vez más complejos de construcción de ideas y destrezas, de reconocimiento y uso de relaciones para resolver problemas de conexión de nuevos aprendizajes con los anteriores» (p. 81). Las conexiones actúan como mecanismos integradores de procedimientos, mientras, los razonamientos operan como mecanismos que conectan conocimiento, regulan metacognitivamente la coherencia conceptual, validando y justificando la actividad matemática. Ambas, configuran la base estructural de un SN flexible, crítico y significativo.

Esta caracterización ratifica la organización propuesta por Jiménez-Rubiano et al. (2024a) y explica parte de la flexibilidad del SN para los sistemas numéricos estudiados. Futuras investigaciones podrían verificar estas componentes en otros sistemas numéricos y diseñar secuencias didácticas para su desarrollo en educación primaria.

## Referencias

- Adamuz-Povedano, N. (2023). Treinta años de investigaciones sobre desarrollo del sentido numérico en educación primaria. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo y P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 11-25). SEIEM. <https://seiem.es/docs/actas/26/Seminarios/011.pdf>
- Businskas, A. M. (2008). *Conversations about connections: How secondary mathematics teachers conceptualize and contend with mathematical connections* [Doctoral dissertation]. Simon Fraser University.
- Castro, E. y Ruiz-Hidalgo, J. F. (2015). Aritmética de los números naturales: estructura multiplicativa. En I. Segovia y L. Rico (Coords.), *Matemáticas para maestros de Educación Primaria* (pp. 99-122). Pirámide.

- Chen, F., Yan, Y. y Xin, T. (2017). Developing a learning progression for number sense based on the rule space model in China. *Educational Psychology*, 37(2), 128-144. <https://doi.org/10.1080/01443410.2016.1239817>
- De Gamboa, G., Caviedes, S. y Badillo, E. (2024a). El papel de las conexiones intramatemáticas en el aprendizaje de los números decimales. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 25, 131-149. <https://doi.org/10.35763/aiem25.6399>
- De Gamboa, G., Caviedes, S. y Badillo, E. (2024b). Conexiones y razonabilidad en el desarrollo del sentido numérico. En N. Adamuz-Povedano, E. Fernández-Ahumada, N. Climent y C. Jiménez-Gestal (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVII* (pp. 177-184). SEIEM.
- Dolores-Flores, C. y García-García, J. (2017). Conexiones intramatemáticas y extramatemáticas que se producen al resolver problemas de Cálculo en contexto: un estudio de casos en el nivel superior. *Bolema*, 31(57), 158-180. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a08>
- Eli, J. A., Mohr-Schroeder, M. J. y Lee, C. W. (2011). Exploring mathematical connections of prospective middle-grades teachers through card-sorting tasks. *Mathematics Education Research Journal*, 23(3), 297-319. <https://doi.org/10.1007/s13394-011-0017-0>
- García-García, J. y Dolores-Flores, C. (2018). Intra-mathematical connections made by high school students in performing Calculus tasks. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(2), 227-252. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2017.1355994>
- Ghazali, M., Mohamed, R. y Mustafa, Z. (2021). A systematic review on the definition of children's number sense in the primary school years. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 17(6). <https://doi.org/10.29333/ejmste/10871>
- Jiménez-Rubiano, L., Piñeiro, J. L. y Ruiz-Hidalgo, J. F. (2024a). Sentido numérico: relación de sus componentes desde el significado del número natural. *Revista de Educación de la Universidad de Granada*, 31, 19-34. <https://doi.org/10.30827/reugra.v31.30760>
- Jiménez-Rubiano, L., Piñeiro, J. L. y Ruiz-Hidalgo, J. F. (2024b). Transición entre sistemas numéricos para describir el sentido numérico. En N. Adamuz-Povedano, E. Fernández-Ahumada, N. Climent y C. Jiménez-Gestal (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVII* (pp. 329-336). SEIEM.
- Krippendorff, K. (2004). *Content analysis: An introduction to its methodology*. SAGE
- Lupiañez, J. L. (2016). Sistemas de representación. En L. Rico y A. Moreno (coords.). *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de secundaria* (pp. 119-136). Pirámide.
- McIntosh, A., Reys, B. J. y Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12(3), 2-8.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*.
- Reys, B. J. y Barger, R. (1992). *Developing number sense in the middle grades* (3rd repr.). National Council of Teachers of Mathematics.
- Reys, R. E. y Yang, D. (1998). Relationship between computational performance and number sense among sixth- and eighth-grade students in Taiwan. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(2), 225-237. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.29.2.0225>
- Rico, L. (1997). *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Horsori.
- Rico, L. (2012). Aproximación a la investigación en Didáctica de la Matemática. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 1, 39-63. <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i1.4>
- Rico, L., Marín, A., Lupiañez, J. L. y Gómez, P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. El caso de los números naturales. *SUMA*, 58, 7-23.
- Rico, L., Martín-Fernández, E. y Ruiz-Hidalgo, J. F. (2020). Significados y sistemas en trigonometría escolar. En E. Castro-Rodríguez, E. Castro, P. Flores y I. Segovia (Coords.), *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Enrique Castro* (pp. 197-220). Octaedro.

- Rodríguez-Nieto, C. A. (2025). The extended Theory of Connections (ETC) and its contributions to Mathematics Education: Some reflections on the path taken. *Math-Edu: Jurnal Ilmu Pendidikan Matematika*, 10 (1), 108-133.
- Ruiz-Hidalgo, J. F. (2016). Sentido y modos de uso de un concepto. En L. Rico y A. Moreno (Eds.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de secundaria* (pp. 139-151). Pirámide.
- Skemp, R. R. (1993). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas* (2a. ed.). Morata.
- Sowder, J. (1992). Estimation and number sense. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 371-389). MacMillan.
- Tian, J. y Siegler, R.S. (2018). Which type of rational numbers should students learn first? *Educational Psychology Review*, 30, 351-372. <https://doi.org/10.1007/s10648-017-9417-3>
- Yang, D. C. (2019). Development of a three-tier number sense test for fifth-grade students. *Educational Studies in Mathematics*, 101, 405–424. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9874-8>
- Whitacre, I., Henning, B. y Atabaş, Ş. (2020). Disentangling the research literature on number sense: Three constructs, one name. *Review of Educational Research*, 90(1), 95-134. <https://doi.org/10.3102/0034654319899706>