

TIPOLOGÍA DE ERRORES EN LA IDENTIFICACIÓN DE DEMOSTRACIONES FORMALES *BASADAS EN* ARGUMENTOS INFORMALES

Error typology in the identification of formal proofs *based on* informal arguments

Acosta-Hernández, C., Marrero, I. y Camacho-Machín, M.

Universidad de La Laguna

En Acosta-Hernández et al. (2024), analizamos las respuestas de 22 estudiantes de cuarto curso del Grado en Matemáticas a un cuestionario de *juicios FBI* (decidir si una demostración formal se *basa en* un argumento informal dado), adaptado de Zazkis y Villanueva (2016). Las tasas de éxito obtenidas por los participantes sugerían que su formación avanzada facilita la conexión entre la intuición geométrica y su formalización analítica. En el presente trabajo se profundiza en dicho análisis, con el objetivo de caracterizar los errores y dificultades al conectar argumentos informales con demostraciones formales. Las preguntas que lo guían son: *¿Qué errores sistemáticos cometen los estudiantes al justificar sus juicios FBI y qué concepciones subyacentes revelan? ¿En qué medida la formación avanzada garantiza el desarrollo de las competencias de reconocimiento y conceptual?* Se considera que una *demostración formal* es un argumento deductivo que se ajusta a las normas del sistema de representación verbal-simbólico (razonamiento sintáctico); un *argumento informal* recurre a la visualización matemática sin ajustarse a dichas normas (razonamiento semántico) y puede considerarse un apoyo provisional a la consecución de la demostración. El cuestionario consta de tres tareas⁶. Para cada una de ellas, se proporciona un argumento informal, una demostración basada en el argumento informal, y otra distractora. El análisis se centra en las justificaciones escritas por los participantes, complementado por entrevistas semiestructuradas con dos de ellas —EA y EB— sobre las mismas tareas. Se codifican los errores en seis tipos (M1-M5 y O6). Los errores M1 (valoración superficial) y O6 (justificaciones vagas) aparecen transversalmente. Los errores M2 (confusión entre solapamiento y separación de entornos) y M3 (interpretar “estar en dos lugares a la vez” como igualdad y no como contradicción) son específicos de T2 y reflejan dificultades para traducir la intuición visual a la estructura lógica de la reducción al absurdo. Significativamente, M4 (desconexión entre tangente y derivada como límite) y M5 (sobregeneralización de la regla de la cadena) concentran 10 de los 16 errores en T3: M4 muestra que la intuición no logra formalizarse; M5, que el formalismo procedimental prescinde de la intuición. El análisis de casos complementa estos hallazgos. EA prioriza la familiaridad de la regla de la cadena, interpretándola como traducción directa de la idea de pendientes opuestas; EB distingue con nitidez el criterio matemático del didáctico e identifica la opción correcta, pero elige la distractora porque su criterio docente prevalece. Se concluye que la formación avanzada no garantiza *per se* la competencia conceptual. Los juicios FBI pueden estar mediatizados por dimensiones valorativas e identitarias (no solo cognitivas), lo que abre nuevas líneas de investigación sobre la influencia de estas dimensiones en la conexión entre el razonamiento semántico y el razonamiento sintáctico.

Agradecimientos: Subvención parcial por el proyecto PID2022-139007NBI00 (MICIU/AEI/FEDER).

Referencias

- Acosta-Hernández, C., Camacho-Machín, M. y Marrero, I. (2024). Argumentos informales para el aprendizaje de la demostración formal en Matemáticas. En N. Adamuz-Povedano, E. Fernández-Ahumada, N. Climent y C. Jiménez-Gestal (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVII* (p. 547). SEIEM.
- Zazkis, D. y Villanueva, M. (2016). Student conceptions of what it means to base a proof on an informal argument. *Int. J. Res. Undergrad. Math. Ed.*, 2, 318-337. <https://doi.org/10.1007/s40753-016-0032-3>

⁶ En orden de dificultad creciente: T1.- Demostrar que $\int_{-a}^a \sin^3(x) dx = 0$. T2.- Probar que si una sucesión (a_n) tiene límite, éste es único. T3.- Demostrar que la derivada de una función par es una función impar.