

LA PERSISTENCIA DEL MODELO PARTE-TODO FRENTE AL SIGNIFICADO DE MEDIDA: UN ESTUDIO SOBRE EL RAZONAMIENTO DE MAESTROS EN FORMACIÓN ANTE TAREAS DE MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES.

The persistence of the part–whole interpretation over the measurement meaning: evidence from pre-service primary teachers’ reasoning in fraction multiplication tasks

López, A., Arias, M., Lascorz-Lozano, L., Mengual, E. y Rodríguez-Crespo, M.

Universidad de Zaragoza

Resumen

Esta investigación analiza el conflicto cognitivo que surge en futuros maestros de Educación Primaria al interpretar una tarea de multiplicación de fracciones desde el modelo de medida. La muestra fue intencional y estuvo compuesta por 18 estudiantes del grado de Maestro en Educación Primaria de la Universidad de Zaragoza. Los participantes debían justificar el proceso de resolución de un estudiante hipotético que utiliza únicamente representaciones gráficas. El objetivo es analizar en qué medida el significado parte–todo, predominante en la instrucción escolar, actúa como obstáculo para reconocer la fracción como una unidad de medida iterable. Como señalan Fazio y Siegler (2020), comprender las fracciones como magnitudes en una escala numérica es un predictor clave del éxito matemático. El análisis de las producciones escritas revela dificultades para pasar de la partición visual a la justificación conceptual del algoritmo desde el significado de medida.

Palabras clave: conflicto cognitivo, fracción como medida, número racional, significado parte-todo.

Abstract

This study examines the cognitive conflict that arises in pre-service primary teachers when interpreting a fraction multiplication task from a measurement perspective. The sample consisted of 18 pre-service teachers who were asked to justify the solution of a hypothetical student using only graphical representations. The aim is to analyse to what extent the part–whole meaning—predominant in school instruction—acts as an obstacle to recognising fractions as iterable units of measure. As noted by Fazio and Siegler (2020), understanding fractions as magnitudes on a numerical scale predicts later mathematical success; however, the bias towards dividing a discrete whole often limits teachers’ explanations of multiplicative processes. Analysis of the written responses reveals difficulties in moving from visual partitioning to a conceptual justification based on measurement.

Keywords: Fraction as measurement, fraction multiplication, part–whole meaning, pre-service primary teachers.

INTRODUCCIÓN

La investigación en educación matemática ha mostrado que el número racional puede interpretarse desde distintos significados. Tal como lo señala Kieren (1980), Freudenthal (1983) y posteriormente Behr et al., (1992) a las fracciones se les puede asociar el significado de parte–todo, operador, cociente, razón y medida. La comprensión conceptual de la fracción implica la capacidad de movilizar estos significados en función de las situaciones matemáticas en las que aparece.

En la enseñanza escolar se suele privilegiar el significado parte-todo, generalmente asociado a representaciones de partición de un todo geométrico, lo que puede limitar la comprensión de otros significados necesarios para interpretar situaciones matemáticas más complejas (Escolano y Gairín, 2005). En el currículo de Aragón se plantea que “una enseñanza de las fracciones basada fundamentalmente en el modelo parte-todo obstaculiza la comprensión de estas como una forma de representación de un nuevo tipo de número, pero número, al fin y al cabo: el número racional” (Gobierno de Aragón, 2022)

Este trabajo forma parte de una investigación centrada en la comprensión del número racional en la Educación Primaria. En ese sentido, el estudio se centra en una tarea en la que se presenta la resolución gráfica de una multiplicación de fracciones interpretada desde el modelo de medida, donde una fracción representa una cantidad de magnitud y la otra actúa como operador. A los futuros maestros se les solicita justificar los distintos pasos de la resolución realizada por un estudiante hipotético. A partir de esta tarea analizamos qué significados de la fracción movilizan los futuros docentes al interpretar representaciones gráficas, qué posibles evidencias se tienen sobre el uso de la fracción con el significado de medida, la posible incidencia del significado parte-todo, fuertemente arraigado en la instrucción escolar, como obstáculo para comprender la fracción como unidad de medida iterable. En consecuencia, nos planteamos los siguientes objetivos: (1) caracterizar los significados de fracción que ponen en evidencia los futuros maestros en sus producciones escritas, (2) identificar, en las producciones escritas, evidencias del uso de la fracción con el significado de medida. (3) identificar evidencias del significado parte-todo como obstáculo en la comprensión de la fracción como medida.

MARCO TEÓRICO

La fracción como medida

Diversos estudios han destacado la importancia de comprender las fracciones como magnitudes. Fazio y Siegler (2020) señalan que la comprensión de las fracciones como magnitudes en una escala numérica constituye un predictor significativo del éxito matemático posterior. Sin embargo, el predominio de interpretaciones basadas en la partición de un todo discreto puede limitar la capacidad de los estudiantes para interpretar fracciones en contextos multiplicativos.

En el contexto de este trabajo de investigación, se ha definido el significado de la medida de la siguiente manera. En general, dada una cantidad de magnitud (m) y una unidad de medida (u) de la misma magnitud, la fracción $(a/b)u$ expresa la medida de la cantidad de magnitud m . *El denominador de la fracción* (b) indica que para poder efectuar la medida hemos utilizado “subunidades” de medida ($1/b$) de unidad. También, que se ha fraccionado la unidad de medida en b partes iguales. El numerador de la fracción (a) indica el número de “subunidades” de medida de unidad ($1/b$) que es necesario utilizar para completar la cantidad de magnitud m . Además, se sabe que a y b son naturales y b no es cero.

De manera general, la fracción como medida se interpreta como la expresión de una cantidad de magnitud respecto de una unidad de referencia. El denominador indica la subdivisión de la unidad en partes iguales y el numerador expresa el número de subunidades necesarias para medir la cantidad considerada. Por otra parte, la multiplicación de fracciones modeliza situaciones en las que una fracción representa la medida de una cantidad de magnitud y otra fracción actúa como operador sobre ella. La operación expresa, por tanto, una transformación de la medida inicial, lo que exige coordinar la unidad de referencia, la construcción de subunidades y la interpretación de la fracción como cantidad iterable y no únicamente como parte de un todo (Escolano, 2007).

Parte todo como obstáculo

El significado de fracción como parte-todo se ha usado históricamente, en el aula, como un recurso para introducir de manera temprana la representación de las fracciones de una manera intuitiva

utilizando la idea de contar partes de un todo (Behr et.al.,1992). Aunque este enfoque facilita una primera aproximación al concepto, diversos estudios han señalado que su uso exclusivo puede generar dificultades para comprender otros significados del número racional (Rico, 1997; Castro, 2008). En ese sentido, el significado parte-todo puede operar como un obstáculo cuando se estabiliza como significado dominante. Su énfasis en la partición de un todo en partes iguales favorece la interpretación de la fracción como una cantidad menor o igual que la unidad, lo que dificulta la comprensión de fracciones impropias y la transición hacia otros significados, como medida, cociente, razón u operador (Simon et al., 2018; Diputra et al., 2023).

Escolano y Gairín (2005) se plantean un conjunto de interrogantes en torno al significado de parte-todo, entre otras se cuestionan el por qué se prioriza su utilización en el aula. Por otra parte, Escolano (2007) señala que la enseñanza sustentada en el modelo parte-todo crea obstáculos didácticos: obstaculiza la formación de concepciones adecuadas de la fracción, obstaculiza la separación conceptual del número racional y del número natural. Por su parte, Gairín y Muñoz (2005) plantean esa separación argumentando que en el significado parte todo se utiliza la percepción visual para hacer traslaciones por medio de un doble recuento, entre representaciones gráficas y simbólicas describiendo una situación estática. Mientras que el significado de medida configura en número racional como un número medida que se obtiene después de un proceso que implica tomar decisiones sobre la técnica de medida y el fraccionamiento de la unidad. Otros autores, como Wilkins y Norton (2018) señalan que la iteración es el eslabón perdido en el estudio de las fracciones. En su estudio, plantean que muchos estudiantes pueden dividir una unidad, pero fallan al concebir que una fracción como $\frac{5}{4}$ es el resultado de repetir cinco veces una unidad de medida de tamaño $\frac{1}{4}$. Concluyen que enseñar la medida sin trabajar la iteración previamente genera brechas en la comprensión de fracciones.

METODOLOGÍA Y ANÁLISIS

Este estudio es descriptivo y está basado en el análisis de producciones escritas. La muestra fue de carácter intencional y estuvo compuesta por 18 estudiantes del grado de Maestro en Educación Primaria de la Universidad de Zaragoza (Campus Huesca). Estas producciones fueron seleccionadas por presentar un patrón común de abordaje de la tarea. En todas ellas, los maestros en formación toman como punto de partida la representación gráfica incluida en el enunciado, la reproducen y trabajan sobre ella para responder a la tarea.

Los participantes habían trabajado previamente el significado de fracción desde el modelo de medida en el contexto de la asignatura Didáctica de la Aritmética II (seis sesiones teóricas-prácticas de 110 minutos cada una). Las actividades desarrolladas incluían situaciones de medición, representación e interpretación de operaciones con fracciones, orientadas a la construcción e iteración de subunidades, la reinterpretación de la unidad de referencia y el uso de la fracción como operador sobre una cantidad de magnitud. La multiplicación de fracciones se introdujo mediante tareas en las que una fracción representaba una cantidad de magnitud y la otra actuaba como operador sobre dicha cantidad, coordinando así los significados de medida y operador. Las actividades realizadas durante las sesiones fueron tomadas y adaptadas de las tareas propuestas en Escolano (2007).

La tarea seleccionada para este estudio se centra en la interpretación de una resolución gráfica de un problema de multiplicación de fracciones. En la consigna se informa que una de las fracciones representa la medida de una cantidad de magnitud y la otra tiene significado de operador. Los maestros en formación deben responder a dos cuestiones a partir de la solución gráfica presentada por un estudiante hipotético. Tienen que justificar cada una de las cinco representaciones realizadas durante el proceso de resolución e identificar cuál fracción corresponde al significado de medida y cuál al significado de operador. Desde el punto de vista matemático, la tarea exige coordinar dos significados del número racional. La fracción con significado de medida expresa una cantidad de magnitud en relación con una unidad de referencia, mientras que la fracción con significado de

operador actúa sobre esa cantidad, transformándola al tomar una parte de ella. Por ello, la resolución gráfica no se reduce a aplicar el algoritmo de multiplicación de fracciones, sino que requiere interpretar la unidad, las particiones sucesivas, la cantidad fraccionaria representada y la acción del operador sobre dicha cantidad. En este sentido, la tarea permite indagar si los estudiantes distinguen entre representar una cantidad fraccionaria y operar sobre ella mediante otra fracción. En la Figura 1 se muestra el enunciado de la tarea presentada a los maestros en formación.

Figura 1

Enunciado de la tarea.

En la práctica número 5 de la asignatura Didáctica de la Aritmética II un estudiante ha resuelto un problema de multiplicación de fracciones usando procedimientos gráficos, tal como se muestra en la Figura 1. En el problema una de las fracciones representa la medida de una cantidad de magnitud y la otra fracción el significado de operador

Figura 1. Solución gráfica presentada por un estudiante en la práctica 5.

a) Justifica cada una de las cinco representaciones que ha realizado el estudiante en el proceso de la resolución del problema (Figura 1)

b) Indica cuál fracción representa la medida de magnitud y cuál la de operador.

Las unidades de análisis corresponden a cada una de las respuestas escritas elaboradas por los estudiantes ante la tarea propuesta, incluyendo explicaciones verbales, representaciones gráficas y expresiones simbólicas utilizadas para justificar el procedimiento. El análisis de los datos se realizó mediante un proceso de categorización cualitativa de las respuestas dadas a la tarea, en las producciones escritas. La codificación se llevó a cabo mediante un proceso de triangulación entre los investigadores que incluyó discusión y consenso en los casos de discrepancia. Las dimensiones de análisis se vinculan con conocimientos abordados previamente en la propuesta formativa. En particular, antes de la tarea analizada, los futuros maestros habían trabajado actividades orientadas al estudio del significado de la fracción como medida, mediante situaciones de medición, representación e interpretación de operaciones. En estas actividades se discutió que la fracción no solo puede expresar una parte de un todo dividido en partes iguales, sino también la medida de una cantidad de magnitud respecto de una unidad, la iteración de una subunidad y la acción de un operador sobre una cantidad. Sobre la base de la propuesta formativa y el marco teórico, se han definido las dimensiones de análisis a priori. Las categorías se construyeron y refinaron a partir de una revisión previa de las producciones escritas de los maestros en formación. En este sentido, el sistema de categorías adoptado tiene carácter mixto.

Dimensión 1. Esta dimensión analiza si el estudiante identifica que la fracción se construye a partir de una unidad repetible y que puede surgir una nueva subunidad ($1/15$). Para esta dimensión se han establecido cinco categorías. (1) U0: Unidad implícita. El estudiante describe el dibujo, pero no menciona la unidad ni su papel en la construcción de la fracción, (2) U1: Unidad como todo geométrico. La unidad se interpreta únicamente como “la figura completa” o “el rectángulo entero”, (3) U2: Unidad como referencia de partición. Se reconoce que la unidad se divide en partes iguales (tercios), pero sin interpretarla como unidad de medida iterable, (4) U3: Unidad como medida iterable. El estudiante explica que la fracción surge al iterar una subunidad (ej. 7 veces $1/3$) y (5) U4: Reconstrucción de nueva subunidad. Se reconoce explícitamente que al subdividir en quintos aparece una nueva subunidad ($1/15$).

Dimensión 2. Esta dimensión identifica qué significado conceptual de fracción utiliza el estudiante. Para esta dimensión se han establecido tres categorías. (1) FPT: Parte-todo. La fracción se interpreta como partes de un todo dividido incluso cuando la cantidad supera la unidad, (2) FTR: Transición. Aparecen referencias a medida, pero mezcladas con parte-todo y (3) FM: Fracción como medida. La fracción se interpreta como cantidad de magnitud construida mediante iteración de una subunidad.

Dimensión 3. Esta dimensión estudia si el estudiante comprende que una fracción opera sobre una magnitud. Para esta dimensión se han establecido cuatro categorías. (1) M0: Descripción gráfica. El estudiante solo describe el dibujo sin justificar la operación, (2) M1: Procedimiento sin significado. Reconoce el resultado, pero no explica el proceso multiplicativo, (3) M2: Interpretación parcial del operador. Reconoce que una fracción modifica la otra, pero sin explicación completa y (4) M3: Fracción como operador. Explica que una fracción actúa como operador sobre la magnitud representada por la otra.

RESULTADOS

Ya hemos indicado que los maestros en formación reproducen mediante dibujos las cinco partes que componen la respuesta del alumno hipotético presentada en la tarea. A partir de esta representación, se observan diferentes formas de respuesta. Cuatro maestros en formación complementan el dibujo realizando marcas o coloreando partes de la figura y acompañan su explicación con justificaciones verbales y numéricas. Un participante realiza marcas en la representación gráfica, pero responde únicamente mediante expresiones numéricas. Diez maestros en formación explican la situación combinando argumentos verbales y numéricos, mientras que tres se limitan a proporcionar respuestas exclusivamente numéricas.

Por otra parte, se ha caracterizado la actuación de los maestros en formación a partir de las dimensiones, categorías y códigos de análisis previamente establecidos. Se definen perfiles de actuación (ver Tabla 1). Cada perfil refleja una forma particular de interpretar la unidad, movilizar significados de la fracción y comprender la multiplicación de fracciones.

Tabla1

Perfiles de actuación de maestros en formación

Perfil	Dimensión-categorías	Descripción
P1 – Dominio parte-todo	U1, FPT, M0-M1	Interpretación basada en partes de un todo. No se reconoce la subunidad ni el operador.
P2 – Transición	U2-U3, FTR, M1-M2	Mezcla de explicaciones parte-todo y medida. Comprensión parcial del operador.
P3 – Uso de fracción como medida	U4, FM, M2-M3	Reconoce subunidad, iteración y operador. Justifica el resultado como medida.

El análisis de las producciones permitió identificar tres perfiles de actuación en los maestros en formación a partir de las dimensiones y categorías establecidas. El perfil P1 corresponde a aquellos estudiantes cuyas respuestas se apoyan predominantemente en el significado parte-todo de la fracción. En este perfil, la unidad es interpretada como un todo geométrico (U1), generalmente identificado con “la figura completa” o “el rectángulo entero”, sin considerar su función como unidad de medida iterable. En coherencia con ello, las producciones movilizan principalmente el significado parte-todo (FPT), centrándose en la identificación de partes coloreadas o subdivisiones de la figura. En relación con la multiplicación de fracciones, las respuestas se limitan a describir la representación gráfica o a reconocer el resultado obtenido, sin explicar el proceso multiplicativo ni la acción de una fracción sobre la otra (M0–M1). Este perfil pone en evidencia un predominio del modelo parte-todo que dificulta interpretar la fracción como medida y comprender la multiplicación como transformación de una magnitud.

El perfil P2 incluye a los estudiantes que comienzan a reconocer algunos elementos asociados al significado de medida, aunque todavía de manera inestable o parcialmente coordinada con el modelo parte-todo. En este perfil, la unidad ya no se interpreta únicamente como un todo geométrico, sino como una referencia susceptible de subdividirse en partes iguales (U2) o como una cantidad construida mediante la repetición de una subunidad (U3). Sin embargo, estas ideas conviven con interpretaciones propias del significado parte-todo. Por ello, las respuestas se clasifican en una

categoría de transición (FTR), ya que los estudiantes hacen referencias a la iteración de subunidades o a la medida de cantidades, pero continúan apoyándose en el reconocimiento visual de partes de un todo. En la comprensión de la multiplicación de fracciones, los estudiantes reconocen que una fracción modifica a la otra o identifican parcialmente el carácter operatorio de la operación, aunque sin desarrollar una explicación completa del proceso multiplicativo (M1–M2). Este perfil refleja una transición conceptual entre el predominio del significado parte-todo y la construcción de la fracción como medida. A manera de ejemplo se muestra, en la Figura 2, la producción escrita del estudiante E32. En este caso se puede visualizar la coexistencia de los dos significados. Inicialmente reconoce la unidad y expresa $1/3 u$. Hace la referencia a la iteración de la subunidad “parcialmente” porque indica 4 veces en lugar de 7 veces la subunidad $(1/3)u$ y luego escribe la fracción $3/7$ (en lugar de $7/3$). Esta fracción $(3/7)$ ya no tiene el sentido de la medida. El estudiante sigue pensando en partes de un todo incluso cuando la cantidad supera la unidad. Este resultado coincide con lo planteado por Gairín y Muñoz (2005), Escolano (2007) y Diputra et al., (2023).

Figura 2

Respuesta dada por el E32 a la tarea

2. Figura 1 = u La figura 1 representa u que es la unidad completa.

Figura 2 = $\frac{1}{3}u$ La ha dividido en tres partes cada parte es $\frac{1}{3}u$ y en total $\frac{3}{3}u = 1u$

Figura 3 = $\frac{4}{7}u$ Se le añadió 4 partes más pero la unidad sigue siendo la misma entonces será $\frac{4}{7}u$

Figura 4 = $\frac{15}{35}u$ Se ha dividido en 5 partes más por lo cual aumentará el numerador y el denominador $\frac{15}{35}u$

Figura 5 = Es la misma figura que la 4, o sea entonces tendríamos la misma explicación

b) Fracción medida de magnitud: $\frac{15}{35}u$
Fracción operador: $\frac{20}{35}$

Interpreta un tercio como la subunidad que resulta de dividir la unidad en tres partes iguales. Considera la unidad u .

Hace referencia a la iteración de cuatro veces la subunidad $1/3$ y señala que la unidad sigue siendo la misma. Luego escribe $3/7$.

Otro ejemplo de este perfil lo mostramos en la Figura 3. Se corresponde con la producción escrita del estudiante E34. En su respuesta se puede observar que reconoce la unidad, es capaz de identificar la iteración de 7 veces la subunidad $1/3$. Hasta este momento se mantiene en el significado de fracción como medida: ha identificado de manera adecuada la unidad y ha realizado correctamente la iteración de la subunidad tercios y lo ha escrito de manera adecuada $7/3$. Pero en el siguiente paso escribe la fracción $15/35$. El número 35 coincide con las partes en las que le ha quedado dividido el rectángulo completo. Esto lo interpretamos como una señal que está cambiando el significado de medida y se aproxima, en esta parte, al significado de la fracción como parte-todo. Es decir, no mantiene estable el significado de la medida y vuelve sobre el significado de parte-todo.

Figura 3

Respuesta dada por el E34 a la tarea

Considera la unidad u .
Comprende que la unidad se divide en subunidades de tercio e indica que corresponde a $3/3$.

Luego escribe que la figura corresponde a $7/3$ y resalta con una línea 3 de ellos.

Posteriormente sigue indicando con líneas la parte que corresponde a una unidad pero escribe $15/35$.

3) El estudiante a representado que

$\frac{15}{35}$

$\frac{7}{3}$

b) la medida es magnitud que representa es la primera, $\frac{3}{7}$
la operación es $\frac{3}{7}$

Finalmente, el perfil P3 reúne a aquellos estudiantes que interpretan la fracción desde el significado de medida y logran coordinar esta interpretación con el significado de operador. En este perfil, los estudiantes reconocen explícitamente que, al subdividir los tercios en quintos, emerge una nueva subunidad de medida; $1/15$ (U4). La fracción se interpreta como una cantidad de magnitud construida mediante la iteración de una subunidad (FM) y las respuestas muestran una comprensión más elaborada de la relación entre unidad, subunidad y cantidad medida. Asimismo, los estudiantes reconocen que una fracción actúa como operador sobre la magnitud representada por la otra, explicando que el resultado de la multiplicación surge de aplicar una transformación sobre una cantidad previamente determinada (M2–M3). Aunque en algunos casos la explicación del proceso multiplicativo no está completamente desarrollada, este perfil evidencia una coordinación más estable entre los significados de medida y operador. A manera de ejemplo se muestra, en la Figura 4, la producción escrita del estudiante E89. En su respuesta se puede observar que identifica la unidad, reconoce la subunidad y la representa de manera adecuada, también identifica la iteración de la subunidad, es capaz de identificar la transformación de la subunidad y de escribirla de manera adecuada, distingue entre fracción-medida y fracción-operador. Este resultado se relaciona con lo planteado por Wilkins y Norton (2018) sobre el aprendizaje de la fracción desde la medida.

Figura 4

Respuesta dada por el E89 a la tarea

The image shows a handwritten student response on a piece of paper. On the left, there is a diagram labeled 'a)' showing a unit being divided into thirds, then into fifths, and finally into 15 parts. Below this, there is a calculation: $\frac{7}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{21}{15}$. To the right of the diagram, there is a list of observations in Spanish, each preceded by a dash. The observations are: 'Reconoce la subunidad $\frac{1}{5} u$.', 'Identifica la iteración de 7 veces la subunidad $\frac{1}{5} u$.', 'Identifica el operador que modifica la subunidad ($\frac{1}{5}$)', 'Identifica la transformación de la subunidad: cada tercio se subdivide en quintos y obtiene la nueva subunidad $\frac{1}{15} u$.', 'Identifica la fracción que representa la medida de magnitud.', 'Realiza numéricamente la operación.', and 'Identifica la fracción que representa el operador ($\frac{3}{5}$)'.

Los resultados obtenidos muestran que la mayoría de los futuros maestros no moviliza de manera estable el significado de fracción como medida en sus producciones escritas. La mitad de los estudiantes muestran el significado de parte-todo desde el inicio (9 estudiantes), otro grupo, de cuatro estudiantes, muestran una coexistencia de los significados de medida y parte todo, mientras que 5 estudiantes muestran el significado de la fracción como medida de manera adecuada.

CONCLUSIONES

El análisis de las producciones escritas de los futuros maestros permitió caracterizar los significados de fracción que ponen en evidencia al interpretar una tarea de multiplicación de fracciones basada en representaciones gráficas. La identificación de los perfiles constituye una aportación de este estudio.

Un hallazgo especialmente significativo del estudio es que el cambio desde una interpretación de la fracción como medida hacia una interpretación centrada en el modelo parte-todo aparece principalmente en el momento en que la tarea exige reinterpretar la unidad y coordinar nuevas subunidades. Mientras varios estudiantes logran inicialmente interpretar $7/3 u$ como iteración de 7 veces $1/3 u$, algunos abandonan posteriormente esta interpretación cuando deben reconocer la aparición de $1/15$ como nueva subunidad de medida. En ese momento, las explicaciones pasan de centrarse en la relación entre unidad, subunidad e iteración a describir únicamente la partición del rectángulo o el recuento de partes. Lo que interpretamos como una evidencia del abandono del

significado de medida y persistencia del significado parte-todo. Por otra parte, existen evidencias que sugieren el uso de la fracción con el significado de medida por parte de maestros en formación asociado con su proceso formativo, como se observa en la producción del estudiante E89 presentada en la Figura 3.

Los resultados muestran que, incluso después de haber trabajado el significado de fracción desde el modelo de medida, el significado parte-todo continúa organizando gran parte de las interpretaciones de los futuros maestros. Estos hallazgos ponen de manifiesto la necesidad de seguir desarrollando propuestas formativas que favorezcan la coordinación entre distintos significados de la fracción y promuevan la comprensión del número racional como medida de magnitudes.

Agradecimientos

Este trabajo se ha desarrollado dentro del grupo de investigación S60_26R "Investigación en Educación Matemática" financiado por el Gobierno de Aragón.

Referencias

- Behr, M. J., Harel, G., Post, T. y Lesh, R. (1992). Rational number, ratio, and proportion. En D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 296–333). Macmillan.
- Castro, E. (2008). *Pensamiento numérico y educación matemática*. Universidad de Granada.
- Diputra, K. S., Suryadi, D. y Prabawanto, S. (2023). Analysis of the Elementary School Students' Learning Obstacles: A Case Study on the Concept of Fractions. *Al Ibtida: Jurnal Pendidikan Guru MI*. 10(1) 13-28. <https://doi.org/10.24235/al.ibtida.snj.v10i1.13078>
- Escolano Vizcarra, R. (2007). *Enseñanza del número racional positivo en educación primaria: Un estudio desde los modelos de medida y cociente* (Tesis doctoral). Universidad de Zaragoza. <https://zaguan.unizar.es/record/84666?ln=es>
- Escolano, R. y Gairín, J. M. (2005). Modelos de medida para la enseñanza de números racionales en educación primaria. *UNIÓN Revista Latinoamericana de Educación Matemática 1*, 17–35.
- Fazio, L. K. y Siegler, R. S. (2020). Teaching fractions. En S. Loewenstein y E. Horne (Eds.), *The Cambridge handbook of thinking and reasoning* (pp. 555–577). Cambridge University Press.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. D. Reidel Publishing Company.
- Gairín Sallán, J. M. y Muñoz Escolano, J. M. (2005). El número racional positivo en la práctica educativa: Estudio de una propuesta editorial. En A. Maz, B. Gómez y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática IX* (pp. 147-154). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM).
- Gobierno de Aragón. (2022). Decreto 52/2022, de 27 de abril, del Gobierno de Aragón, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas de la Educación Primaria en la comunidad autónoma de Aragón. *Boletín Oficial de Aragón*, núm. 91, de 11 de mayo de 2022.
- Kieren, T. E. (1980). The rational number construct: Its elements and mechanisms. En T. E. Kieren (Ed.), *Recent research on number learning* (pp. 125-149). ERIC/SMEAC.
- Rico, L. (1997). Consideraciones sobre el currículo de matemáticas para educación secundaria. En L. Rico (Coord.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 15–38). Horsori / ICE Universidad de Barcelona.
- Simon, M. A., Placa, N., Avitzur, A. y Kara, M. (2018). Promoting a concept of fraction-as-measure: A study of the Learning Through Activity research program. *Journal of Mathematical Behavior*, 52, 122–133. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.03.004>
- Wilkins, J. L. M. y Norton, A. (2018). Learning progression toward a measurement concept of fractions. *International Journal of STEM Education*, 5(1), Article 27. <https://doi.org/10.1186/s40594-018-0119-2>