

RELACIONES ENTRE EL CONOCIMIENTO DEL TEMA DE PATRONES Y SU ENSEÑANZA: UN ANÁLISIS DESDE EL MODELO MTSK

Relations between knowledge of patterns as a topic and its teaching: an analysis from the MTSK model

Tarisfeño-Vásquez, S.^a, Zakaryan, D.^a y Escudero-Ávila, D.^b

^aPontificia Universidad Católica de Valparaíso; ^bUniversidad Complutense de Madrid

Resumen

Este estudio forma parte de una investigación más amplia sobre el conocimiento del profesor de primaria de patrones, en el que se establecen relaciones entre los descriptores de dos subdominios del modelo Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK), conocimiento del tema de patrones y conocimiento de la enseñanza de patrones. Para ello, se ha realizado una revisión de la literatura especializada mediante el análisis de contenido, lo que ha permitido sistematizar elementos de conocimiento especializado relacionados al tema de patrones, generando descriptores de conocimiento para las categorías de los subdominios considerados, y establecer relaciones entre estos. Los resultados sugieren que la estructura espacial y numérica de los patrones actúa como un elemento transformador que eleva una secuenciación recursiva hacia el razonamiento estructural.

Palabras clave: patrones, álgebra temprana, conocimiento especializado.

Abstract

"This study is part of a broader research project on primary school teachers' knowledge of patterns, establishing relationships between descriptors from two subdomains of the Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) model: Knowledge of Topics (KoT) in patterns and Knowledge of Mathematics Teaching (KMT). To this end, a specialised literature review was conducted through content analysis, which allowed for the systematisation of specialised knowledge elements related to patterns. This process generated knowledge descriptors for the categories of the subdomains considered and established relationships between them. The results suggest that the spatial and numerical structure of patterns acts as a transforming element that elevates recursive sequencing towards structural reasoning.

Keywords: patterns, early algebra, specialised knowledge.

INTRODUCCIÓN

El tema de los patrones constituye un eje central en los currículos de educación primaria de distintos países ya que posibilita la introducción temprana de nociones algebraicas a partir del trabajo con estructuras, regularidades, funciones lineales y relaciones entre variables, así como de los procesos de generalización y sus distintas formas de representación (Blanton et al., 2015; Kieran, 2022). Sin embargo, diversas investigaciones señalan que el profesorado de educación primaria no siempre reconoce la conexión entre el trabajo con patrones en los primeros grados y su implicancia en conceptos algebraicos futuros, lo que puede limitar el potencial de este tema en la promoción del pensamiento algebraico temprano (Demonty et al., 2018).

Esta situación invita a profundizar en el conocimiento especializado requerido para la enseñanza y el aprendizaje de patrones en primaria. Al respecto, se asume la premisa de Demonty et al. (2018), quienes sostienen que la investigación en dominios matemáticos constituye un corpus teórico robusto

para identificar dichos saberes. Bajo esta perspectiva, cabe preguntarse: ¿qué elementos del conocimiento especializado se identifican en la literatura científica actual y de qué manera se relacionan entre sí?

Para abordar esta interrogante, se adopta el modelo *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* (MTSK), el cual ofrece una estructura de subdominios y categorías que permite operacionalizar este análisis mediante un instrumento específico (Climent y Montes, 2022). Considerando la importancia de articular el conocimiento matemático y el didáctico en la enseñanza de la matemática (McCrory et al., 2012), el objetivo de este estudio es establecer relaciones, particularmente, entre los subdominios KoT y KMT, a partir de descriptores de conocimiento sobre patrones identificados y sistematizados desde la literatura especializada.

MARCO TEÓRICO

Patrones

Un patrón puede ser entendido como una regularidad numérica o espacial, y la relación entre los diversos componentes del patrón constituye su estructura (Mulligan et al., 2006). El estudio de patrones representa un medio privilegiado para introducir nociones clave, como el cambio y la covariación, junto con la construcción de estructuras y el uso de diversas representaciones —tablas, gráficos y diagramas— que permiten explorar y expresar relaciones de tipo funcional (Fuentes y Cañadas, 2021; Pérez-Martos et al., 2023). Esto, a su vez, favorece la comprensión de funciones en etapas posteriores (Stephens et al., 2017).

El modelo MTSK

El MTSK es un modelo analítico diseñado para caracterizar el conocimiento especializado del profesor de matemáticas. Su estructura se organiza en dos dominios principales de conocimiento y uno transversal de Creencias sobre la matemática y su enseñanza y aprendizaje. El primer dominio, el Conocimiento Matemático (MK), incluye el saber disciplinar y se compone de los subdominios: Conocimiento de los Temas (KoT), Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas (KSM) y Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM). El segundo, el Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK), se vincula con la enseñanza y aprendizaje de los contenidos e integra los subdominios de: Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT); Conocimiento de las Características del Aprendizaje (KFLM); Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje (KMLS) (Carrillo et al., 2018). Dado que el objetivo de este trabajo es analizar las relaciones entre el KoT y el KMT, se describen a continuación ambos en exclusiva. El KoT se compone de cuatro categorías de conocimiento: *fenomenología y aplicaciones*, que contempla el conocimiento sobre los fenómenos que originan el contenido matemático, así como sus usos y aplicaciones; *definiciones, propiedades y sus fundamentos*, aborda el conocimiento sobre los conceptos y la selección de sus propiedades; esto incluye la capacidad para fundamentar y definir; *(registros de representación* referido al conocimiento sobre las diversas formas de representar un contenido matemático; y *procedimientos* contempla el saber sobre las acciones y secuencias vinculadas a un contenido específico. Esto incluye el conocimiento sobre ¿cómo se hace? ¿cuándo puede hacerse?, ¿por qué se hace así? y las características del resultado (Vasco y Moriel, 2022). El KMT se estructura en tres categorías: *teorías de enseñanza*, que aborda desde teorías personales y experiencia hasta marcos teóricos formales derivados de la investigación; *recursos didácticos* (físicos y digitales), referida al conocimiento sobre la potencialidad y limitaciones de dichos recursos; y *estrategias, técnicas, tareas y ejemplos* involucra el conocimiento sobre el diseño y la gestión de actividades, considerando su capacidad para favorecer el aprendizaje o superar obstáculos en aprendizaje del contenido (Sosa y Reyes, 2022).

METODOLOGÍA

El presente trabajo forma parte de un estudio más amplio desarrollado mediante una revisión bibliográfica con enfoque cualitativo, enmarcado en el paradigma interpretativo (Creswell, 2012).

Para la construcción del corpus, se consultaron las bases de datos Scopus y Web of Science, seleccionando artículos publicados entre 2016–2025 bajo las palabras clave: *pattern generalisation*, *early algebra*, *early algebraic thinking* y *functional thinking*. A partir de una base inicial de 168 documentos, se eliminaron los duplicados y se seleccionaron los de acceso abierto. Asimismo, la búsqueda se restringió a profesores de educación primaria en formación y en ejercicio, lo que resultó en un corpus final de 64 documentos. En estos, se utilizaron como unidades de análisis las categorías de los subdominios KoT y KMT previamente detalladas en el marco teórico. La aplicación de los criterios metodológicos y las unidades de análisis descritas permitieron sistematizar los hallazgos en tres dimensiones: primero, la formulación de descriptores para el KoT; segundo, la formulación de descriptores para el KMT; y, finalmente, la articulación de ambos mediante sus descriptores.

RESULTADOS

Conocimiento de los temas (KoT)

(FA) Fenomenología y aplicaciones

La literatura destaca el uso de fenómenos significativos para el estudio de patrones, tales como problemas contextualizados, contextos culturales o secuencias figurales, los cuales permiten identificar regularidades y cantidades covariantes (Cañadas et al., 2023; Hunter y Miller, 2022; Ramírez-Úcles et al., 2020). De este modo, la exploración de estos fenómenos favorece el tránsito hacia la modelización de relaciones lineales (Blanton et al., 2019). En este marco, se propone el descriptor FA1. “conocimiento sobre fenómenos de crecimiento o decrecimiento constante —en contextos cotidianos o matemáticos— y su generalización por medio de relaciones lineales”.

(DP) Definiciones, propiedades y sus fundamentos

Pincheira et al. (2025) definen el patrón como una regularidad de elementos con una unidad de repetición que sirve para generalizar y promover el razonamiento matemático, surge el descriptor DP1. “El conocimiento del patrón como una regularidad estructurada por una unidad de repetición, cuya identificación es fundamental para la formulación de reglas generales”. Asimismo, Hunter y Miller (2022) caracterizan los patrones lineales, como secuencias definidas por la existencia de una regla de variación basada en incrementos o disminuciones constantes entre elementos consecutivos. En este contexto, se establece el descriptor DP2. “conocimiento de los patrones lineales como secuencias figurales o numéricas organizadas por una regla de variación constante, cuya estructura puede analizarse a partir de la disposición espacial de sus elementos y de la cantidad que compone cada término”. En este contexto, la noción se refiere a la capacidad de reconocer y establecer relaciones de similitud y diferencia dentro de una estructura (Mason, citado en Kieran, 2022) que permite identificar, de manera explícita, la relación entre las variables (Pinto y Cañadas, 2017). Zapatera (2018) distingue entre estructura espacial, como la distribución de los elementos de la figura, y estructura numérica, como el número de elementos que la componen. Desde esta perspectiva, surge el descriptor DP3. “conocimiento de la estructura espacial y numérica, como la cantidad de elementos que conforman cada figura en un patrón, lo que permite analizar su crecimiento y generalización, incluyendo estructuras aditivas, multiplicativas o aditivo-multiplicativas”. De este modo, la organización de las relaciones entre los valores de las variables (Torres et al., 2021) suele expresarse mediante funciones lineales de tipo $f(n)=n$, $f(n)=n+a$, $f(n)=an$ y $f(n)=an+b$ (Blanton et al., 2019; Pinto y Cañadas, 2017; Zapatera, 2018). Por otro lado, más allá de ser secuencias ordenadas, los patrones caracterizan una relación funcional entre dos cantidades que varían simultáneamente. Esta distinción permite analizar la relación funcional subyacente entre estas cantidades (Ayala-Altamirano y Molina, 2021; Torres et al., 2021), vinculando la posición con el número de elementos (Wilkie, 2016; Zapatera, 2018). A partir de ello, en este escenario formulamos el descriptor DP4. “conocimiento del papel de las variables en los patrones (independiente y dependiente) y de las relaciones que se establecen entre ellas (covariación y correspondencia)”, elementos de conocimiento que la literatura

utiliza para describir, respectivamente, el cambio simultáneo entre cantidades y la relación específica entre sus valores (Hunter y Miller, 2022; Wilkie, 2016).

(RR) Registros de representación

Las representaciones desempeñan un papel fundamental en la comprensión y generalización de patrones, dado que el uso de diversos registros permite visualizar distintos aspectos de los patrones (Cañadas et al., 2023; Hunter y Miller, 2022). Bajo esta premisa, resulta esencial el descriptor RR1. “conocimiento de los distintos registros de representación de un patrón (lenguaje natural, simbólico, figural, tabular y gráfico).” No obstante, no basta con identificar las distintas formas de representación, sino que se requiere el descriptor RR2. “conocimiento sobre el aporte de cada una de ellas a la interpretación y comprensión del patrón”, lo cual fundamenta la importancia de transitar entre registros para alcanzar la generalización. En esta línea, la representación figural permite visualizar la estructura del patrón y reconocer regularidades estructurales (Zapatera, 2018), mientras que el lenguaje natural facilita la expresión de relaciones funcionales de forma accesible, actuando como un puente hacia la formalización (Cañadas et al., 2023; Ramírez-Úcles et al., 2020). Por otro lado, las tablas permiten el análisis explícito de la covariación entre variables (Stephens et al., 2017; Wilkie, 2016) y las representaciones gráficas ayudan a identificar la tasa de cambio, permitiendo distinguir entre relaciones proporcionales y no proporcionales (Pérez-Martos et al., 2023; Stephens et al., 2017). Finalmente, las expresiones simbólicas esquematizan la regularidad en una regla general aplicable a cualquier valor de la variable (Wilkie, 2016; Zapatera, 2018), lo que permite avanzar hacia la generalización simbólica (Cañadas et al., 2023).

(P) Procedimientos

Desde los patrones figurales se requiere la coordinación entre la estructura espacial y la estructura numérica (Zapatera, 2018), proceso que genera una secuencia numérica, lo que nos lleva al descriptor P1. “conocimiento de la coordinación entre la estructura espacial y numérica del patrón”. En este contexto, la continuación de la secuencia se aborda mediante iteraciones aditivas o multiplicativas que facilitan la determinación de términos cercanos (Stephens et al., 2017; Zapatera, 2018); esto se traduce en el descriptor P2. “conocimiento de las iteraciones recursivas para continuar una secuencia”. Finalmente, la comprensión de la variación conjunta permite coordinar las variables y establecer la relación funcional entre ellas (Ayala-Altamirano y Molina, 2020; Stephens et al., 2017; Wilkie, 2016), lo cual configura nuestro descriptor P3. “conocimiento de la manipulación de la variación conjunta para la generalización de relaciones funcionales”.

Una vez sistematizados los descriptores que definen el conocimiento especializado de patrones, resulta fundamental analizar cómo estos se ponen en acción a través del subdominio KMT.

Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT)

(TE) Teorías de enseñanza

Una parte importante de la investigación no se adscribe explícitamente a ninguna teoría de enseñanza específica, sino que se fundamenta en el álgebra temprana, entendida como el estudio de la generalización de estructuras impulsado a través de prácticas de pensamiento algebraico ampliamente documentadas en la literatura reciente (Blanton et al., 2019; Kieran, 2022). Bajo este enfoque, cobra relevancia el descriptor TE1. “conocimiento de la perspectiva del álgebra temprana como marco para la enseñanza de patrones, el cual promueve prácticas algebraicas tales como representar, justificar y razonar sobre estructuras y relaciones matemáticas”.

(RD) Recursos didácticos

El uso de materiales manipulativos como fósforos, bloques o tarjetas es valorado por la investigación actual, dado que permite identificar elementos invariantes y el cambio dentro de una secuencia. Esta estrategia moviliza el descriptor RD1. “conocimiento de materiales manipulativos que visibilizan la

estructura del patrón y sus variables, facilitando la exploración intuitiva de la covariación”, aunque diversos autores advierten que esta práctica podría restringir el tránsito hacia la abstracción si el estudiante permanece en una etapa puramente perceptiva (Ramírez-Úcles et al., 2020; Wilkie, 2016), por lo que, resulta necesario el descriptor RD2. “conocimiento de que los materiales manipulativos pueden promover estrategias de conteo y recursivas, dificultando el tránsito hacia la generalización”.

(E) Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos

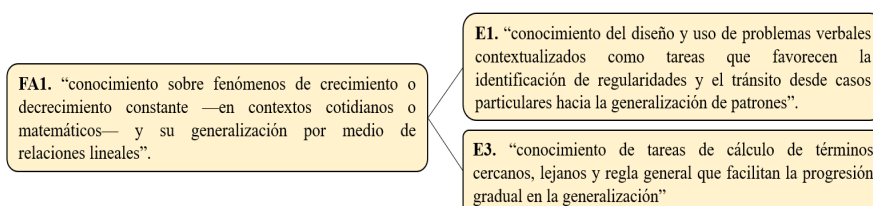
Por otra parte, la enseñanza de patrones en contextos histórico-culturales favorece el desarrollo del pensamiento algebraico temprano al promover formas de razonamiento sobre regularidades y relaciones entre variables (Torres et al., 2021; Wilkie, 2016). Por tanto, los problemas verbales contextualizados se consolidan como una herramienta didáctica fundamental, ya que permiten identificar variables, constantes y relaciones funcionales en escenarios significativos (Ayala-Altamirano y Molina, 2021; Cañadas et al., 2023; Torres et al., 2021). Esta estrategia didáctica nos permite plantear el descriptor E1. “conocimiento del diseño y uso de problemas verbales contextualizados como tareas que favorecen la identificación de regularidades y el tránsito desde casos particulares hacia la generalización de patrones”. Al promover la identificación de estructuras, los estudiantes pueden avanzar hacia generalizaciones sofisticadas mediante el análisis de términos lejanos (Cañadas et al., 2023; Hunter y Miller, 2022; Pinto y Cañadas, 2017). No obstante, la introducción de variables simbólicas es viable siempre que se garanticen espacios de discusión y el uso de registros diversos (Ayala-Altamirano y Molina, 2020). En este contexto, surge el descriptor E2. “conocimiento de estrategias de enseñanza que articulan representaciones múltiples (figural, tabular, gráfica, verbal y simbólica) para favorecer la construcción de relaciones funcionales”. Asimismo, se resalta la importancia de diseñar tareas con distintos niveles de dificultad —tales como la generalización cercana, lejana y la formulación de una regla general— para favorecer la transición desde casos particulares hacia relaciones generales (Ayala-Altamirano y Molina, 2021). De esta evidencia se desprende la necesidad de un descriptor E3. “conocimiento de tareas de generalización cercana, lejana y de regla general para promover la progresión gradual en la generalización”, permitiendo que el estudiante escale en complejidad de forma coherente. En esta línea, autores como Zapatera (2018) y Torres et al. (2021) proponen el uso de problemas que articulen formas directas e inversas de una relación funcional para promover el uso de reglas explícitas y la comprensión de la función como objeto matemático. Esta recomendación surge E4. “conocimiento de tareas que integran formas directas e inversas de una relación funcional”. Una vez sistematizados los descriptores para el KoT y KMT de forma independiente, resulta fundamental analizar cómo interactúan entre sí. Esta convergencia es la que permite comprender el conocimiento especializado del profesor como una unidad integrada donde el 'qué se enseña' (KoT) sustenta y da coherencia al 'cómo se enseña' (KMT).

Relación entre los descriptores de los subdominios KoT y KMT

A continuación, dada la importancia de la articulación del conocimiento matemático y el didáctico en la enseñanza (McCrory et al., 2012), se presentan las justificaciones de relaciones de algunos descriptores del KoT y cómo estos se vinculan con descriptores del KMT.

Figura 1

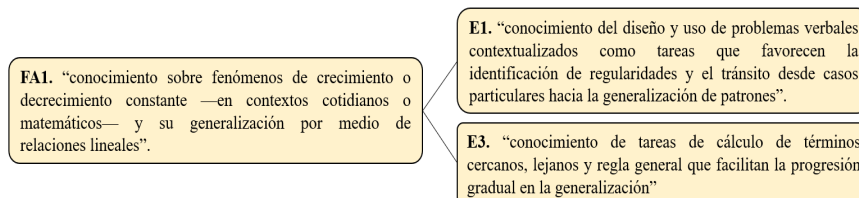
Descriptor FA1 y su relación con E1 y E2



Los fenómenos de crecimiento o decrecimiento constante (FA1) guarda relación con el diseño de tareas contextualizadas (E1), ya que el uso de fenómenos significativos permite al estudiante identificar regularidades, cantidades variables y constantes en escenarios con sentido (Ayala-Altamirano y Molina, 2021; Cañadas et al., 2023; Torres et al., 2021). Además, el FA1 se vincula, además con tareas didáctica que favorece el tránsito desde casos particulares hacia casos generales (E3) (Hunter y Miller, 2022; Ramírez et al., 2020).

Figura 2

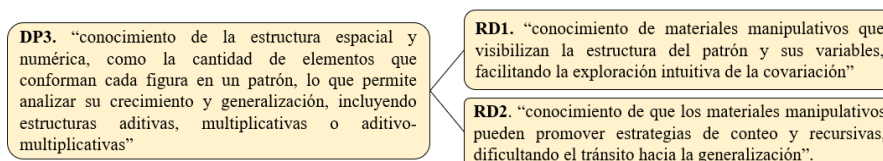
Descriptor DP1 y su relación con TE1



La unidad de repetición como regularidad estructurada no es solo un componente aritmético en los patrones (DP1), sino la base estructural sobre la cual se cimienta el razonamiento matemático (Pincheira y Alsina, 2025). Por lo que la enseñanza de patrones deja de ser una búsqueda del “siguiente” para convertirse en el análisis de estructuras (Blanton et al., 2019; Kieran, 2022). Para ello, el estudiante no solo debe continuar de la secuencia, sino que debe justificar y razonar (TE1) sobre la relación matemática subyacente (Sternier, 2024).

Figura 3

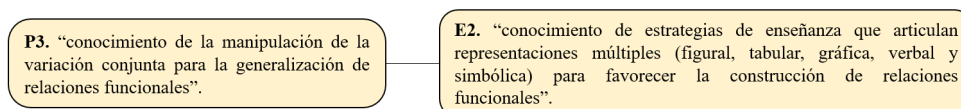
Descriptor DP3 y su relación con RD1 y RD2



El conocimiento de la estructura espacial y numérica (DP3) radica en la capacidad de transformar la noción aritmética del patrón en un objeto de aprendizaje algebraico. Si se identifica en una secuencia la naturaleza aditiva, multiplicativa o mixta, los recursos didácticos, cumplen el propósito de visibilizar la estructura del patrón y sus variables (RD1), facilitando la exploración de la covariación (Ramírez-Úcles et al., 2020; Wilkie, 2016). No obstante, para evitar el conteo simple o la recursividad (RD2) se debe articular los recursos manipulativos con otras representaciones.

Figura 4

Descriptor P3 y su relación con E2



El análisis de las relaciones entre los descriptores nos permite observar que el conocimiento para la enseñanza de patrones no reside únicamente en el dominio de conceptos aislados, sino cómo la articulación dialéctica entre el saber matemático y el saber didáctico.

5. Conclusiones y discusión

Las relaciones evidencian que el conocimiento de la estructura numérica y espacial actúa como el eje transformador que eleva la secuenciación al nivel del álgebra temprana. La identificación de la unidad de repetición (patrón) y la naturaleza de la estructura (aditiva o multiplicativa) permiten el diseño de tareas que trascienden el cálculo recursivo para fomentar el razonamiento estructural y la justificación

(Blanton et al., 2019; Kieran, 2022). En línea con Pinto y Cañadas (2017), que conectan la idea de patrón a la recursividad, y la estructura al establecimiento de una relación entre variables. Por otro lado, la operacionalización de la variación conjunta es el motor del tránsito hacia la generalización de patrones como relaciones funcionales (Stephens, 2017; Wilkie, 2016). Como lo afirman Fuentes y Cañadas (2021), este proceso se optimiza mediante el vínculo entre fenómenos significativos, diversas representaciones y una progresión gradual de tareas de generalización. El conocimiento disciplinar y didáctico posibilita la articulación de representaciones múltiples, así como plantear tareas de reversibilidad (formas directas e inversas), consolidando así la comprensión de la función como un objeto matemático integrado en los patrones.

Este estudio presenta limitaciones asociadas a la naturaleza de la revisión bibliográfica. Como la restricción de búsqueda a documentos de acceso abierto en las bases de datos Scopus y Web of Science, es posible que se hayan omitido investigaciones relevantes publicadas en otros repositorios o formatos. Por otro lado, se ha dejado fuera de este trabajo los otros subdominios del modelo.

El principal aporte de esta investigación radica en la propuesta de un sistema de descriptores especializados que integra de forma coherente el saber disciplinar y didáctico sobre los patrones. Al operacionalizar las relaciones entre categorías del KoT y KMT, este estudio ofrece un marco analítico para futuras investigaciones que busquen evaluar o caracterizar el conocimiento de profesores en ejercicio. Como proyección, se propone que estos resultados sirvan de base para el diseño de programas de desarrollo profesional y materiales curriculares que enfatizen la visión estructural del álgebra temprana. La transición desde procedimientos recursivos hacia relaciones funcionales, identificada aquí como un punto crítico de articulación, abre una línea de investigación necesaria sobre cómo el profesor puede mediar de forma efectiva entre la percepción figural y la abstracción simbólica, consolidando así el estudio de patrones como un precursor sólido del pensamiento funcional en la educación primaria.

Referencias

- Ayala-Altamirano, C. y Molina, M. (2021). Fourth graders' justifications in early algebra tasks involving a functional relationship. *Educational Studies in Mathematics*, 107(2), 359-382. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10036-1>
- Blanton, M., Stephens, A., Knuth, E., Gardiner, A., Isler, I. y Kim, J. (2015). The development of children's algebraic thinking: The impact of a comprehensive early algebra intervention in third grade. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(1), 39-87. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.46.1.0039>
- Blanton, M., Stroud, R., Isler-Baykal, I., Stephens, A., Knuth, E. y Gardiner, A. M. (2019). Growth in children's understanding of generalizing and representing mathematical structure and relationships. *Educational Studies in Mathematics*, 102(2), 193-219. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09894-7>
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M. y Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Cañadas, M. C., Castro-Rodríguez, E. y Molina, M. (2023). Functional thinking evidenced by primary school students when solving contextualized problems. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 21(3), 657-676. <https://doi.org/10.1007/s10763-022-10218-3>
- Climent, N. y Montes, M. (2022). El modelo MTSK: antecedentes y estructura. En J. Carrillo, M. Montes y N. Climent (Eds.), *Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): 10 años de camino* (pp. 27-34). Dykinson.
- Creswell, J. (2012). *Educational Research: Planning, Conducting, and Evaluating Quantitative and Qualitative Research*. Pearson.

- Demonty, I., Vlassis, J. y Fagnant, A. (2018). Algebraic thinking, pattern activities and knowledge for teaching at the transition between primary and secondary school. *Educational Studies in Mathematics* 99, 1-19. <https://doi-org.pucv.idm.oclc.org/10.1007/s10649-018-9820-9>
- Fuentes, S. y Cañadas, M. C. (2021). Funciones $f(x)=3x$ y $f(x)=5x$ en primero de primaria: estrategias y representaciones utilizadas por alumnos. En P. D. Diago, D. F. Yáñez, M. T. González-Astudillo y D. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 269- 277). SEIEM.
- Hunter, J. y Miller, J. (2022). The use of cultural contexts for patterning tasks: Supporting young diverse students to identify structures and generalise. *ZDM - Mathematics Education*, 54(6), 1349-1362. <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01386-y>
- Kieran, C. (2022). The multi-dimensionality of early algebraic thinking: Background, overarching dimensions, and new directions. *ZDM - Mathematics Education*, 54(6), 1131-1150. <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01435-6>
- McCrorry, R., Floden, R., Ferrini-Mundy, J., Reckase, M. D. y Senk, S. L. (2012). Knowledge of Algebra for Teaching: A Framework of Knowledge and Practices. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(5), 584-615. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.43.5.0584>
- Mullingan, J., Mitchelmore, M. y Prescott, A. (2006). Integrating concepts and processes in early mathematics: the australian pattern and structure mathematics awareness Project (PASMAT). En J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká y N. Stehlíková (Eds.), *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 209-216). PME.
- Pérez-Martos, M. C., Moreno, A., Cañadas, M. C. y Torres, M. D. (2023). Una mirada a través de gráficos funcionales del alumnado de quinto de educación primaria. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo y P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 435-442). SEIEM.
- Pincheira, N., Alsina, Á. y Acosta, Y. (2025). Desarrollo profesional del profesorado de matemáticas de educación infantil y primaria: Contribuciones de un curso de formación continua sobre el sentido algebraico. *Contextos Educativos*, 35, 87-115. <https://doi.org/10.18172/con.6496>
- Pinto, E. y Cañadas, M.C. (2017). Estructuras y generalización de estudiantes de tercero y quinto de primaria: un estudio comparativo. En J.M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M.L. Callejo y J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 407-416). SEIEM.
- Ramírez-Úcles, R., Brizuela, B. M. y Ayala-Altamirano, C. (2020). Word problems associated with the use of functional strategies among grade 4 students. *Mathematics Education Research Journal*, 34(2), 317-341. <https://doi.org/10.1007/s13394-020-00346-7>
- Sosa, L. y Reyes, A. M. (2022). Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas. En J. Carrillo, M. Montes y N. Climent (Eds.), *Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): 10 años de camino*, (pp.71-82). Dykinson.
- Stephens, A. C., Fonger, N., Strachota, S., Isler, I., Blanton, M., Knuth, E. y Murphy Gardiner, A. (2017). A learning progression for elementary students' functional thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 19(3), 143-166. <https://doi.org/10.1080/10986065.2017.1328636>
- Torres, M., Cañadas, M. C., Moreno, A. y Gómez, P. (2021). Structures in direct and inverse forms of a function evidenced by 7-8-year-old students. *Uniciencia*, 35(2), 1-16. <https://doi.org/10.15359/ru.35-2.16>
- Vasco Mora, D. y Moriel Junior, J. (2022). Conocimiento de los temas. En J. Carrillo, M. Montes y N. Climent (Eds.), *Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): 10 años de camino*, (pp. 35-46). Dykinson.
- Wilkie, K. J. (2016). Students' use of variables and multiple representations in generalizing functional relationships prior to secondary school. *Educational Studies in Mathematics*, 93(3), 333-361. <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9703-x>
- Zapatera, A. (2018). Cómo alumnos de educación primaria resuelven problemas de generalización de patrones. Una trayectoria de aprendizaje. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 21(1), 87-104. <https://doi.org/10.12802/relime.18.2114>