

ESTRATEGIAS DE ESTUDIANTES DE SECUNDARIA EN LA ESTIMACIÓN Y USO DE LA PROPORCIÓN MUESTRAL

Secondary school students' strategies in estimating and using the sample proportion

Begué, N.^a, Ramos-Pérez, H.^b, Gea, M. M.^b y Stuardo-Aguayo, A.^b

^aUniversidad de Zaragoza, ^bUniversidad de Granada

Resumen

La inferencia estadística se fundamenta en el muestreo para obtener información sobre la población. Este trabajo tiene como objetivo analizar estrategias y dificultades de 104 estudiantes de educación secundaria al estimar y aplicar la proporción muestral. Los resultados muestran que solamente dos estudiantes resuelven correctamente la tarea, sin observar una mejora según el curso, con una mayor frecuencia de razonamientos aditivos. El análisis de las respuestas que aplican razonamiento proporcional muestra una diversidad de estrategias siendo las más frecuentes: la razón, la regla de tres y la fracción como operador. Sin embargo, su cálculo generalmente erróneo se debe a una comprensión incorrecta de la estructura multiplicativa, además de una comprensión insuficiente del contexto de las tareas de remuestreo, lo que explica el reducido número de respuestas correctas.

Palabras clave: proporción muestral, estimación, razonamiento proporcional, estrategias

Abstract

Statistical inference relies on sampling to obtain information about a population. The aim of this study is to analyse the strategies and difficulties encountered by 104 secondary school students when estimating and applying the sample proportion. The results show that only two students solved the task correctly, with no improvement observed across year groups, and a higher frequency of additive reasoning. Analysis of the responses that apply proportional reasoning reveals a variety of strategies, the most frequent being: ratio, the rule of three, and fractions as operators. However, their generally incorrect calculations stem from a misunderstanding of the multiplicative structure, as well as an insufficient grasp of the context of the resampling tasks, which explains the low number of correct answers.

Keywords: sample proportion, estimation, proportional reasoning, strategies

INTRODUCCIÓN

La inferencia estadística es fundamental para la construcción del conocimiento a través de la toma de datos, lo que nos permite obtener información de la población de la que se construyen las muestras (Begué et al., 2019). Burrill y Biehler (2011) resaltan el papel del muestreo como una idea estocástica fundamental, siendo una de sus finalidades el obtener información de una característica de la población; por lo que su comprensión es un elemento clave para alcanzar la alfabetización estadística (Ben-Zvi et al., 2015).

El marco curricular estatal introduce el estudio del muestreo con la enseñanza del sentido estocástico en educación primaria (MEFP, 2022a), que se profundiza en la etapa de ESO (MEPF, 2022b). Al considerar en nuestro estudio la proporción en una población, tenemos en cuenta que el razonamiento proporcional se viene forjando desde segundo ciclo de educación primaria y en tercer ciclo se incorpora con un saber básico dentro de la enseñanza del sentido numérico (MEFP, 2022a). Para educación primaria se propone el desarrollo de estrategias de resolución para el trabajo de situaciones en las que opera la proporcionalidad directa como la igualdad de razones, la reducción a la unidad,

entre otros. Durante la etapa de secundaria se trabaja en estas relaciones y se profundiza en la proporcionalidad inversa (MEFP, 2022b, p. 41732), de ahí nuestro interés por considerar una muestra de estudiantes en todos los niveles de la ESO, que comprende los cursos de 1º a 4º (12 a 15 años). Por tanto, el objetivo de nuestro estudio se centra en analizar las estrategias y dificultades de estudiantes de Educación Secundaria Obligatoria (ESO) al estimar la proporción y el total poblacional, conocida una proporción muestral, y manejar estos conceptos para estimar una nueva proporción muestral.

MARCO TEÓRICO

Tomamos como fundamento el marco del Enfoque Ontosemiótico (EOS), en torno al conocimiento e instrucción matemática (Godino, 2024), cuyo eje vertebrador es el significado asociado a un objeto matemático, que se construye por medio de la actividad matemática. Se distingue entre el significado institucional, que considera aquellas prácticas matemáticas que pueden darse en un entorno académico al resolver una situación-problema, mientras que el significado personal tiene lugar en las prácticas matemáticas ligadas al individuo cuando enfrenta la situación-problema. Así, el proceso de enseñanza y aprendizaje da espacio a que tenga lugar el acoplamiento entre el significado personal e institucional. En nuestro estudio nos enfocamos en la comprensión que sucede cuando se aproximan el significado personal e institucional, que podemos evaluar a través del análisis de las prácticas personales cuando se demanda la resolución de una situación-problema (Godino, 2024).

Antecedentes

Los trabajos previos centrados en la comprensión de la proporción muestral en la etapa de secundaria, relacionados con nuestro estudio, se describen a continuación.

En cuanto a la comprensión, Shaughnessy et al. (2004) informan del uso de tres concepciones en torno a la muestra por estudiantes: a) aditiva, cuando no se conciben las muestras como subconjuntos disjuntos de la población, b) proporcional, cuando se asume la representatividad muestral; y c) distribucional, cuando se estima considerando la variabilidad en la distribución muestral. En su estudio analizan la comprensión de 272 estudiantes (10-19 años) en una situación de muestreo en la que se demanda estimar la proporción de caramelos al tomar muestras de distinto tamaño ($n=10$ y 100) y si esperan que se obtengan los mismos resultados al tomar una nueva muestra. La mayoría de los estudiantes sobreestimaron la variabilidad de la distribución muestral, independientemente del tamaño de la muestra.

Begué (2019) analiza la percepción de la variabilidad y representatividad muestral en estudiantes españoles de secundaria (13-14 años y 15-16 años) y bachillerato (17-18 años), observando la dificultad que presentan para alcanzar un razonamiento distribucional del muestreo (Shaughnessy et al., 2004). El instrumento que aplica permite analizar la comprensión de la proporción muestral, considerando sucesos equiprobables y no equiprobables y variando el tamaño muestral. Los resultados muestran que los estudiantes presentan más dificultades para identificar la variabilidad en muestras de tamaño mayor, ya que tienden a sobreestimar la variabilidad. Con respecto a la estimación de la proporción muestral, los estudiantes realizan estimaciones más apropiadas en experiencias con sucesos equiprobables (lanzamiento de una moneda) que no equiprobables (lanzamiento de chinchetas o a canasta en baloncesto).

Solo Ruiz-Reyes (2020) aplica un instrumento a estudiantes de secundaria con el que analiza la comprensión de la proporción muestral. El 51,4% estimó correctamente la proporción de peces marcados en un estanque. Sin embargo, se muestra un razonamiento proporcional y algebraico insuficiente al responder a las preguntas posteriores, pues los porcentajes de respuestas correctas disminuyeron. Solo un 39,2% estimó correctamente el total poblacional, mientras que solo el 38,5% estimó el valor esperado de peces marcados en una nueva muestra.

Nuestro estudio completa estas líneas de investigación, al aplicar un mismo instrumento a toda la etapa de secundaria (11 a 14 años). Además, el trabajo analiza las estrategias de los procesos de resolución que aplican, según su razonamiento proporcional.

MÉTODO

El método de investigación en nuestro estudio es cualitativo y descriptivo (León y Montero, 2015; Sampieri, 2018). Analizamos las respuestas abiertas de una muestra intencionada (por la accesibilidad a la misma) de 104 estudiantes de secundaria, en un mismo centro educativo durante el curso académico 2022-2023, ya que una de las autoras era profesora en el centro en el que se implementa la herramienta. Los estudiantes comprenden la edad entre los 11 a 16 años en la distribución de: 30 estudiantes en 1º ESO, 32 en 2º ESO, 17 en 3º ESO y 25 en 4º ESO.

Las variables que se analizan son la corrección de la respuesta y la estrategia empleada. El método de análisis que aplicamos es inductivo y sistemático, propio del análisis de contenido (Neuendorf, 2018), pues incorpora nuevas categorías de las que previamente se han identificado en la literatura, cuando es necesario; y se completa el análisis con un estudio estadístico de carácter descriptivo, que informa de las frecuencias y porcentajes de cada categoría en la muestra considerada. La fiabilidad en la codificación se garantiza por la triangulación que se aplica entre las autoras del trabajo, según el listado de categorías considerado.

Instrumento de evaluación

El instrumento corresponde al ítem utilizado por Ruiz-Reyes (2020) y Gómez-Torres (2014), quienes lo adaptaron de Fischbein y Gazit (1984). El primer apartado pide estimar la proporción poblacional y el segundo apartado pide estimar el total poblacional, por tanto, se exige aplicar el razonamiento proporcional considerando el dato de la proporción muestral indicado en el enunciado (Figura 1). El último apartado pide estimar la composición de una nueva muestra.

Figura 1

Instrumento de evaluación

- | |
|--|
| <p>Ítem 1. En un estanque hay peces, pero el dueño no sabe cuántos hay. Toma 200 peces, les pone una marca y los devuelve al estanque. Al día siguiente, el dueño toma 250 peces del estanque y encuentra que 25 de ellos están marcados y el resto no:</p> <ul style="list-style-type: none">a. ¿Qué proporción aproximada de peces del estanque están marcados?b. ¿Cuál es el número aproximado de peces en el estanque?c. Si el dueño toma ahora 100 peces más del estanque, ¿cuántos aproximadamente estarán marcados? |
|--|

RESULTADOS

Estimación de la proporción poblacional

A continuación, se describen las distintas categorías empleadas al clasificar las respuestas en el análisis del primer apartado del ítem. Con respecto a los estudiantes que aplican un proceso de resolución que justifica la respuesta numérica a la pregunta, se observan dos tipos:

Respuestas que aplican razonamiento proporcional. Estas respuestas se fundamentan en la estructura multiplicativa entre las cantidades indicadas en la tarea para dar un valor numérico empleando distintas representaciones: verbal, fraccionaria o porcentaje.

Respuestas que aplican razonamiento aditivo. Son respuestas incorrectas, que aplican una relación aditiva entre cantidades para estimar la proporción poblacional, por lo que se reinterpreta la situación con una estructura aditiva, según los cálculos realizados, como se muestra en la respuesta de E69.

E69: $200 - 25 = 175$ son los que peces que están marcados, pero no aparecieron.

Por último, identificamos tres categorías de respuestas que no siguen un proceso de resolución claro:

Sin estrategia. Son respuestas que proporcionan un valor numérico sin soporte procedimental, por lo que no se puede comprender cómo se ha obtenido el valor propuesto.

Imprecisa. Otros estudiantes responden sin coherencia o bien omiten datos que permitan entender las estrategias que se aplican. Por ejemplo, E2 permite suponer que haya realizado la resta $250-25$ y luego haya sumado 200, pero no indica los cálculos; además, explica con cierta incoherencia el total.

E2: 225 están marcados, porque hay 25 marcados y los demás no.

Imposible proporcionar respuesta. Se trata de una categoría de respuesta minoritaria, aunque importante para considerar, porque evidencia una dificultad específica relacionada con la inferencia al manejar el azar y la incertidumbre (Begué et al., 2019), como se observa en E23.

E23: No se sabe porque todavía no los han contado todos.

En la Tabla 1 se muestra el bajo porcentaje de respuestas que aplican una estrategia correcta o *razonamiento proporcional* (28,8%) y de estas respuestas, aproximadamente el 40% proporcionan una estimación correcta del estadístico. Además, aunque se observa una mejora del resto de cursos con 1°ESO, el porcentaje de estudiantes que estima correctamente, independientemente de si se aplica o no una estrategia, no aumenta conforme se avanza en el curso escolar y representa el 13,5% del total de estudiantes, siendo un valor bajo. La situación tampoco mejora al observar el porcentaje de respuestas correspondientes a las categorías *razonamiento aditivo* y *no responde*, porque aumentan desde 3°ESO y 4°ESO. También, cabe destacar la distribución prácticamente uniforme de respuestas incorrectas *sin estrategia*. Aun así, el porcentaje de respuestas *imprecisas* desciende conforme se avanza en el curso.

Tabla 1

Frecuencia y porcentaje de respuestas al apartado a según el proceso de resolución y curso

Proceso de resolución	1°ESO	2°ESO	3°ESO	4°ESO	Total
Razonamiento proporcional (correcta)	1(3,3)	4(12,5)	3(17,6)	4(16,0)	12(11,5)
Razonamiento proporcional (otros valores)	4(13,3)	6(18,8)	3(17,6)	5(20,0)	18(17,3)
Razonamiento aditivo	3(10,0)	3(9,4)	3(17,6)	4(16,0)	13(12,5)
Sin estrategia (correcta)	0	1(3,13)	0	1(4,0)	2(1,9)
Sin estrategia (otros valores)	8(26,7)	8(25,0)	4(23,5)	6(24)	26(25,0)
Imprecisa	9(30,0)	7(21,9)	1(5,8)	1(4,0)	18(17,3)
“Imposible dar un valor”	1(3,3)	0	0	0	1(1,0)
No responde	4(13,3)	3(9,4)	3(17,6)	4(16,0)	14(13,5)

Completamos nuestro análisis considerando las respuestas que aplican razonamiento proporcional, que no se ha considerado en estudios previos. De manera sistemática e inductiva, propia del análisis de contenido, clasificamos los procedimientos que se aplican, encontrando las siguientes categorías:

Razón. Se expresa la relación multiplicativa de dos cantidades a través de la construcción de la razón, expresada como fracción con significado parte-todo. Solamente tres de las once respuestas que se identifican bajo esta categoría proporcionan un resultado correcto (E48). La mayoría de las respuestas incorrectas se apoyan en el apartado b para la identificación de las cantidades, donde aplican un razonamiento aditivo sobre los datos del enunciado (Figura 2).

Figura 2

Respuesta incorrecta que aplica la razón de E55

A) $225/250$ B) $225/250$ C) operaciones
 porque a los otros no los marcó neces 250
 porque es el número que te dice -25
 225
 225
 -100
 $+100$
 325

E48: a) 25/250; b) 250x8=2000; c) 18

Ecuación de proporcionalidad. Los estudiantes expresan una igualdad entre razones. Solamente se identifican dos estudiantes que siguen esta estrategia. La Figura 3 muestra la respuesta de E67 que establece la proporción para informar de la relación a través del porcentaje. Sin embargo, en la respuesta de E15 (Figura 4), la primera razón es errónea y además se identifica un error en el cálculo analítico al considerar la cancelación de términos.

Figura 3

Respuesta correcta que aplica la ecuación de proporcional de E67

a) $\frac{25}{250} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = \frac{25 \cdot 100}{250} = 10\%$ la proporción es del 10% b) $100 = 10\% = 90\%$ no así marcado
 $\frac{10}{90} = \frac{200}{x} \Rightarrow x = \frac{200 \cdot 90}{10} = 1800$ pero su número + 200 por marcado = 2000 peces totales
 c) El 10% de 100 es 10, entonces 10 por los peces que
 estaban marcados

Figura 4

Respuesta incorrecta que aplica la ecuación de proporcional de E15

a) $\frac{\text{Peces}}{\text{Marcados}} = \frac{200}{25} = \frac{x}{25} \Rightarrow 200 \cdot 25 = 25 \cdot x \Rightarrow 5000 = 25x \Rightarrow x = \frac{5000}{25} = 200$
 La proporción aproximada es el 20%
 b) El número aproximado es 225 peces
 c) 25% de 100 $\rightarrow \frac{25}{100} \cdot 100 = 25$
 Estarán marcados 25 peces aproximadamente.

a) La proporción aproximada es el 20%. b) El número aproximado es 225 peces. c) Estarán marcados 25 peces.

Regla de tres. Seis estudiantes aplican una estrategia derivada de la proporcionalidad, pero sin establecer la ecuación de proporcionalidad. La mitad de los que se identifican en esta categoría estiman correctamente la proporción poblacional (Figura 5). Las respuestas incorrectas aplican estrategias aditivas sobre los datos del enunciado, como muestra E8.

Figura 5

Respuesta correcta que aplica la regla de tres de E5

a) $x = 200$ $\frac{250}{250 - 25} = \frac{50000}{50000}$ El 10% estaban marcados según la regla de 3
 b) He calculado que, según la regla de 3, el número de peces es 2000
 c) $\frac{250}{100} = \frac{25}{x} \Rightarrow x = \frac{25 \cdot 100}{250} = 10$ Según la regla de 3, estaban en total 10 peces

E8: a. el 45%. El 425 es el 100% 200 es igual al 45%. b. 425 a 250 le restamos 25 y a 225 le sumamos 200 es igual a 425.

Fracción como operador. Se identifican tres respuestas en las que se construye la razón que actúa como operador sobre una cantidad. Estas respuestas presentan muchos errores de cálculo (Figura 6a). El estudiante E3 aplica la fracción $\frac{25}{100}$ como operador (Figura 6b), sin dotar de significa su cálculo.

Figura 6

Respuestas que aplican la fracción como operador

a) $\frac{250}{100} \cdot 75 = \frac{25 \cdot 100}{250} = 10\%$ Por esta razón
 b) $\frac{250}{100} \cdot 75 = 175$ No o menos 275 peces
 c) $\frac{425}{450} = \frac{425 \cdot 25}{450} = 16.5$
 d) $\frac{450}{450} = \frac{550 \cdot 25}{100} = 137.5$
 e) $\frac{550}{550} = \frac{525 \cdot 25}{100} = 132.5$
 f) $\frac{425}{450} = \frac{425 \cdot 25}{450} = 16.5$
 g) $\frac{550}{550} = \frac{550 \cdot 25}{100} = 137.5$
 h) $\frac{525}{525} = \frac{525 \cdot 25}{100} = 132.5$

a. E50

b. E3

Confusión de la idea de porcentaje con relación multiplicativa entre dos cantidades. Se identifican tres respuestas en la que el resultado de dividir el número total de peces con respecto al número de peces marcados informa del porcentaje (Figura 7). La estimación es correcta, pero muestra errores sobre la comprensión del porcentaje.

Figura 7

Respuesta de E78

- A) Alrededor del 10% están marcados. $\frac{250}{25} = 10$
 B) Unos 2500 peces. Porque si de 250 que cogí, están marcados 25, que son el 10%, $250 \cdot 10 = 2500$
 Hay 2500 peces aprox.
 C) Estarán marcados unos 18 peces aprox. Si le añades 100 más son 350 peces los que cogí,
 $\frac{250}{350} = \frac{25}{?}$ $\frac{250 \cdot 25}{350} = 17,85$

Confusión de la cantidad con porcentaje. Son respuestas en las que el estudiante considera que la cantidad informa del porcentaje, como se observa en la respuesta de E57 (Figura 8), quien realiza una serie de operaciones aritméticas para informar del número de peces marcados y, finalmente, incluye de manera acrítica el símbolo del porcentaje. Este error se presenta en algunas de las estrategias anteriores, identificándose en 6 estudiantes.

Figura 8

Respuesta de E57

a) $\frac{200}{1951} \rightarrow 200 + 250 = 450$
 $\frac{200}{25} = 8$
 $8 \cdot 25 = 200$
 $200 + 250 = 450$
 b) 450
 c) $100 + 25 = 125$

Estimaciones del total poblacional

El análisis de respuestas al segundo apartado sigue el criterio del apartado anterior. Por tanto, la clasificación de las estrategias emplea las categorías previamente identificadas, adaptadas a la tarea solicitada. Cabe destacar que no se identifican las categorías: *Sin estrategia* e *Imposible dar un valor*.

Respuestas que aplican un razonamiento proporcional. Son respuestas que aplican operaciones de estructura multiplicativa para estimar el número de peces que constituyen la población.

Respuestas que aplican razonamiento aditivo. Son respuestas incorrectas en las que se estima la proporción poblacional aplicando operaciones aditivas (Figuras 6a y 8).

Sin estrategia. Son respuestas que proporcionan un valor sin un procedimiento de cálculo que justifique el valor numérico. En este caso, las 29 respuestas que representa el 27,9% del total de la muestra (Tabla 2) no proporcionan una respuesta numérica correcta.

Imprecisa. Son respuestas en las que la resolución no se sustenta en operaciones a través de las cuales se justifique la respuesta numérica.

E10: 545 porque ha cogido muchos peces y a lo mejor hay unos pocos en el estanque.

Tabla 2

Frecuencia y porcentaje de respuestas al apartado b según el proceso de resolución y curso

Proceso de resolución	1ºESO	2ºESO	3ºESO	4ºESO	Total
Razonamiento proporcional (N=2000)	1(3,3)	1(3,1)	1(5,8)	0	3(2,9)
Razonamiento proporcional (otros valores)	1(3,3)	0	2(11,8)	1(4,0)	4(3,8)
Razonamiento aditivo	15(50,0)	16(50,0)	5(29,4)	12(48)	48(46,2)
Sin estrategia (otros valores)	5(16,7)	12(37,0)	5(29,4)	7(28)	29(27,9)
Imprecisa	4(13,3)	3(9,4)	1(5,8)	1(4,0)	9(8,7)
No responde	4(13,3)	0	3(17,6)	4(16)	11(10,6)

La Tabla 2 muestra que aproximadamente la mitad aplican un razonamiento aditivo para estimar el total poblacional que toma valores similares para todos los cursos a excepción de 3ºESO. Le siguen las respuestas “sin estrategia” con una presencia similar en todos los cursos, salvo en 2ºESO. Disminuyen las respuestas que siguen un razonamiento proporcional. A continuación, se completa este análisis según la corrección en la respuesta analizando la estrategia seguida.

Con respecto a las respuestas clasificadas como razonamiento proporcional, las tres estudiantes que estiman correctamente han sido consistentes con la estrategia para el primer apartado (Figuras 3 y 5) y E48. Los cuatro estudiantes que proporcionan un valor incorrecto se apoyan en distintas estrategias: dos aplican la regla de tres (Figura 7), mientras que los otros dos aplican la fracción como operador (Figura 6b) y la ecuación de proporcionalidad, respectivamente.

Estimaciones de un valor esperado

El análisis de las respuestas del tercer apartado se clasifica según el procedimiento que justifica el resultado numérico aportado (Tabla 3), dando lugar a las mismas categorías que se identifican para el primer apartado. En la Tabla 3 se observa que aumenta el número de respuestas que siguen un razonamiento proporcional, aunque el número de respuestas correctas es escaso, representando el 2,9% de la muestra. Aproximadamente una cuarta parte de la muestra sigue un razonamiento aditivo, mientras que un porcentaje similar proporciona un valor numérico sin un proceso de resolución que lo justifique.

Tabla 3

Frecuencia y porcentaje de respuestas al apartado c según el proceso de resolución y curso

Proceso de resolución	1ºESO	2ºESO	3ºESO	4ºESO	Total
Razonamiento proporcional (correcta)	1(3,3)	0	1(5,9)	1(4,0)	3(2,9)
Razonamiento proporcional (otros valores)	4(13,3)	3(9,4)	3(17,6)	1(4,0)	11(10,6)
Razonamiento aditivo	7(23,3)	12(37,5)	0	6(24,0)	25(24,0)
Sin estrategia (correcta)	0	0	0	1(4,0)	1(1,0)
Sin estrategia (otros valores)	6(20,0)	10(31,3)	7(41,2)	5(20,0)	28(26,9)
Imprecisa	6(20,0)	4(12,5)	3(17,6)	4(16,0)	17(16,3)
“Imposible dar un valor”	0	1(3,1)	0	1(4,0)	2 (1,9)
No responde	6(20,0)	2(6,3)	3(17,6)	6(24,0)	17(16,3)

Las estrategias de las respuestas que siguen un razonamiento proporcional muestran que los tres estudiantes responden correctamente son dos son consistentes a la estrategia aplicada en el primer apartado (Figuras 5) a excepción de E67 (Figura 3). De las 11 respuestas incorrectas bajo este procedimiento, se identifican dos estrategias: la aplicación de la fracción como operador en seis respuestas (Figuras 4 y 6b), mientras que los otros aplican la regla de tres (Figura 7).

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Nuestro estudio refleja las dificultades observadas en la comprensión del muestreo cuando se pone en juego el razonamiento proporcional, como ya se identificaba en los estudios previos con estudiantes de secundaria (Begué et al., 2019; Ruiz-Reyes, 2020) y amplía estos estudios al analizar las estrategias. El cálculo de la proporción muestral pone en juego un razonamiento propio, que forman parte del significado institucional fijado por el currículo. Sin embargo, la mayoría de los estudiantes sigue un razonamiento aditivo, lo que limita la posibilidad de alcanzar un nivel de razonamiento distribucional (Shaughnessy et al., 2004). Así es que, nuestros resultados no muestran una mejora con respecto al curso. El número de respuestas correctas es muy bajo, ya que solamente dos estudiantes responden correctamente al ítem. Por tanto, a pesar de que esta tarea es una oportunidad para el profesorado, porque involucra el razonamiento proporcional desde un contexto estadístico, este trabajo informa sobre los errores relacionados con la comprensión del porcentaje y de la estructura multiplicativa, poniendo en valor la necesidad de abordar un trabajo adecuado de la proporcionalidad en educación secundaria. Es decir, que se dote de significado a las cantidades y la

relación entre éstas, evitando el uso de técnicas mecanicistas que dificulten que se alcance el sentido estocástico esperado (MEFP, 2022b).

Una limitación del trabajo y una futura línea de trabajo serían analizar el razonamiento proporcional que los estudiantes ponen en juego en tareas de proporcionalidad, como problemas de comparación y de valor faltante, con el objetivo de profundizar en la comprensión de las dificultades de los estudiantes y en cómo se manifiestan en tareas que implican el muestreo.

Agradecimientos

Esta publicación es parte del proyecto *PID2022-139748NB-I00*, financiado por MICIU/AEI/10.13039/501100011033 y por FEDER, UE. Las autoras forman parte del grupo FQM-126 de la Junta de Andalucía en la Universidad de Granada.

Referencias

- Begué, N., Batanero, C., Ruiz, K. y Gea, M. M. (2019). Understanding sampling: a summary of the research. *Boletín de estadística e investigación operativa – BEIO*, 35(1), 49-78.
- Begué, N. (2019). *Comprensión del muestreo y la distribución muestral en estudiantes de educación secundaria obligatoria y bachillerato* [Tesis Doctoral]. Universidad de Granada.
- Ben-Zvi, D., Bakker, A. y Makar, K. (2015). Learning to reason from samples. *Educational Studies in Mathematics*, 88(3), 291-303. <https://doi.org/10.1007/s10649-015-9593-3>
- Burrill, G. y Biehler, R. (2011). Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education – A joint ICMI/IASE Study*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0_10
- Fischbein, E. y Gazit, A. (1984). Does the teaching of probability improve probabilistic intuitions? *Educational Studies in Mathematics*, 15(1), 1-24. <https://doi.org/10.1007/BF00380436>
- Godino, J. D. (2024). *Enfoque ontosemiótico en educación matemática. Fundamentos, herramientas y aplicaciones*. McGraw Hill-Aula Magna.
- Gómez-Torres, E. (2014). *Evaluación y desarrollo del conocimiento matemático para enseñar la probabilidad en futuros profesores de educación primaria* [Tesis Doctoral]. Universidad de Granada.
- León, O. G. y Montero, I. (2015). *Métodos de investigación en Psicología y Educación. Las tradiciones cuantitativa y cualitativa*. McGraw Hill.
- Ministerio de Educación y Formación Profesional – MEFP. (2022a). Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. *Boletín Oficial del Estado*, 52, 24386-24504.
- Ministerio de Educación y Formación Profesional – MEFP. (2022b). Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria. *Boletín Oficial del Estado*, 76, 41571- 41789.
- Neuendorf, K. A. (2018). Content analysis and thematic analysis. En P. Brough (Ed.), *Advanced research methods for applied psychology: Design, Analysis and Reporting* (1st ed.) (pp. 211–223). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315517971>
- Ruiz-Reyes (2020). *Comprensión del muestreo por alumnos chilenos de educación secundaria* [Tesis Doctoral]. Universidad de Granada.
- Sampieri, R. H. (2018). *Metodología de la investigación: las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. McGraw Hill México.
- Shaughnessy, J.M., Ciancetta, M. y Canada, D. (2004). Types of student reasoning on sampling tasks. En M.J. Heines y A.B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.4, pp. 177-184). International Group for the PME.