DOMINIOS Y SUBDOMINIOS DOMINANTES, DEPENDIENTES Y ARTICULADORES EN EL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO: UNA MIRADA DESDE LAS RELACIONES DIRECCIONALES

Dominant, dependent and articulating domains and subdomains in mathematics knowledge: a view from directional relationships

Rojas-Celis, C.[a], Cáceres-García, M. J.[b] y Sánchez-Barbero, B.[b]

[a] Universidad El Bosque, [b] Universidad de Salamanca

Resumen

El modelo Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) es un marco sólido para analizar el conocimiento especializado del profesorado de matemáticas; sin embargo, persiste un vacío respecto a las definiciones operativas que caracterizan la funcionalidad de sus subdominios en la práctica docente. Para atenderlo, este trabajo analiza el discurso de un profesor universitario en dos sesiones de Cálculo Vectorial y, a partir de dicho análisis, propone y sustenta empíricamente tres nociones analítico-conceptuales: subdominio dominante, dependiente y articulador. Los resultados muestran que el Conocimiento de los Temas actúa como dominante, el Conocimiento de la Práctica Matemática como dependiente, y el Conocimiento de la Estructura Matemática como articulador. Esta conceptualización contribuye a comprender la estructura interna del conocimiento especializado y abre una línea teórica para futuras investigaciones en educación superior.

Palabras clave: *MTSK, conocimiento del profesor, enseñanza del cálculo vectorial*

Abstract

The Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) model is a robust framework for analysing the specialised knowledge of mathematics teachers; however, a gap persists regarding the operational definitions that characterize the functionality of its subdomains in teaching practice. To address it, this study analyses the discourse of a university professor across two Vector Calculus sessions and, from this analysis, proposes and empirically substantiates three analytical-conceptual notions: dominant, dependent, and articulatory subdomain. The results show that Knowledge of Topics operates as the dominant subdomain, Knowledge of Mathematical Practice as the dependent, and Knowledge of Mathematical Structure as the articulatory. This conceptualisation contributes to understanding the internal structure of specialised knowledge and opens a theoretical line of inquiry for future research in higher education.

Keywords: *MTSK, teacher knowledge, teaching of calculus*

INTRODUCCIÓN

El modelo *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* (MTSK) constituye un marco de referencia ampliamente utilizado para el estudio del conocimiento profesional del profesorado de matemáticas (Carrillo-Yáñez et al., 2018). Su estructura, organizada en dominios y subdominios, ha permitido identificar y describir los distintos tipos de conocimiento que se manifiestan en la práctica docente. Sin embargo, la literatura existente ha tendido a centrarse en identificar qué subdominios están presentes en la práctica docente, y pocos trabajos se ocupan del papel funcional que desempeña cada subdominio en relación con los demás.

Rojas-Celis, C., Cáceres-García, M. J. y Sánchez-Barbero, B. (2026). Dominios y subdominios dominantes, dependientes y articuladores en el conocimiento matemático: una mirada desde las relaciones direccionales. En B. Barquero, C. de Castro, A. Gómezescobar, A. M. Oller-Marcén y M. D. Torres (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIX* (pp. 513-520). SEIEM.

Investigaciones recientes han avanzado en el estudio de las relaciones entre subdominios del MTSK, mostrando que ciertos tipos de conocimiento actúan como punto de partida para la activación de otros (Rojas-Celis et al., 2025; Delgado-Rebolledo y Zakaryan, 2020; Pacheco-Muñoz et al., 2023). Estos trabajos describen relaciones direccionales concretas y muestran que la activación de los subdominios no es aleatoria ni homogénea. No obstante, en dichos estudios no se evidencia una tipología de roles funcionales que permita explicar por qué ciertos subdominios actúan sistemáticamente como origen de las relaciones mientras otros lo hacen como consecuencia.

Este trabajo parte de un estudio empírico sobre el discurso de un profesor universitario de Cálculo Vectorial durante la enseñanza de derivadas en varias variables. A partir de los patrones relacionales identificados en ese análisis, se proponen tres nociones analítico-conceptuales de carácter emergente: subdominio dominante, subdominio dependiente y subdominio articulador. Estas nociones no se postulan como constructos teóricos ya establecidos, sino como categorías elaboradas inductivamente desde los datos con el propósito de dar nombre y definición operativa a regularidades funcionales observadas en el discurso docente. La propuesta se inscribe en una investigación más amplia y busca aportar herramientas conceptuales que contribuyan a comprender la estructura interna y dinámica del conocimiento especializado del profesorado en educación superior.

MARCO TEÓRICO Y ANTECEDENTES

Como se muestra en la Figura 1, el modelo MTSK organiza el conocimiento del profesorado en tres dominios: el Conocimiento Matemático (MK), —subdividido en Conocimiento de los Temas (KoT), Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM) y el Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM) —; el Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK), subdividido en el Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT), el Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM) y el Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS), y finalmente, las Creencias sobre las Matemáticas y sobre la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas (Carrillo-Yáñez et al., 2018). Desde su formulación, el modelo fue concebido como un sistema dinámico en el que los subdominios no operan de manera aislada, sino que interactúan y se activan de forma articulada en función de las demandas del contenido matemático y de las situaciones que emergen durante la enseñanza. El KoT comprende el conocimiento de definiciones, propiedades, procedimientos, registros de representación y aplicaciones del contenido; el KSM abarca las conexiones transversales, auxiliares, de complejización y simplificación entre conceptos matemáticos; y el KPM se vincula con las prácticas propias de la disciplina, como definir, demostrar, resolver problemas y usar el lenguaje simbólico con precisión. En el dominio del PCK, el KMT incluye estrategias, recursos y representaciones para la enseñanza; el KFLM se refiere al conocimiento sobre cómo aprenden los estudiantes, sus dificultades y formas de interacción con el contenido; y el KMLS comprende el conocimiento curricular sobre qué, cómo y cuándo enseñar (Carrillo-Yáñez et al., 2018).

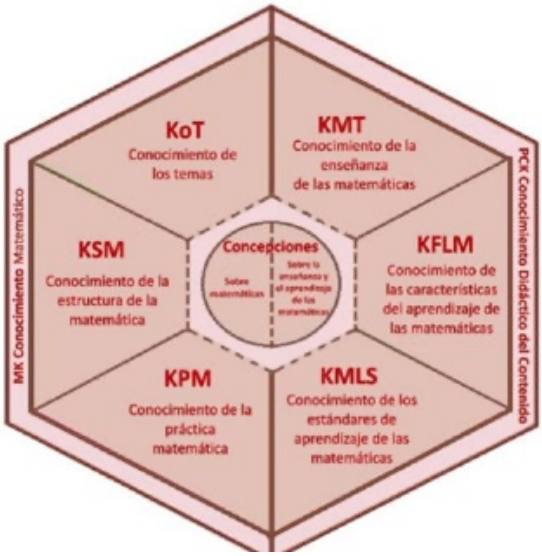
Relaciones direccionales en el MTSK

A partir de los trabajos de Zakaryan y Ribeiro (2017) y Zakaryan et al. (2018), se ha logrado evidenciar la existencia de vínculos entre el KMT y el KFLM en el análisis de prácticas de enseñanza de números racionales en un curso de octavo grado de secundaria y en la práctica de una profesora de secundaria en la enseñanza de semejanza de triángulos, respectivamente. Estos estudios mostraron que ciertos tipos de conocimiento no emergen de manera aislada, sino condicionados por otros, y que la coocurrencia de subdominios en episodios de aula no es aleatoria, sino estructurada. A partir de estas evidencias, Delgado-Rebolledo y Zakaryan (2020) propusieron una sistematización de las relaciones entre subdominios distinguiendo tres niveles: intrasubdominio, intradominio e interdominio, y señalaron que estas relaciones pueden tener carácter direccional, es decir, que un subdominio puede condicionar la emergencia de otro. Este trabajo, centrado en un profesor universitario de matemáticas, aportó también evidencia sobre la relación entre el KPM y el PCK en

contextos de enseñanza en temas de matemáticas universitarias, poniendo de manifiesto que el análisis relacional es pertinente en educación superior.

Figura 1

Subdominios del MTSK



Nota: En Contreras-González et al., (2018).

Estas ideas encontraron un desarrollo concreto en trabajos posteriores. Otero-Valega et al. (2023) identificaron relaciones entre subdominios del conocimiento de una profesora en el diseño de una planificación sobre resolución de problemas aditivos con números enteros, mostrando que el KFLM —concretamente, el conocimiento sobre dificultades de los estudiantes— condicionaba las decisiones sobre la selección y secuenciación de tareas, activando así el KMT. En esta misma línea, Almonacid y Delgado-Rebolledo (2023) analizaron las relaciones que emergen cuando una futura profesora reflexiona sobre sus prácticas de enseñanza de la función cuadrática, identificando que la reflexión docente constituye un escenario privilegiado para la activación de relaciones entre subdominios que no necesariamente se manifiestan durante la implementación de la clase. Ambos trabajos subrayan que el momento del proceso de enseñanza en el que se analiza el conocimiento —planificación, implementación o reflexión posterior— influye en qué subdominios se activan y cómo se relacionan entre sí.

El estudio de Pacheco-Muñoz et al. (2023) avanza en la caracterización de la direccionalidad al identificar y describir relaciones direccionales concretas intradominio, como KoT→KSM, KFLM→KMT y KMLS→KMT, en el contexto de la enseñanza de la localización en el plano cartesiano. Este estudio mostró que ciertas categorías de conocimiento actúan sistemáticamente como punto de partida para la activación de otras, y que esta asimetría funcional es identificable a partir del análisis del discurso del profesor y del orden argumentativo de sus explicaciones. De manera complementaria, Paternina-Borja et al. (2021) analizaron relaciones entre el KoT y el PCK en el tema de simetrías, extendiendo el análisis relacional a un nuevo contenido matemático. Por su parte, Zakaryan et al. (2018) confirman la presencia de relaciones intradominio dentro del Conocimiento Didáctico del Contenido, mostrando que el KFLM condiciona la emergencia del KMT con mayor frecuencia.

Un aspecto que la literatura ha comenzado a señalar, aunque sin conceptualizarlo, es que no todos los subdominios participan en las relaciones con el mismo rol funcional. En distintos estudios se observa que ciertos subdominios aparecen consistentemente como origen de las relaciones —es decir, son los que desencadenan la activación de otros—, mientras que otros se activan como consecuencia y no generan nuevas relaciones por sí solos. Asimismo, algunos subdominios muestran una flexibilidad

direccional particular, pudiendo actuar tanto como condicionadores como condicionados según el momento del discurso docente. Esta regularidad es reconocible en los resultados de Almonacid y Delgado-Rebolledo (2023), Pacheco-Muñoz et al. (2023) y Otero-Valega et al. (2023), aunque ninguno de estos trabajos la formula como una categoría teórica propia. En el ámbito de la educación superior, trabajos como el de Regolini y Climent-Rodríguez (2023), centrado en una profesora universitaria de álgebra lineal, y los de Delgado-Rebolledo y Zakaryan (2020) muestran patrones similares, donde el conocimiento del contenido matemático —especialmente el KoT— tiende a estructurar el discurso docente y a condicionar la emergencia de otros tipos de conocimiento.

Es precisamente esta regularidad empírica, presente en la literatura de forma implícita, la que motiva la propuesta conceptual de este trabajo.

METODOLOGÍA

La investigación adoptó un enfoque cualitativo con diseño de estudio de caso. El caso se aborda de manera instrumental, dado que el análisis del discurso del profesor constituye el medio para desarrollar las nociones teóricas propuestas y con un alcance transversal, ya que ofrece la información en un momento concreto.

El participante fue un profesor universitario con formación en matemáticas y posgrado en docencia universitaria, a cargo de un curso de Cálculo Vectorial para estudiantes de ingeniería. Su selección respondió a un criterio de disponibilidad voluntaria, entre los tres docentes que impartían esta asignatura en la universidad donde trabaja una de las investigadoras. Se analizaron dos sesiones de clase presencial sobre derivadas parciales y derivadas direccionales, seleccionadas por la complejidad conceptual de estos temas, que favorece la activación de diversos subdominios de conocimiento en el discurso docente

Tabla 1

Funciones del discurso del profesor: instrumento analítico para la segmentación de episodios

Función	Descripción
Explicativa-conceptual	El discurso otorga significado matemático al objeto de estudio: sitúa un concepto en un contexto de aplicación, fenómeno o interpretación más allá de su definición formal.
Conectiva-estructural	El discurso establece vínculos explícitos entre bloques conceptuales o entre conocimientos previos y nuevos, articulando la estructura matemática del contenido.
Interpretativa-representacional	El discurso coordina distintos registros de representación —simbólico, gráfico, geométrico— para construir o justificar el significado de un procedimiento o concepto.
Normativa-procedimental	El discurso regula la práctica matemática legítima: establece qué pasos ejecutar, en qué orden y con qué condiciones, orientando la actividad de resolución.
Formalizadora	El discurso introduce o delimita con precisión un objeto matemático: definiciones formales, enunciados de teoremas o condiciones de existencia.
Metalingüística	El discurso controla y explicita el lenguaje matemático: presenta notaciones equivalentes, corrige usos simbólicos o establece convenciones de escritura.
Organizativa	El discurso gestiona la estructura de la clase: anuncia temas, resume lo trabajado, establece la secuencia de actividades o delimita el propósito del episodio.

Nota: Elaboración propia.

Para entender los resultados que se presentan es necesario enmarcarlos en un estudio de mayor alcance. El análisis del material de investigación se desarrolló en tres fases. En la primera, se segmentaron los fragmentos del discurso de acuerdo con su función en el desarrollo de la clase. Para ello se construyó inductivamente un instrumento de segmentación con siete categorías funcionales (Tabla 1), definidas a partir del corpus y orientadas a identificar en qué momentos el discurso docente activa conocimiento matemático especializado. Este instrumento constituye una herramienta analítica propia del estudio, cuyo propósito es operacionalizar la delimitación de episodios antes de clasificar el conocimiento. En la segunda, cada fragmento fue adscrito a los subdominios del MTSK a partir de los indicadores ya establecidos como instrumento para dicha clasificación previamente (Rojas y Cáceres-García, 2024). En la tercera, se analizaron las relaciones direccionales entre subdominios, identificando cuáles actuaban como punto de partida para la activación de otros, cuáles se activaban como consecuencia, y cuáles mediaban entre ambos.

A partir de esta ruta, y específicamente desde el análisis de las funciones del discurso como categoría analítica, fue posible identificar patrones relacionales recurrentes entre subdominios y proponer la conceptualización de roles funcionales que se presenta en los resultados.

RESULTADOS

Se analizaron 36 fragmentos del discurso del profesor en dos clases. La distribución por subdominios evidenció un claro predominio del KoT, seguido del KSM. El KPM apareció de manera puntual y los subdominios del PCK —KMT y KMLS— cumplieron funciones organizativas o reguladoras. Este patrón se repite en ambas sesiones con contenidos diferentes.

En ambas sesiones, el KoT actuó sistemáticamente como punto de partida del discurso docente. Los fragmentos con función formalizadora y explicativa-conceptual fueron predominantes en cantidad y extensión, correspondieron en todos los casos a evidencias del KoT, y desencadenaron la aparición posterior de fragmentos con función conectiva-estructural e interpretativa-representacional adscritos al KSM. Este patrón configura una relación direccional KoT→KSM que se repite en ambas sesiones.

Un episodio representativo ocurre en la primera sesión, cuando el docente introduce la derivada parcial dotándola de significado matemático explícito:

> P: "Entonces resulta que hay fenómenos que dependen de estas variables en las cuales se va a mirar la velocidad o la tasa de cómo varía, porque ese es el concepto clave de las derivadas parciales: la razón de cambio de una variable con respecto a la otra. " (00:10:47–00:11:13)

Este fragmento cumple una función explicativa-conceptual y constituye evidencia del KoT. A partir de ese contenido establecido, el docente activa inmediatamente una conexión estructural con el cálculo en una variable:

> P: "En el cálculo diferencial… la derivada de una curva era la pendiente de la recta tangente… ahora de acá vamos a hacer como una transformación al cálculo en varias variables. " (00:15:21–00:17:35)

Este segundo fragmento, con función conectiva-estructural, constituye evidencia del KSM y no habría emergido sin el contenido previo del KoT. La dirección KoT→KSM es aquí identificable en la secuencia temporal del discurso.

En la segunda sesión se observa el mismo patrón antes de que emerjan relaciones de sentido inverso; el docente formaliza el teorema que permite calcular la derivada direccional (KoT) y, a partir de ese contenido establecido, introduce la representación en forma polar del vector unitario, conectando el cálculo vectorial con la trigonometría:

P: "Si el vector unitario u forma un ángulo theta con el eje x positivo, dicho vector u se puede escribir como coseno de theta en i más seno de theta en j. " (00:07:39–00:10:25)

Este fragmento, con función conectiva-estructural adscrita al KSM, emerge directamente del contenido formalizado en el KoT.

No obstante, el análisis identificó episodios de sentido inverso en la segunda sesión. Cuando el docente introduce el gradiente como objeto que sintetiza las derivadas parciales, la estructura conceptual reorganiza el contenido previamente presentado:

P: "Esto es equivalente al gradiente producto punto con u. " (00:49:02–00:49:30)

Este fragmento, con función conectiva-estructural adscrita al KSM, no emerge del KoT sino que lo resignifica; la derivada direccional, ya calculada procedimentalmente, adquiere una nueva estructura algebraica. Esto configura una relación KSM→KoT de carácter puntual y no recíproco, lo que diferencia al KSM funcionalmente del KPM y lo posiciona como subdominio articulador.

Un segundo episodio de esta relación inversa ocurre cuando el docente generaliza el gradiente a funciones de tres variables, complejizando el objeto matemático previamente definido:

P: "El gradiente está dado por la derivada parcial con respecto a x… más la derivada parcial con respecto a y… más la derivada parcial con respecto a z… Si hubiese más variables, pues continuaría. " (01:02:22–01:04:37)

Este fragmento reorganiza y amplía el significado del gradiente ya establecido, configurando nuevamente una relación KSM→KoT de carácter puntual.

El KPM emergió exclusivamente asociado a fragmentos con función metalingüística. Un primer episodio ocurre cuando el docente corrige explícitamente la variable incremental durante la definición formal:

P: "Esto sería delta de x, perdón, delta de y." (00:14:47–00:14:51)

Un segundo episodio, más representativo del KPM, ocurre cuando el docente presenta y legitima explícitamente la equivalencia entre distintas notaciones para la derivada parcial:

P: "Vamos a empezar a familiarizarnos con la notación de las primeras derivadas… cualquiera de las que voy a nombrar a continuación son equivalentes… esto significa derivada parcial con respecto a x… esta es otra anotación totalmente equivalente." (00:22:07–00:23:38)

En este fragmento, el docente no introduce nuevo contenido matemático, sino que regula el uso del lenguaje simbólico, estableciendo que distintas notaciones refieren al mismo objeto. Esto constituye una evidencia del KPM en tanto refleja conocimiento sobre el papel comunicativo y convencional del simbolismo matemático. En ninguno de estos episodios el KPM generó relaciones hacia otros subdominios; su activación configuró en ambos episodios una relación direccional KoT→KPM, lo que refuerza la centralidad del KoT como subdominio desde el que se activan tanto las conexiones estructurales del KSM como las prácticas matemáticas del KPM. Esta unidireccionalidad sin retroalimentación constituye la base empírica para caracterizarlo como subdominio dependiente.

CONCLUSIONES Y DISCUSIÓN

Los resultados obtenidos permiten analizar los roles funcionales que asumen los subdominios del MK en el discurso del profesor. A partir de los patrones identificados en el análisis, se proponen tres nociones analítico-conceptuales elaboradas inductivamente desde los patrones empíricos

identificados. Su estatuto es de categorías emergentes, ya que emergen de la reflexión sistemática sobre los patrones encontrados.

Se denomina *subdominio dominante* aquel que actúa sistemáticamente como punto de partida del discurso especializado del profesor, cuya activación no depende de la movilización previa de otro subdominio y que condiciona la emergencia de otros tipos de conocimiento. En el caso analizado, el KoT cumple este rol: las definiciones, procedimientos y reglas operativas que lo constituyen preceden y habilitan tanto las conexiones estructurales del KSM como las prácticas matemáticas del KPM.

Se denomina *subdominio dependiente* aquel cuya activación requiere que otro subdominio haya sido previamente movilizado y que no genera, a su vez, relaciones direccionales hacia otros subdominios. Su función es de soporte, validación o regulación de lo ya establecido. En el caso analizado, el KPM cumple este rol, ya que sus manifestaciones —control notacional, precisión simbólica, establecimiento de condiciones formales— emergen siempre como consecuencia del KoT y no reconfiguran ni el contenido matemático ni las conexiones estructurales.

Se denomina *subdominio articulador* aquel que puede ser activado por el subdominio dominante y que, en momentos discursivos posteriores, puede a su vez activar o resignificar al subdominio dominante. Se puede identificar por la flexibilidad direccional, ya que puede operar en ambas direcciones, aunque no siempre simultáneas ni simétricas. En el caso analizado, el KSM cumple este rol, ya que emerge a partir del contenido establecido por el KoT, pero en episodios específicos retroalimenta y reorganiza el significado del contenido previamente presentado.

Estas nociones se articulan con los hallazgos previos de la literatura, a la vez que los precisan. De manera consistente con lo reportado por Pacheco-Muñoz et al. (2023) y Zakaryan et al. (2018), el KoT se posiciona como el subdominio estructurador del discurso matemático en contextos de enseñanza universitaria, resultado que coincide también con lo documentado por Regolini y Climent-Rodríguez (2023) en el análisis de una profesora universitaria de álgebra lineal. Sin embargo, la propuesta de este trabajo va más allá de constatar esta centralidad, ya que al formular la noción de subdominio dominante, se podría explicar por qué el KoT actúa como eje organizador, y no solo describir que lo hace.

La noción de subdominio articulador permite precisar el papel específicamente del KSM, que en trabajos anteriores había sido caracterizado como subdominio vinculado al KoT. La distinción entre una dirección primaria KoT→KSM y una dirección secundaria y puntual KSM→KoT abre la posibilidad de estudiar en qué condiciones discursivas se activa cada sentido de la relación y qué tipo de episodio lo desencadena.

La presente comunicación se inscribe en una investigación en curso y presenta un primer avance hacia la comprensión de posibles roles funcionales entre subdominios del MTSK. Los resultados se derivan del análisis de un único caso en el contexto de la enseñanza universitaria del cálculo; por ello, las interpretaciones propuestas deben considerarse de carácter exploratorio. Su pertinencia deberá examinarse en estudios posteriores que aborden otros contextos, niveles educativos y contenidos matemáticos. En este sentido, los roles funcionales sugeridos pueden constituir un punto de partida para futuras investigaciones interesadas en profundizar en la dinámica relacional del conocimiento especializado del profesorado.

Agradecimientos

Este trabajo se ha realizado al amparo del Grupo de investigación GIRME de la Universidad de Salamanca.

Referencias

Almonacid, M. y Delgado-Rebolledo, R. (2023). Relaciones en el MTSK de una profesora de matemáticas al reflexionar sobre sus prácticas de enseñanza. En R. Delgado-Rebolledo y D. Zakaryan (Eds.), *Actas del VI Congreso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas* (pp.264–271). Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.

Carrillo-Yáñez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras-González, L. C., Flores-Medrano, E. y Escudero-Ávila, D. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education, 20*(3), 236–253. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981

Contreras-González, L. C., Montes, M. A., Climent, N. y Carrillo-Yáñez, J. (2017). Introducción al modelo MTSK: origen e investigaciones realizadas. *Revista For-Mate, 3*, 9–17.

Delgado-Rebolledo, R. y Zakaryan, D. (2020). Relationships Between the Knowledge of Practices in Mathematics and the Pedagogical Content Knowledge of a Mathematics Lecturer. *International Journal of Science and Mathematics Education, 18*(3), 567–587. https://doi.org/10.1007/s10763-019-09977-0

Otero-Valega, K., Juárez-Ruiz, E. de L. y Zakaryan, D. (2023). Relaciones entre subdominios de conocimiento de un profesor de matemáticas sobre resolución de problemas aditivos. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática, 3*, e202318. https://doi.org/10.54541/reviem.v3i1.92

Pacheco-Muñoz, E., Juárez-Ruiz, E. y Flores-Medrano, E. (2023). Relaciones direccionales intradominio del conocimiento especializado del profesor de matemáticas sobre localización en el plano. *AIEM: Avances de Investigación en Educación Matemática, 24*, 57–74. https://doi.org/10.35763/aiem24.4360

Paternina-Borja, O., Juárez-Ruiz, E. y Zakaryan, D. (2021). Conocimiento especializado de un profesor de matemáticas: caracterización de relaciones en tema de simetrías. En *Anais do V Congreso Iberoamericano sobre conocimiento especializado del profesor de matemáticas* (pp. 296–303).

Regolini, M. y Climent-Rodríguez, N. (2023). Conocimiento del profesor de algebra lineal sobre procedimientos matriciales en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales. En R. Delgado-Rebolledo y D. Zakaryan (Eds.), Actas del VI Congreso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (pp. 246–253). Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.

Rojas-Celis, C., Cáceres-García, M.J. y Sánchez-Barbero, B. (2025). Conocimiento especializado de un profesor de cálculo vectorial en la enseñanza de las derivadas en varias variables. En M. Burgos, M. C. Cañadas, J. M. Marbán e I. Polo-Blanco (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVIII* (pp. 389–396). SEIEM.

Rojas, C. y Cáceres-García, M. J. (2024). Diseño de herramienta de análisis del conocimiento especializado en la enseñanza de las derivadas en varias variables. En N. Adamuz-Povedano, E. Fernández-Ahumada, N. Climent y C. Jiménez-Gestal (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVII* (p. 623). SEIEM.

Zakaryan, D. y Ribeiro, M. (2017). Conocimiento de la enseñanza de números racionales: una ejemplificación de relaciones. *Zetetike, 24*(3), 301–321. https://doi.org/10.20396/zet.v24i3.8648095

Zakaryan, D., Estrella, S., Espinoza-Vásquez, G., Morales, S., Olfos, R., Flores-Medrano, E. y Carrillo, J. (2018). Relaciones entre el conocimiento de la enseñanza y el conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas: caso de una profesora de secundaria. *Enseñanza de las Ciencias*, *36*(2), 105–123. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2260

POSICIONAMIENTOS INICIALES DE FUTUROS MAESTROS DE EDUCACIÓN INFANTIL SOBRE LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA SIMETRÍA

Initial views of prospective early childhood education teachers on teaching and learning of symmetry

Rosell, C.[a], Vanegas, Y.[b] y Prat, M.[c]

[a]Universitat de Lleida, [b]Universitat de Barcelona, [c]Universitat Ramon Llul

Resumen

El desarrollo de la competencia docente mirar profesionalmente es fundamental en la formación inicial de maestros de educación infantil. Esta investigación analiza cómo 80 futuros maestros identifican, interpretan y toman decisiones sobre producciones de alumnado de educación infantil relacionadas con la simetría. Se diseñó una tarea profesional basada en respuestas reales de niñas y niños y se realizó un análisis cualitativo utilizando niveles de evidencia para las destrezas vinculadas a la competencia docente mirar profesionalmente. Los resultados muestran que la mayoría de los participantes presenta niveles bajos en las tres destrezas, con dificultades en interpretar y tomar decisiones. Lo hallazgos resaltan la necesidad de incluir en la formación inicial tareas profesionales que fomenten la observación, el análisis y la reflexión sobre el pensamiento matemático de las niñas y niños, contribuyendo al desarrollo de una mirada profesional.

Palabras clave: *mirar profesionalmente, tareas profesionales, futuros maestros, simetría, educación infantil.*

Abstract

The development of the teaching competence of professional noticing *is essential in the initial education of early childhood teachers. This study analyses how 80 prospective teachers identify, interpret, and make decisions based on early childhood students' work related to symmetry. A professional task was designed using authentic responses from young children, and a qualitative analysis was conducted using levels of evidence for the skills associated with the teaching competence of professional noticing. The results show that most participants demonstrate low levels across the three skills, with particular difficulties in interpretation and decision-making. The findings highlight the need to incorporate professional tasks into initial teacher education that promote observation, analysis, and reflection on children's mathematical thinking, thereby contributing to the development of a professional noticing perspective.*

Keywords: *noticing, professional task, future teachers, symmetry, early childhood education.*

INTRODUCCIÓN

Según Gasteiger y Benz (2018) y Gasteiger et al., (2020) es fundamental que los docentes de educación infantil desarrollen la capacidad de reconocer contextos cotidianos y convertirlos en experiencias enriquecedoras de enseñanza-aprendizaje. En este sentido, la formación inicial del profesorado debería ofrecer oportunidades para que los futuros maestros desarrollen herramientas que les permitan analizar de manera estructurada las situaciones de enseñanza y el pensamiento matemático de las niñas y niños.

Uno de los enfoques utilizados en la formación docente para promover esta capacidad de análisis es el estudio de experiencias escolares. En particular, la revisión de las producciones del alumnado al

Rosell, C., Vanegas, Y. y Prat, M. (2026). Posicionamientos iniciales de futuros maestros de educación infantil sobre la enseñanza y el aprendizaje de la simetría. En B. Barquero, C. de Castro, A. Gómezescobar, A. M. Oller-Marcén y M. D. Torres (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIX* (pp. 521-528). SEIEM.

resolver actividades matemáticas permite a los futuros maestros aproximarse a contextos reales de aula y reflexionar sobre las estrategias y comprensión matemática de los estudiantes.

En el ámbito de la geometría en educación infantil, la simetría constituye una noción relevante para el desarrollo del razonamiento espacial (Moss et al., 2016). Analizar las respuestas de las niñas y niños en tareas relacionadas con la simetría puede ofrecer oportunidades para que los futuros maestros desarrollen su capacidad de reconocer e interpretar el pensamiento matemático en las primeras edades y tomar decisiones didácticas fundamentadas.

En este contexto, el objetivo de este estudio es caracterizar el posicionamiento inicial de futuros maestros de educación infantil cuando analizan las producciones de niñas y niños de 5-6 años en tareas de simetría, considerando las destrezas de la competencia docente mirar profesionalmente (identificar, interpretar y tomar decisiones).

MARCO TEÓRICO

En la formación inicial del profesorado es necesario proporcionar a los futuros docentes herramientas que les permitan desarrollar competencias fundamentales para la práctica educativa. Una de estas competencias es la denominada mirar profesionalmente. Según van Es y Sherin (2002) se entiende como la capacidad del profesorado para identificar aspectos relevantes de una situación de aula, interpretarlos a partir del conocimiento sobre el contexto y tomar decisiones fundamentadas estableciendo conexiones con principios de enseñanza y aprendizaje.

Desde esta perspectiva, mirar profesionalmente implica centrar la atención en el pensamiento matemático de los estudiantes. Zapatera y Callejo (2018) señalan que esta competencia supone observar con atención las estrategias o respuestas de los alumnos, describirlas con precisión, interpretarlas a partir del conocimiento didáctico-matemático y atribuirles significado pedagógico con el objetivo de tomar decisiones que favorezcan el aprendizaje.

En el ámbito de la investigación en educación matemática, esta competencia se ha caracterizado a partir de tres destrezas interrelacionadas: identificar, interpretar y tomar decisiones (Jacobs et al., 2010). La destreza de identificar implica reconocer los aspectos matemáticamente relevantes en las estrategias utilizadas por los estudiantes. La destreza de interpretar consiste en analizar el razonamiento de los alumnos a partir de dichos elementos y del conocimiento sobre el desarrollo de los conceptos matemáticos. Finalmente, la destreza de tomar decisiones se refiere a la capacidad de utilizar la información obtenida sobre la comprensión de los estudiantes para planificar o seleccionar acciones didácticas que favorezcan su progreso (Jacobs et al., 2010).

Mason (2002, 2021) destaca la importancia de que los docentes desarrollen la capacidad de observar con intención las actividades matemáticas de los estudiantes, describir lo observado y considerar posibles alternativas de acción pedagógica. Por su parte, Sherin et al., (2011) y Tekin-Sitrava et al., (2022) han analizado cómo los docentes perciben y comprenden el pensamiento matemático de los estudiantes y cómo esta información influye en la toma de decisiones en el aula.

Para favorecer el desarrollo de esta competencia en la formación inicial, distintos programas de didáctica de las matemáticas han incorporado el uso de tareas profesionales, que buscan aproximar a los futuros docentes a situaciones cercanas a la práctica educativa (Llinares, 2013). Estas tareas implican movilizar conocimiento matemático y didáctico en actividades como anticipar o analizar respuestas de estudiantes, diseñar o evaluar actividades o reflexionar sobre la interacción en el aula (Moreno et al., 2024).

La relación entre el diseño de tareas y la formación del profesorado ha sido ampliamente estudiada. Así, Swan (2007) analizó la naturaleza y tipología de las tareas, Stein et al., (2009) estudiaron las características que deben cumplir para resultar cognitivamente demandantes y Charalambous (2010) examinó el papel del profesor en su implementación. En este contexto, Fortuny y Rodríguez (2012)

señalan que el trabajo con tareas constituye una oportunidad de aprendizaje para que los futuros docentes identifiquen aspectos clave de la enseñanza de las matemáticas. Desde esta perspectiva, uno de los retos de los programas de formación docente consiste en proporcionar a los futuros maestros herramientas conceptuales que les permitan utilizar el conocimiento teórico para analizar situaciones de enseñanza y comprender el pensamiento matemático de los estudiantes (Oonk et al., 2015; Ivars y Fernández, 2018; Bernabeu et al., 2018).

Simetría en educación Infantil

Promover un aprendizaje significativo de nociones matemáticas en edades tempranas implica comprender cómo las niñas y niños construyen su conocimiento y cómo interpretan determinadas situaciones matemáticas. En este sentido, el aprendizaje de nociones geométricas desempeña un papel relevante, ya que permite al alumnado describir, organizar y comprender el entorno que les rodea.

La simetría es una idea geométrica que puede abordarse desde edades tempranas y ofrece oportunidades para conectar las matemáticas con el entorno cotidiano. Tal como señala Jones (2002), el reconocimiento de la simetría facilita la organización y simplificación de la información visual, ya que las figuras simétricas suelen ser identificadas con mayor rapidez, discriminadas con mayor precisión y recordadas con mayor facilidad que las figuras no simétricas.

Moss et al., (2016) consideran que, en el contexto de las matemáticas en edades tempranas, un objeto, diseño o figura presenta simetría cuando contiene elementos idénticos que aparecen en diferentes orientaciones, como reflejos, traslaciones o rotaciones de un elemento original. La simetría de reflexión suele ser la primera que se introduce a las niñas y niños, ya que estos comienzan explorando objetos con líneas simples de simetría. A través de estas exploraciones, los estudiantes pueden comprender que un eje de simetría no tiene que ser únicamente vertical, sino que puede presentarse en diferentes direcciones, y que los objetos pueden tener más de un eje de simetría, infinitos ejes o incluso ser asimétricos. Además, estos autores señalan que la simetría facilita procesos cognitivos relacionados con la percepción visual des de edades tempranas. En sus estudios, observaron que el alumnado de entre 5 y 7 años muestra una notable capacidad para identificar ejes de simetría verticales en objetos cotidianos, comprende que al plegar una figura a lo largo de un eje de simetría las partes resultantes son congruentes y crea patrones simétricos al organizar objetos a ambos lados de un eje.

Seo y Ginsburg (2004); Bornstein et al., (1981) y Eberle (2014) también han mostrado que alumnado de las primeras edades se involucra de manera natural en actividades relacionadas con la simetría a través del juego, por ejemplo, al construir con bloques o explorar patrones. En estos contextos informales, las niñas y niños tienden a crear configuraciones simétricas y muestran sensibilidad hacia este tipo de estructuras, así como una preferencia por patrones simétricos. Asimismo, han identificado que el alumnado de edades tempranas es capaz de reconocer simetrías en objetos cotidianos, elementos de la naturaleza y producciones artísticas.

Desde la perspectiva de las trayectorias de aprendizaje, Vanegas et al., (2021) proponen una aproximación a la enseñanza de la simetría en educación infantil basada en diferentes procesos de desarrollo, entre los que destacan el reconocimiento de repeticiones y similitudes, la identificación de ejes de simetría, la clasificación, la estructuración y la aplicación de estas ideas en diferentes contextos. Sus resultados muestran que las niñas y niños son capaces de reconocer similitudes y repeticiones, identificar ejes de simetría horizontales y verticales y utilizar estos elementos al crear sus propias producciones, aunque la identificación de otros tipos de ejes resulta más compleja.

MÉTODO

Este estudio se enmarca en un enfoque cualitativo de carácter descriptivo, adoptando un estudio de caso centrado en la formación inicial de futuros maestros de educación infantil (Cohen et al., 2018). La investigación se desarrolla a partir del diseño e implementación de tareas profesionales, en las que

los participantes analizan producciones de niñas y niños de 5–6 años en actividades relacionadas con la simetría.

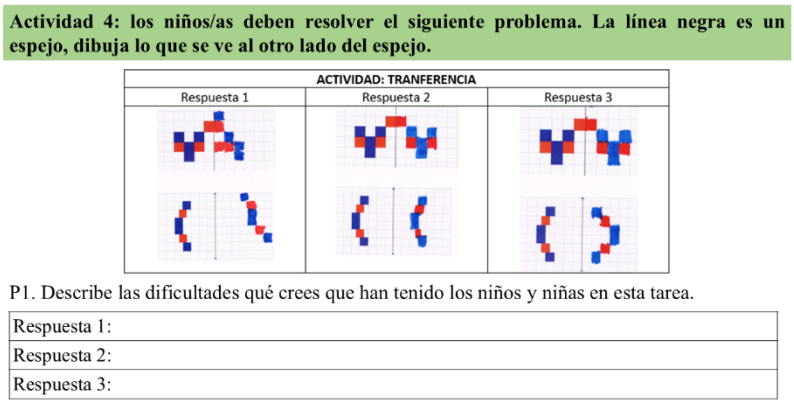
Los participantes fueron 80 futuros maestros, que cursaban el doble grado en Educación Infantil y Primaria o el grado en Educación Infantil en una universidad pública catalana. Los estudiantes del doble grado estaban cursando o ya habían cursado la asignatura Espacio y Forma, relacionada con el aprendizaje de la geometría, mientras que los futuros maestros del grado en Educación Infantil cursaban la asignatura Aprendizaje de las Matemáticas.

Para llevar a cabo la presente investigación, el proceso se estructuró en cinco fases, diseñadas de manera que cada una estuviera estrechamente relacionada con la anterior, garantizando coherencia metodológica y un desarrollo progresivo del estudio.

En la primera fase, se realizó una revisión exhaustiva de la literatura sobre la formación del profesorado, la competencia docente de mirar profesionalmente y la enseñanza de la simetría en educación infantil. La segunda fase consistió en el diseño, implementación y análisis de una trayectoria de aprendizaje de la noción de simetría para edades tempranas. En la tercera fase, se seleccionaron las respuestas de niñas y niños a actividades relacionadas con la simetría. La cuarta fase implicó el diseño de una serie de tareas profesionales basadas en estas respuestas, con preguntas específicas para evaluar cada destreza de la competencia docente (Figura 1). Finalmente, en la quinta fase, se implementaron las tareas profesionales con los participantes, se analizaron sus respuestas y se caracterizó la competencia docente de mirar profesionalmente.

Figura 1

Ejemplo de pregunta de la destreza interpretar en la tarea profesional 2



Para analizar las respuestas de los futuros maestros se realizó un análisis cualitativo basado en categorías emergentes, lo que permitió identificar patrones y tendencias en las producciones de los participantes sin imponer una estructura de clasificación previa. El análisis se apoyó en el marco evaluativo propuesto por Jacobs et al., (2010), que distingue tres destrezas de la competencia de mirar profesionalmente: identificar, interpretar y tomar decisiones, cada una caracterizada por diferentes niveles de evidencia.

El proceso de análisis se desarrolló en tres fases. En primer lugar, se realizó una lectura exploratoria y detallada de las respuestas con el objetivo de familiarizarse con los datos e identificar regularidades en las argumentaciones de los futuros maestros. En esta fase se elaboró también una respuesta experta, basada en la literatura y en el conocimiento especializado en didáctica de las matemáticas, que sirvió como referencia para identificar elementos relevantes en el análisis de las producciones de niñas y niños.

En una segunda fase se realizó una organización preliminar de los datos para cada destreza, identificando aspectos clave a evaluar relacionados con las propiedades de la simetría, las estrategias

utilizadas por las niñas y niños, las posibles dificultades y las decisiones pedagógicas propuestas por los futuros maestros.

Finalmente, en la tercera fase se elaboraron los instrumentos definitivos de análisis (Figura 2), que permitieron categorizar las respuestas de los participantes y caracterizar el nivel de desarrollo de cada destreza de la competencia de mirar profesionalmente. Cada respuesta de los futuros maestros se analizó mediante este instrumento, asignando un nivel a cada destreza en función del grado de identificación de elementos matemáticos, la profundidad de la interpretación del pensamiento del alumnado y la coherencia de la toma de decisiones propuestas.

Figura 2

Ejemplo de instrumento para el análisis (destreza interpretar)

	NIVELES DE EVIDENCIA		
ASPECTO A EVALUAR	**Nivel 1**	**Nivel 2**	**Nivel 3**
Procesos matemáticos	El FM no nombra ningún proceso matemático relacionado con la geometría implicada en la actividad, los nombra sin describirlos o se limita a reproducir lo que dicen los niños y niñas.	El FM no nombra todos los procesos matemáticos relacionados con la geometría implicada en la actividad, describe los procesos sin relacionarlos/conectarlos con las respuestas del niño y niña, pero aporta conocimiento.	El FM nombra los procesos matemáticos relacionados con la geometría implicada en la actividad y los describe valorando las respuestas del niño y niña.
Dificultad	El FM reconoce respuestas correctas o incorrectas, pero no logra describir la dificultad.	El FM describe la dificultad del niño y niña, pero sin un lenguaje matemático adecuado.	El FM describe la dificultad del niño/a.

RESULTADOS

El análisis de las respuestas de los futuros maestros permite identificar algunas tendencias relevantes en el desarrollo de la competencia docente mirar profesionalmente al analizar producciones del alumnado de educación infantil relacionadas con la simetría. En términos generales, los resultados muestran un predominio del nivel bajo de evidencia en las tres destrezas evaluadas: identificar, interpretar y tomar decisiones.

En la destreza identificar, el 72 % de los participantes se sitúa en el nivel bajo, lo que indica dificultades para reconocer con precisión los elementos matemáticos relevantes presentes en las respuestas de las niñas y niños. En muchos casos, los futuros maestros se limitan a mencionar de forma general la noción de simetría o a describir aspectos superficiales de las producciones de las niñas y niños sin hacer referencia a elementos clave como el eje de simetría, la correspondencia entre partes o la conservación de la forma.

Las mayores dificultades se observan en la destreza interpretar, donde el 77 % de los participantes se ubica en el nivel bajo y solo un 3 % alcanza el nivel alto. Estos resultados sugieren que la mayoría de los futuros maestros presenta dificultades para inferir el razonamiento matemático del alumnado a partir de sus producciones. En muchos casos, las respuestas se centran en descripciones generales de las actividades sin establecer conexiones con la comprensión de la simetría ni con los posibles procesos de razonamiento espacial implicados.

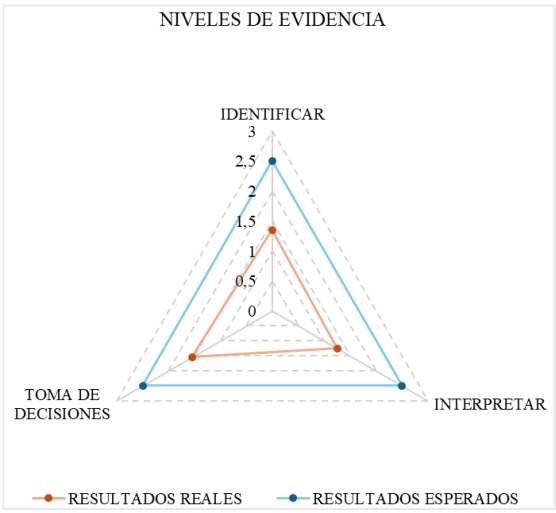
Por su parte, la destreza tomar decisiones presenta un desarrollo ligeramente superior, aunque sigue predominando el nivel bajo. En este caso, el 52 % de los futuros maestros propone estrategias pedagógicas inexistentes o muy generales, mientras que el 40 % plantea algunas acciones didácticas, aunque no siempre relacionadas con las dificultades observadas en las respuestas del alumnado. Solo un 8 % propone intervenciones concretas y coherentes con la comprensión de las niñas y niños.

En conjunto, estos resultados sugieren que, aunque algunos futuros maestros logran reconocer ciertos aspectos visibles en las producciones del alumnado, presentan mayores dificultades para interpretar el pensamiento matemático de las niñas y niños y para proponer decisiones pedagógicas fundamentadas.

A continuación, en la Figura 3, se presenta un gráfico radial, el cual se utiliza como recurso visual para comparar el desempeño de los futuros maestros en las tres destrezas analizadas: identificar, interpretar y tomar decisiones. Para ello, se asignó una puntuación a cada destreza, lo que permite contrastar los niveles de evidencia alcanzados con los considerados esperados. El gráfico muestra una brecha entre ambos, evidenciando un desempeño inferior al esperado en las tres destrezas.

Figura 3

Muestra de la brecha entre los resultados reales y los resultados esperados



Estos hallazgos ponen de manifiesto la necesidad de promover, en la formación inicial del profesorado, experiencias formativas que favorezcan el desarrollo de la competencia de analizar e interpretar las producciones matemáticas del alumnado de educación infantil.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos evidencian que la mayoría de los futuros maestros presenta dificultades para desarrollar las tres destrezas vinculadas con la competencia docente mirar profesionalmente: identificar, interpretar y tomar decisiones. En particular, se observa una mayor concentración de respuestas en el nivel bajo de evidencia, especialmente en la destreza de interpretar, lo que sugiere que los participantes encuentran dificultades para inferir el razonamiento matemático de las niñas y niños a partir de sus producciones.

Estos resultados son coherentes con investigaciones previas que señalan que el desarrollo de esta competencia docente requiere integrar el conocimiento matemático y didáctico para analizar el pensamiento de los estudiantes (Jacobs et al., 2010). En este sentido, diversos estudios han mostrado que los futuros maestros suelen centrarse inicialmente en aspectos visibles de las respuestas de los alumnos, pero encuentran mayores dificultades cuando deben interpretar el significado matemático de dichas producciones o vincularlas con posibles decisiones pedagógicas (Ivars et al., 2016; Fernández et al., 2018; Bernabeu et al., 2019).

En el caso específico de la simetría, estas dificultades pueden relacionarse también con la complejidad conceptual de esta noción geométrica. Comprender la simetría implica reconocer relaciones espaciales como la correspondencia entre partes, la conservación de la forma o la identificación de

ejes de simetría, aspectos que requieren procesos de visualización y razonamiento espacial (Moss et al., 2016). Si los futuros maestros no identifican con claridad estos elementos en las producciones del alumnado, resulta difícil que puedan interpretar el pensamiento matemático de los estudiantes y proponer intervenciones didácticas ajustadas a sus necesidades de aprendizaje.

Los resultados también ponen de manifiesto la importancia del diseño e implementación de tareas profesionales en la formación inicial del profesorado, que permitan analizar producciones reales de los estudiantes y reflexionar sobre los procesos de pensamiento matemático implicados. Este tipo de tareas puede contribuir a que los futuros maestros desarrollen progresivamente la capacidad de centrar su atención en los aspectos matemáticamente relevantes de las respuestas del alumnado, interpretarlas desde una perspectiva didáctica y tomar decisiones pedagógicas fundamentadas. Asimismo, favorece que los futuros docentes reconozcan el potencial del estudiantado de edades tempranas para abordar nociones matemáticas y que reflexionen sobre cómo diseñar intervenciones pedagógicas que promuevan procesos de exploración, razonamiento y comprensión matemática.

Referencias

Bernabeu, M., Moreno, M. y Llinares, S. (2018). Cómo estudiantes para maestro/a anticipan posibles respuestas de niños/as en actividades de reconocimiento de figuras geométricas. En Rosabel Roig-Vila (Ed.), *El compromiso académico y social a través de la investigación e innovación educativas en la Enseñanza Superior* (pp. 59-68). Ediciones Octaedro.

Bernabeu, M., Moreno, M. y Llinares, S. (2019). *El conocimiento geométrico de los/las estudiantes para maestro/a de educación infantil a través de una tarea de clasificación de cuadriláteros*. Ediciones Octaedro.

Bornstein, M. H., Ferdinandsen, K. y Gross, C. G. (1981). Perception of symmetry in infancy. *Developmental Psychology*, 17(1), 82-86. https://doi.org/10.1037/0012-1649.17.1.82

Charalambous, C. Y. (2010). Mathematical knowledge for teaching and task unfolding: An exploratory study. *The Elementary School Journal*, 110(3), 247-278. https://doi.org/10.1086/648978

Cohen, L., Manion, L. y Morrison, K. (2018). *Research Methods in Education*. Routledge. https://doi.org/10.4324/9781315456539

Eberle, R.S. (2014). The role of children's mathematical aesthetics: The case of tessellations. *The Journal of Mathematical Behavior*, *35*, 129-143. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2014.07.004

Fernández, C., Sánchez-Matamoros, G., Valls, J. y Callejo, M. L. (2018). Noticing students' mathematical thinking: characterization, development and contexts. *Avances de Investigación en Educación Matemática, 13*, 39-61. https://doi.org/10.35763/aiem.v0i13.229

Fortuny, J. M. y Rodríguez, R. (2012). Aprender a mirar con sentido: facilitar la interpretación de las interacciones en el aula. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, *1*, 23-37. https://doi.org/10.35763/aiem.v1i1.3

Gasteiger, H, y Benz, C. (2018). Enhancing and analyzing kinderfarten teacher's professional knowledge for early mathematics education. *The Journal of Mathematical Behaviour.* https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.01.002

Gasteiger, H., Bruns, J., Benz, C., Brunner, E. y Sprenger, P. (2020). Mathematical pedagogical content knowledge of early childhood teachers: a standardized situation-related measurement approach. *ZDM Mathematics Education, 52*, 193-205. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01103-2.

Ivars, P., Burfon, À. y Llinares, S. (2016). Características del aprendizaje de estudiantes para maestro de una trayectoria de aprendizaje sobre las fracciones para apoyar el desarrollo de la competencia "mirar profesionalmente". *Acta Scientiae*, *18(4)*, 48-66.

Ivars, P. y Fernández, C. (2018). The role of writing narratives in developing pre-service elementary teachers' noticing. En G. J. Stylianides y K. Hino (Eds.), *Research advances in the mathematical education of pre-service elementary teachers: an international perspective* (pp. 245-259). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68342-3_17

Jacobs, V. R., Lamb, L. L. C. y Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, *41*(2), 169-202. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.41.2.0169

Jones, K. (2002). Issues in the teaching and learning of geometry. In L. Haggarty (Ed), *Aspects of teaching secondary mathematics: Perspectives on practice* (pp. 121-139). London, UK: Routledge Falmer.

Llinares, S. (2013). Professional noticing: A component of the mathematics teacher's professional practice. *Sisyphus. Journal of Education*, *1*, 76-93. https://doi.org/10.25749/sis.3707

Mason, J. (2021). Learning about noticing, by, and through, noticing. *ZDM-Mathematics Education, 53*(1), 231-243. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01192-4

Mason, J. (2002). Researching your own practice: The discipline of noticing. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *6*, 77-91. https://doi.org/10.1023/A:1022107814447

Moreno, M., Santonja, P. y Llinares, S. (2024). Mirada profesional de los estudiantes para profesor de educación secundaria sobre situaciones de enseñanza de matemáticas. En N. Adamuz-Povedano, E. Fernández-Ahumada, N. Climent y C. Jiménez-Gestal (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVII* (pp. 353-360). SEIEM

Moss, J., Bruce, C., Caswell, B., Flynn, T. y Hawes, Z. (2016). *Taking shape: activities to develop geometric and spatial thinking. Grades k-2* (C. D. Bruce, B. Caswell, T. Flynn, y Z. Hawes, Eds.). Pearson Canada Inc.

Oonk, W., Verloop, N. y Gravemeijer, K. (2015). Enriching Practical Knowledge: Exploring Student Teachers' Competence in Integrating Theory and Practice of Mathematics Teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, *46*(5), 559-598. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.46.5.0559

Seo, K.-H. y Ginsburg, H. P. (2004). What Is Developmentally Appropriate in Early Childhood Mathematics Education? *Lessons from New Research*. In D. H. Clements, y J. Sarama (Eds.), Engaging Young Children in Mathematics (pp. 91-104). Mahwah: Erlbaum Associates Inc.

Sherin, M., Jacobs, V. y Philipp, R. (2011). *Mathematics teacher noticing. Seeing through teachers' eyes*. Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203832714

Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A. y Silver, E. A. (2009). *Implementing standards-based mathematics instruction*. Teachers College Press. NCTM.

Swan, M. (2007). The impact of task-based professional development on teachers' practices and beliefs: A design research study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *10*, 217-237. https://doi.org/10.1007/s10857-007-9038-8

Tekin-Sitrava, R., Kaiser, G. y Işıksal-Bostan, M. (2022). Development of Prospective Teachers' Noticing Skills Within Initial Teacher Education. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *20*(7), 1611-1634. https://doi.org/10.1007/s10763-021-10211-z

van Es, E. y Sherin, M. (2002). Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, *10*(4), 571-596.

Zapatera, A. y Callejo, M. L. (2018). El conocimiento matemático y la mirada profesional de estudiantes para maestro en el contexto de la generalización de patrones. Caracterización de perfiles. *Revista Complutense de Educacion*, *29*(4), 1217-1235. https://doi.org/10.5209/RCED.55070