

APRENDER FUNCIONES MEDIANTE LA SONIFICACIÓN: COLABORACIÓN ENTRE UN ESTUDIANTE CIEGO Y UN ESTUDIANTE CON DIFICULTADES DE APRENDIZAJE

Perceiving functions through sonification: peer collaboration between a totally blind student and a student with learning difficulties

Palaj, L.^a, Manolino, C.^{b,c} y Piñeiro, J. L.^d

^aUniversità di Bologna, ^bUniversità di Torino, ^cUniversité Paris Cité, ^dUniversidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Resumen

Los estudiantes con necesidades educativas especiales suelen acceder a las representaciones matemáticas mediante adaptaciones individuales, lo que puede limitar las oportunidades de colaboración. Este estudio tiene por objetivo indagar en cómo surge la actividad matemática colaborativa cuando dos estudiantes con perfiles de aprendizaje distintos—un estudiante con ceguera total y otro con dificultades de aprendizaje—exploran gráficos de funciones mediante la sonificación con la herramienta Audiofunctions. El análisis adopta el marco del Sistema Dinámico Funcional Intercorpóreo (IFDS). Se utiliza un diseño de estudio de caso cualitativo para analizar microepisodios de interacción entre los alumnos. Los resultados indican que la sonificación crea un espacio perceptivo compartido que puede favorecer formas inclusivas de exploración matemática colaborativa y ampliar el marco del IFDS a la interacción entre compañeros en contextos inclusivos.

Palabras clave: educación matemática inclusiva, sonificación, cognición corporizada, colaboración entre pares, ciclos de percepción–acción, Audiofunctions.

Abstract

Students with special educational needs often access mathematical representations through individual adaptations, which may limit opportunities for peer collaboration. This study investigates how collaborative mathematical activity emerges when two students with diverse learning profiles, a totally blind student and a student with learning difficulties, explore function graphs through sonification by using Audiofunctions. The analysis adopts the Intercorporeal Functional Dynamic System (IFDS) framework. A qualitative case study design is used to analyse micro-episodes of student interaction. The results indicate that sonification creates a shared perceptual space that may support inclusive forms of collaborative mathematical exploration and extend the IFDS framework to peer interaction in inclusive contexts.

Keywords: inclusive mathematics education, sonification, embodied cognition, peer collaboration, perception–action loops, Audiofunctions.

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

A pesar del creciente interés por las herramientas STEM accesibles, la investigación sobre cómo las representaciones multimodales favorecen la construcción colaborativa de significado matemático entre estudiantes diversos sigue siendo limitada. Los trabajos previos sobre la sonificación en educación han demostrado su potencial para transmitir estructuras de datos a los estudiantes, incluidos aquellos con discapacidad visual, pero a menudo se centran en la interacción individual o en tareas sencillas de reconocimiento, en lugar de la interpretación conjunta de relaciones matemáticas (Kamath et al., 2025). Los estudios sobre tecnologías de apoyo en matemáticas hacen hincapié en los

retos a los que se enfrentan los estudiantes con discapacidad visual y en la necesidad de adaptaciones táctiles y auditivas, pero pocos abordan la exploración compartida de conceptos abstractos como las funciones en entornos diádicos (Shoaib et al., 2023). Aunque se han propuesto métodos de sonificación y audiotáctiles para presentar información gráfica a estudiantes ciegos o con baja visión, la investigación rara vez ha examinado cómo estas representaciones facilitan la acción coordinada y la percepción entre compañeros durante la resolución de problemas (Maćkowski et al., 2023). Además, los trabajos sobre sistemas dinámicos funcionales intercorpóreos proporcionan una base teórica para la participación conjunta y la coordinación sensoriomotora, pero su aplicación a la colaboración entre compañeros de diferentes niveles en matemáticas con canales sensoriales mediados está poco desarrollada (Shvarts y Abrahamson, 2024). Por lo tanto, este estudio aborda esta brecha al investigar cómo las representaciones multimodales y el andamiaje permiten bucles compartidos de percepción-acción y el aprendizaje colaborativo inclusivo de funciones sonificadas. Este aspecto es relevante pues las representaciones y el tránsito entre estas son esenciales para el aprendizaje matemático (Romero, 2001).

La literatura sobre cognición corporizada y el enfoque ecológico (de Freitas y Sinclair, 2013; Lakoff y Núñez, 2000) de la enseñanza de las matemáticas hacen hincapié en la naturaleza fundamentalmente interactiva del aprendizaje, destacando cómo la comprensión matemática y las estrategias de resolución de problemas surgen a través de los movimientos corporales, la retroalimentación sensorial y la interacción con artefactos mediadores. Desde estas perspectivas, el aprendizaje no se concibe como un proceso cognitivo puramente interno, sino más bien como una actividad que se desarrolla a través de ciclos continuos de percepción y acción entre los estudiantes y las herramientas dentro de entornos estructurados. En particular, el IFDS, introducido por Shvarts y Abrahamson (2024), investiga cómo surge el aprendizaje matemático a través de la interacción encarnada entre dos sujetos, en concreto entre un estudiante y un tutor, con el objetivo de modelar el proceso de enseñanza/aprendizaje combinando perspectivas teóricas de la cognición corporizada radical y el enfoque histórico-cultural (Vygotsky, 1978). Su trabajo analiza principalmente la interacción entre parejas de estudiantes y tutores, en la que la comprensión matemática se desarrolla a través de la coordinación progresiva de sus acciones y percepciones, mientras crean un acoplamiento sensoriomotor intercorpóreo, dentro de un espacio de acción conjunta (Radford y Roth, 2011).

Partiendo de este marco, el presente estudio amplía el IFDS de tres maneras. En primer lugar, examina la colaboración entre pares en lugar de la interacción estudiante-tutor, tratando a ambos participantes de forma simétrica como coconstructores de la comprensión matemática de las funciones. En segundo lugar, investiga las interacciones mediadas por representaciones sonificadas de funciones, ampliando el marco más allá de las modalidades predominantemente visuales. En tercer lugar, explora la actividad colaborativa entre estudiantes con diversas capacidades perceptivas y de aprendizaje, contribuyendo al desarrollo de perspectivas más inclusivas sobre el aprendizaje matemático corporizado. Basándose en estas consideraciones, el presente estudio tiene por objetivo analizar en cómo surge la actividad matemática colaborativa cuando dos estudiantes con perfiles de aprendizaje distintos (un estudiante con ceguera total y otro con dificultades de aprendizaje) exploran gráficos de funciones mediante la sonificación con la herramienta *Audiofunctions*⁵.

PERSPECTIVA TEÓRICA

Este estudio adopta el marco del IFDS, desarrollado por Shvarts y Abrahamson (2024). Dicho marco se basa en la combinación de las perspectivas teóricas de la cognición radical corporizada y el enfoque histórico-cultural (Vygotsky, 1978), con el objetivo de modelar los procesos de enseñanza y aprendizaje como sistemas dinámicos de interacción encarnada. Desde esta perspectiva, se entiende

⁵ *Audiofunctions* es un software gratuito en línea que permite la sonificación de gráficos de funciones representados en el plano cartesiano.

que la cognición surge a través de la actividad mediada socialmente, en la que el conocimiento se construye mediante la interacción con los demás y con herramientas desarrolladas culturalmente.

Esta visión concuerda con el enfoque ecológico de la percepción propuesto por Gibson (1986), quien define el entorno como el conjunto de condiciones que rodean a un organismo capaz de percibir y actuar dentro de él. La interacción continua entre estos dos elementos crea ciclos dinámicos que más tarde se describen como bucles percepción-acción (Turvey, 1977). Según Gibson, los organismos interactúan con su entorno percibiendo las *affordances*, entendidas como oportunidades de acción ofrecidas tanto por objetos inanimados, como las herramientas, como por sujetos animados, como otros organismos. Si bien los individuos pueden controlar el movimiento de las herramientas de acuerdo con sus intenciones de manipulación, no pueden controlar las acciones de otros organismos. Por lo tanto, la coordinación entre dos individuos surge a través de la percepción recíproca de las *affordances* del otro y mediante el ajuste de las acciones en respuesta a ellas.

Desde este punto de vista, el aprendizaje matemático no se considera un proceso cognitivo aislado, sino una actividad que se desarrolla dentro de espacios de acción compartidos. Tal y como sostienen Radford y Roth (2011), la cognición matemática se constituye dentro del espacio de acción conjunta. Partiendo de esta perspectiva, Shvarts y Abrahamson (2024) han documentado y modelado cómo tales interacciones se transforman dinámicamente en sistemas funcionales, caracterizados por la autoorganización, el acoplamiento y la anticipación, conceptos que tienen su origen en la ciencia cognitiva corporizada. En su trabajo, analizan cómo se desarrollan los bucles coordinados de percepción-acción en las interacciones entre estudiantes y tutores durante tareas matemáticas corporizadas, estabilizándose gradualmente en un sistema dinámico funcional intercorporal que sustenta la aparición de nuevas capacidades matemáticas.

El marco IFDS se ha aplicado, hasta ahora, principalmente a las interacciones entre estudiantes y tutores. En este contexto, la interacción tiende a ser asimétrica, ya que el tutor guía la atención y las acciones del estudiante mediante andamiaje para que este pueda realizar la tarea. El marco identifica varias etapas a medida que se desarrolla la dinámica de un sistema funcional intercorporal, incluyendo el acoplamiento de las estrategias de percepción naturales tanto del estudiante como del tutor con las acciones motoras del estudiante; el desacoplamiento de las estrategias perceptivas naturales y culturales y, sin embargo, el acoplamiento de ambas estrategias con las acciones motoras del estudiante; y el acoplamiento de las estrategias culturales de ambos participantes con las acciones motoras del estudiante (Shvarts y Abrahamson, 2024). Por lo tanto, desde una perspectiva educativa, sigue sin explorarse cómo surgen y se estabilizan los bucles percepción-acción en la colaboración entre pares, especialmente cuando los participantes comparten roles epistémicos similares pero pueden poseer recursos perceptivos o cognitivos diferentes (aún cuando sean mediados). Además, desde una perspectiva inclusiva, resulta importante desarrollar un marco capaz de orientar el diseño de entornos de aprendizaje que fomenten la colaboración, la accesibilidad y la actividad matemática compartida para todos los estudiantes.

En el presente estudio abordamos esta laguna ampliando el marco IFDS al análisis de la colaboración entre compañeros con capacidades diversas. En concreto, el estudio se guía por la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo surgen y se estabilizan los bucles percepción-acción en la colaboración entre un estudiante totalmente ciego y un estudiante con dificultades de aprendizaje al explorar gráficos de funciones a través de representaciones sonificadas?

MÉTODO

Este estudio adopta un diseño de estudio de caso cualitativo centrado en la colaboración entre una pareja de estudiantes con capacidades de aprendizaje diversas mientras realizan tareas matemáticas relacionadas con gráficos de funciones, con la ayuda de *Audiofunctions*. La pareja está formada por un estudiante que es totalmente ciego de nacimiento (Estudiante 1) y otro con dificultades de aprendizaje, más concretamente con un deterioro cognitivo de leve a moderado y epilepsia,

manifestándose en problemas de atención, memoria verbal, funciones ejecutivas (planificación/organización) y velocidad de procesamiento mental (Estudiante 2). Ambos cursan el tercer año de secundaria y no tenían experiencia previa con el concepto de funciones ni con la sonificación como modalidad representativa. El caso analizado en este artículo se extrae de un estudio más amplio realizado en el aula en dos institutos de la provincia de Turín, Italia, donde los estudiantes trabajaron en parejas utilizando *Audiofunctions* para explorar gráficos de funciones.

Recolección de los datos

Los datos consisten en grabaciones de vídeo y audio, y capturas de pantalla que documentan las interacciones de los estudiantes durante las actividades de la tarea matemática medida por un investigador. Cada pareja trabajó en un ordenador en el que se grababa su actividad mediante un software de captura de pantalla (OBS) o a través de una sesión de grabación en Google Meet. Los estudiantes trabajaron con retroalimentación auditiva compartida conectando dos pares de auriculares al ordenador mediante un divisor de auriculares, lo que permitía a ambos participantes escuchar simultáneamente los gráficos de funciones sonificados generados por el software. Ambos estudiantes contaban con el apoyo del investigador. Además, el estudiante ciego disponía de numerosas herramientas, entre ellas una línea braille, un plano táctil de goma, un geoplano y una impresora braille.

La tarea se estructuró en tres partes principales, diseñadas para facilitar progresivamente a los estudiantes la exploración de las gráficas de funciones matemáticas mediante la sonificación con *Audiofunctions*. Cuando se activa la retroalimentación de audio, la navegación por el gráfico se controla mediante las teclas de dirección, o bien se puede sonificar todo el gráfico de izquierda a derecha pulsando la tecla B. Los usuarios pueden cambiar de función o acceder directamente a una función específica mediante comandos numéricos. La tecla N se utiliza para pasar a la siguiente función, mientras que para mostrar una función específica de forma inmediata se utilizan las teclas 1, 2, ..., según el número de la función. Hay dos modos de sonificación disponibles: el clarinete es una sonificación continua, mientras que la guitarra es, por naturaleza, una sonificación discreta.

La primera parte de la tarea sirve como fase introductoria destinada a familiarizarse con el software. En esta fase, los participantes exploran seis funciones (<http://tinyurl.com/sonifypart1>). Trabajando en parejas, los estudiantes escuchan las representaciones sonificadas de cada gráfico de función y toman notas sobre las observaciones que hacen acerca de los elementos sonoros que reconocen y las características gráficas a las que creen que estos elementos corresponden. En sus respuestas, se pide que indiquen la función que están explorando y describan las estrategias utilizadas para interactuar con el software. A continuación, se les pide que cambien la modalidad de sonificación de *clarinete* (continua) a *guitarra* (discreta) y reflexionen sobre cómo este cambio influye en su percepción de las características gráficas, completando una tabla en la que comparen las características que pudieron identificar utilizando una u otra, así como aquellas percibidas utilizando ambas.

La segunda parte se centra en la comparación de funciones y se divide en tres subpartes: Parte 2a (<http://tinyurl.com/sonifypart2a>); Parte 2b (<http://tinyurl.com/sonifypart2b>); Parte 2c (<http://tinyurl.com/sonifypart2c>). Cada subparte contiene pares de funciones. Se pide a los estudiantes que identifiquen similitudes y diferencias entre ellas, explicando las estrategias utilizadas para fundamentar la comparación.

La tercera parte tiene como objetivo facilitar la transición de la exploración perceptiva a la articulación matemática. Se pide a los estudiantes que identifiquen y nombren las propiedades matemáticas que distinguen a cada función, basándose en los elementos sonoros identificados previamente durante las fases de exploración.

Tres personas participaron en la aplicación de la tarea: el estudiante ciego, el estudiante con discapacidad cognitiva y el investigador, que facilitó la actividad. En lugar de enseñar directamente

la tarea, el papel del investigador consistió principalmente en mantener la participación, fomentar la colaboración entre ellos y proporcionar andamiaje al proceso exploratorio con el fin de apoyar la construcción progresiva del significado y la comprensión matemáticos.

Análisis de los datos

El análisis se basa en el marco teórico del IFDS (Shvarts y Abrahamson, 2024) para examinar cómo los estudiantes con perfiles de aprendizaje diversos coordinan de forma colaborativa su exploración perceptiva del sonido con sus acciones motoras y participan en intercambios verbales mientras interactúan con representaciones matemáticas sonificadas de gráficas de funciones, dentro de un entorno de aprendizaje mediado por el profesor. Aunque el instrumento analítico (ver Tabla 1) se basa en el desarrollo teórico del marco IFDS, la organización específica del análisis en las tres dimensiones se diseñó intencionadamente para captar los patrones generales que surgen de la actividad matemática colaborativa de los estudiantes, en lugar de describir específicamente cada microproceso observable en la interacción. Esta elección metodológica refleja el objetivo tanto de ampliar el marco IFDS más allá de la interacción estudiante-tutor hacia la actividad matemática colaborativa entre pares con diferentes perfiles perceptivos y cognitivos, como de hacer que el marco sea más operativo mediante el análisis de formas de exploración matemática mediadas por el sonido en entornos inclusivos.

Tabla 1
Instrumento analítico

Dimensión	Descripción	Marcadores analíticos
Participación perceptiva	La forma en que los estudiantes interpretan la información auditiva generada por el artefacto.	Referencias a las características del sonido (tono, duración, ritmo), intentos de relacionar las características del sonido con las propiedades gráficas, momentos de descubrimiento o reinterpretación
Estrategias de acción	La forma en que los estudiantes y el investigador manipulan el entorno digital para explorar las funciones	Movimientos del ratón, reproducción de sonidos, cambio entre modos de sonificación, ajuste de estrategias de exploración
Coordinación interpersonal	La forma en que los estudiantes y el investigador coordinan entre sí su percepción y sus acciones durante la tarea	Negociación verbal, turnos de intervención, sugerencias, interpretaciones compartidas, toma de decisiones colaborativa, patrones de mirada, coordinación de la atención

ANÁLISIS Y RESULTADOS

Debido a limitaciones de espacio, nos centramos en un fragmento extenso extraído de la ejecución de la tarea completa y del que solo mostramos dos episodios. Esta continuidad permite examinar el desarrollo progresivo de la coordinación perceptiva, motora e interpersonal a lo largo de la exploración colaborativa.

Episodio 1

Investigador: (Comienza la sonificación de la cuarta gráfica de función de la Parte 1. Mientras tanto, ambos estudiantes tienen sus auriculares puestos y escuchan la gráfica sonificada).

Estudiante 1: Esto hace lo contrario de lo anterior.

Estudiante 1: ¡Oh, ahí está el río! (Dicho en respuesta al sonido que se escucha cuando la función entra en el cuarto cuadrante) ...

Estudiante 2: La escuché aquí. (Señala la pantalla). Ese “tu dum”.

En este episodio, emerge un espacio perceptivo compartido entre los dos estudiantes y el artefacto. El estudiante 1 se concentra principalmente en las variaciones auditivas de la sonificación, mientras que el estudiante 2 coordina su atención visual hacia el movimiento del punto rojo en el gráfico junto con los sonidos asociados. De este modo, aunque los estudiantes interactúan con el mismo objeto matemático a través de diferentes modalidades perceptivas, su actividad exploratoria se coordina progresivamente dentro de un espacio común de acción y percepción. En esta línea, es posible observar varios cambios importantes en la dinámica dentro del marco IFDS. Durante la sonificación de la gráfica de la función, el estudiante 1 se muestra más seguro al verbalizar sus interpretaciones de la experiencia auditiva. No solo identifica variaciones de sonido, sino que también compara la gráfica actual con la anterior, describiéndola como "lo opuesto a la anterior". Además, asocia una variación auditiva específica que ocurre cuando el gráfico entra en el cuarto cuadrante con la imagen metafórica de un "río", utilizando una expresión onomatopéyica para estabilizar y comunicar su interpretación perceptiva del sonido. En contraste, el estudiante 2 inicialmente permanece en silencio mientras sigue visualmente el movimiento del punto rojo en el gráfico durante la sonificación.

Episodio 2

Investigador: Te lo reproduciré. Intenta ponerte los auriculares de nuevo. Lo reproduciré en la posición... En realidad, hazlo tú (dirigiéndose al estudiante 1). Intenta mover las flechas. (El investigador coloca las manos del estudiante 1 sobre las flechas y este se mueve en el gráfico).

Estudiante 1: Ok.

Investigador: Y diríjase al punto donde empieza a oír...

Estudiante 1: Oigo la cascada.

Investigador: Exacto, porque la cascada debería estar aquí. Intenta moverte. De acuerdo. ¿Oyes la cascada ahora?

Estudiante 2: No.

Estudiante 1: Espera. Ah, desde aquí. Se oye un "shhhh".

Estudiante 2: No. Oigo ese silbido...

Estudiante 1: Escucha aquí. Aquí no hay ningún "shhhh". Pero aquí sí.

Estudiante 2: Honestamente, no veo ninguna diferencia.

Estudiante 1: ¿Eh?

Estudiante 2: No oigo ninguna diferencia, quiero decir, de verdad.

Estudiante 1: Escucha. (Se mueve de un lado a otro entre un punto donde se oye "la cascada" y otro donde no).

Este microepisodio muestra la reiterada desconexión de la estudiante 2 con el estímulo auditivo. El investigador interviene intentando reproducir la sonificación en un punto específico (donde comienza la cascada), pero rápidamente cambia de estrategia y le cede el control del estímulo a la estudiante 1. Al invitarla a manipular el gráfico con las teclas de flecha, el investigador introduce una forma de acoplamiento táctil-auditivo que transforma el rol de la estudiante 1, pasando de oyente pasiva a exploradora activa del espacio sonificado. Mediante esta manipulación guiada, el estudiante 1 comienza a coordinar su movimiento a lo largo del gráfico con variaciones en la salida auditiva, identificando progresivamente la ubicación donde emerge el sonido de la "cascada". Su actividad se caracteriza por estrategias de acción iterativas, que incluyen movimientos repetidos entre posiciones adyacentes y la comparación entre contrastes auditivos.

Al mismo tiempo, el investigador reintroduce al estudiante 2 en la actividad invitándole a usar nuevamente los auriculares, intentando así reintegrarlo al espacio perceptivo compartido. Si bien el estudiante 2 inicialmente reporta dificultad para percibir la misma distinción auditiva, ambos

estudiantes permanecen involucrados dentro de un entorno multimodal parcialmente compartido: el estudiante 1 a través de la exploración auditivo-táctil, y el estudiante 2 principalmente a través del seguimiento visual de la exploración de la gráfica de la estudiante 1 mediante las teclas de flecha. Estas estrategias indican el surgimiento del control exploratorio sobre el artefacto dentro del bucle percepción-acción compartido entre los estudiantes y el artefacto al interpretar la variación de la gráfica de la función, vinculando la posición espacial, la sonificación y la interpretación auditiva. En esta etapa, en lugar de un sistema de atención conjunta totalmente unificado, la interacción se describe mejor como una configuración perceptiva distribuida, en la que la coordinación se mantiene a través de modalidades perceptivas complementarias, pero aún no totalmente alineadas.

CONCLUSIONES Y DISCUSIÓN

Aunque la actividad se diseñó para la colaboración entre pares, la interacción entre los dos estudiantes fue inicialmente desequilibrada: el estudiante ciego asumió naturalmente un papel protagónico en la exploración de las funciones sonorizadas, mientras que su compañero mostró momentos de vacilación y menor participación. En estos momentos, el investigador intervino (episodio 2) introduciendo retroalimentación táctil como un nuevo canal sensorial para fomentar la interacción entre pares. Esto concuerda con el trabajo original de Shvarts y Abrahamson (2024), quienes reconocen que los sistemas de interacción de funciones auditivas suelen comenzar de forma inestable para luego coordinarse gradualmente entre los participantes. Estas intervenciones no constituyen fallas metodológicas, sino estrategias pedagógicas que sirven para redistribuir los roles de interacción, mediante la introducción de un nuevo canal sensorial (táctil), con el fin de estabilizar y fomentar la comprensión compartida entre los participantes. Desde esta perspectiva, la estrategia de andamiaje del investigador desempeña un papel crucial en la redistribución de los roles perceptivos e interaccionales dentro del sistema, permitiendo la aparición de nuevos canales sensoriales (por ejemplo, acoplamiento táctil-auditivo) que apoyan la reorganización de la actividad colaborativa. El análisis muestra cómo estos cambios favorecen gradualmente una transición desde la coordinación mediada por el investigador hacia una interacción más autónoma entre estudiantes, donde la interpretación perceptiva y la acción exploratoria se negocian conjuntamente.

Desde la perspectiva de la educación inclusiva, estos hallazgos resaltan la importancia de diseñar entornos de aprendizaje que permitan a estudiantes con perfiles perceptivos y cognitivos diversos interactuar con las mismas estructuras matemáticas a través de múltiples modalidades sensoriales. Herramientas digitales como *Audiofunctions*, que ofrecen representaciones multimodales de funciones matemáticas, no solo facilitan la accesibilidad, sino que amplían activamente las formas de participación disponibles en el entorno de aprendizaje, al mismo tiempo que facilitan el tránsito entre representaciones, vitales para la comprensión matemática (Romero, 2001). En este sentido, la inclusión no se limita a adaptar el contenido a las necesidades individuales, sino que implica la construcción de espacios compartidos de interacción donde diferentes formas de participación puedan coexistir e interactuar.

En el contexto educativo italiano, donde las aulas inclusivas en la educación ordinaria representan una característica estructural distintiva en comparación con los sistemas que dependen en mayor medida de la educación especial, estos enfoques ofrecen importantes oportunidades, pero también presentan desafíos. Si bien la presencia conjunta fomenta la interacción entre estudiantes con perfiles diversos, también requiere entornos pedagógicos y tecnológicos cuidadosamente diseñados, capaces de sustentar una participación equitativa y evitar la asimetría en la implicación. De este modo, la inclusión se convierte no solo en una condición institucional, sino también en un proceso dinámico de diseño interaccional.

Desde esta perspectiva, el enfoque del estudio va más allá de las interpretaciones tradicionales de los resultados del aprendizaje. Si bien muchos estudios en investigación en educación matemática (incluidos aquellos en contextos SEIEM) enfatizan principalmente el logro cognitivo y la comprensión conceptual, este trabajo destaca el papel de la participación perceptiva y la mediación

multisensorial como dimensiones fundamentales de la actividad matemática. Sin embargo, en las aulas inclusivas, el aprendizaje no puede separarse de la participación: antes de centrarse en los resultados cognitivos, es esencial garantizar que todos los estudiantes tengan oportunidades equitativas para participar, percibir e interactuar dentro del entorno matemático.

Finalmente, el estudio demuestra el potencial operativo del marco IFDS para analizar y apoyar la actividad matemática inclusiva. En particular, muestra cómo los sistemas de percepción-acción transitan dinámicamente desde la interacción investigador-estudiante hacia la coordinación entre estudiantes, y cómo estas transiciones pueden interpretarse sistemáticamente como parte de una organización funcional intercorporal más amplia. En este sentido, IFDS proporciona una poderosa herramienta analítica para comprender cómo emerge el significado matemático a través de procesos distribuidos, multimodales y socialmente contextualizados de percepción, acción e interacción en entornos educativos inclusivos.

Agradecimientos

Esta investigación se enmarca en el Programa “SONAIRGRAPH” Erasmus+ (Grant Agreement No. 2024-1-IT02-KA220-HED-000244481) y el “National Group for Algebraic and Geometric Structures, and their Applications” (GNSAGA—INdAM). El tercer autor es financiado por ANID Chile mediante el Fondecyt Regular 1261710.

Referencias

- de Freitas, E. y Sinclair, N. (2013). New materialist ontologies in mathematics education: The body in/of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 83(3), 453-470. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9465-z>
- Gibson, J. J. (1986). *The ecological approach to visual perception*. Routledge.
- Kamath, S. S., Khan, O., Zeidieh, A. y Seo, J. (2025). *Sensing the shape of data: Non-visual exploration of statistical concepts in histograms with blind and low-vision learners*. ArXiv. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2509.14452>
- Lakoff, G. y Núñez, R. E. (2000). *Where mathematics comes from: How the embodied mind brings mathematics into being*. Basic Books.
- Maćkowski, M., Brzoza, P. y Spinczyk, D. (2023). An alternative method of audio-tactile presentation of graphical information in mathematics adapted to the needs of blind. *International Journal of Human-Computer Studies*, 179, 103122. <https://doi.org/10.1016/j.ijhcs.2023.103122>
- Radford, L. y Roth, W.-M. (2011). Intercorporeality and ethical commitment: An activity perspective on classroom interaction. *Educational Studies in Mathematics*, 77(2-3), 227-245. <https://doi.org/10.1007/s10649-010-9282-1>
- Romero, I. (2001). Representación y comprensión en pensamiento numérico. En L. C. Contreras, J. Carrillo, N. Climent y M. Sierra (Eds.), *Cuarto Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 35-46). SEIEM.
- Shoaib, M., Fitzpatrick, D. y Pitt, I. (2023). Assistive technology-based solutions in learning mathematics for visually impaired people: Exploring issues, challenges and opportunities. *Multimedia Tools and Applications*, 82, 46153-46184. <https://doi.org/10.1007/s11042-023-17409-z>
- Shvarts, A. y Abrahamson, D. (2024). Intercorporeal functional dynamic system: A dual eye-tracking study of student-tutor collaboration. En L. D. Edwards y C. M. Krause (Eds.), *The body in mathematics: Theoretical and methodological lenses* (pp. 126-173). Brill. https://doi.org/10.1163/9789004717701_006
- Turvey, M. T. (1977). Preliminaries to a theory of action with reference to vision. En R. Shaw y J. Bransford (Eds.), *Perceiving, acting, and knowing: Toward an ecological psychology* (Vol. 211-265). Erlbaum.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society*. Harvard University Press.