IDENTIFICANDO CONFLICTOS SEMIÓTICOS EN RESOLUCIONES DE UN PROBLEMA SOBRE INTEGRAL IMPROPIA

Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática

Igolnikov, N. — Universidad de Buenos Aires

Rivas, M. — Universidad de Granada

SEIEM2026 XXIX SIMPOSIO - MADRID

1. INTRODUCCIÓN Y CONTEXTO

Durante las últimas cuatro décadas, la enseñanza del cálculo ha sido objeto de estudio e investigación, abarcando diversas perspectivas teóricas y metodológicas (Hanke y Martínez-Planell, 2024).

En particular, la **integral impropia** constituye una noción central y desafiante en el cálculo superior, cuya comprensión está marcada por obstáculos conceptuales, errores recurrentes y barreras epistemológicas (González-Martín, 2005; Mateus-Nieves y Font-Moll, 2021).

Para profundizar en el estudio didáctico-matemático de la integral impropia y aportar a la formación de profesores, esta investigación pretende, como aspecto central, **la identificación de conflictos semióticos potenciales**.

2. OBJETIVO DEL ESTUDIO

Identificar **conflictos semióticos potenciales** en la resolución de un problema de integral impropia, por medio del análisis de objetos y procesos matemáticos puestos en juego en cuatro tipos de resolución.

3. MARCO TEÓRICO (EOS)

Desde la perspectiva del **Enfoque Ontosemiótico (EOS)** del conocimiento y la instrucción matemáticos (Godino, 2024), se interpreta el 'conflicto semiótico' como cualquier disparidad o discordancia entre los significados atribuidos a una expresión por dos sujetos (personas o instituciones). El EOS clasifica estos conflictos en tres tipos fundamentales:

- **Conflictos Epistémicos:** Si la disparidad ocurre entre los significados institucionales (la matemática formal, el currículo o lo pretendido por el docente) y los significados personales de los estudiantes.
- **Conflictos Cognitivos:** Si la disparidad se produce entre prácticas que constituyen el significado personal de un mismo sujeto (por ejemplo, contradicciones internas o incoherencias en su propia resolución).
- **Conflictos Interaccionales:** Cuando la discordancia se produce entre las prácticas discursivas u operativas de dos sujetos diferentes en interacción comunicativa (como alumno-alumno o alumno-profesor).

Desde el EOS, el **análisis ontosemiótico** (Godino, 2024) permite desglosar la actividad matemática reconociendo:

a) *Prácticas elementales* (acción, actuación o expresión unitaria, diferenciable, en el procedimiento de resolución).
b) *Uso e intencionalidad.*
c) *Objetos referidos* (conceptos, proposiciones, argumentos).
d) *Procesos ejecutados* (particularización, descomposición, significación…).

4. METODOLOGÍA

La metodología se basa en la aplicación sistemática del **análisis de contenido** (Krippendorff, 2019). En la Figura 1 se representa el procedimiento desarrollado. El análisis de contenido comprende básicamente dos fases complementarias:

1. Análisis de contenido del enunciado de la tarea: Permite identificar conflictos interaccionales potenciales.

2. Análisis de contenido de los análisis ontosemióticos de las resoluciones: Focaliza en las variaciones (disparidades) potenciales de las prácticas elementales en términos de objetos y procesos involucrados al realizar cuatro resoluciones (R1, R2, R3 y R4, y sus análisis ontosemióticos, ver código QR al final) de uno de los problemas (apartado b) propuestos en la tarea (Ver Figura 2).

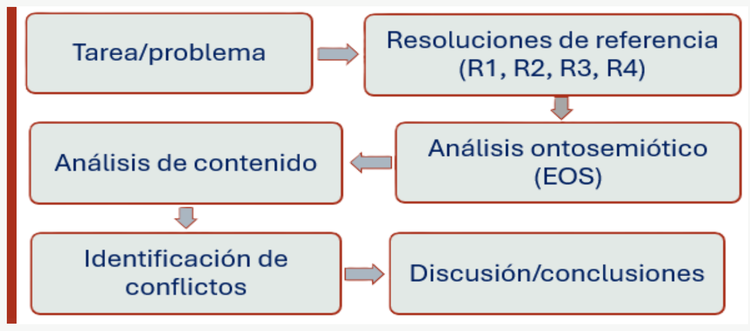

Figura 1: Procedimiento desarrollado.

5. EL PROBLEMA Y ANÁLISIS ONTOSEMIÓTICO

El problema bajo estudio propone "Anticipar si la integral de la función $f(t) = t^4 + 2t^2$ converge o no, sobre toda la recta real". Un aspecto fundamental es **'Anticipar'** en lugar de **'Calcular'.**

Parte de los resultados del **análisis ontosemiótico**, realizado sobre las primeras prácticas elementales de las cuatro resoluciones se presenta en la Tabla 1. Este análisis desvela las proposiciones específicas que sostienen cada resolución, lo cual sustenta la identificación de los conflictos semióticos potenciales.

Resolución	Práctica Elemental y Propósito	Objetos, Procesos y Proposiciones Clave
R1: Analítico-Funcional	Analizar la no-negatividad de f(t) mediante la suma de monomios pares para determinar cualitativamente la divergencia.	• **Conceptos:** Función no-negativa, sumando. • **Proposición clave:** La suma de expresiones no-negativas es no-negativa; los monomios de grado par son no-negativos. • **Procesos:** Particularización y descomposición.
R2: Gráfico-Geométrico	Interpretar la integral de la función no-negativa como el área bajo la curva en el plano cartesiano.	• **Conceptos:** Área, convergencia/divergencia. • **Proposición clave:** Si la función es no-negativa y el área bajo la curva es infinita, la integral impropia diverge. • **Procesos:** Significación geométrica del objeto integral.
R3 y R4: Algebraico-Algorítmico	Descomponer la integral sobre toda la recta real como una suma de integrales en dos semirrectas mediante límites.	• **Conceptos:** Integral impropia, semirrecta, dominio. • **Proposición clave:** La integral sobre toda la recta real equivale a la suma de las integrales en dos semirrectas. • **Procesos:** Descomposición y particularización.

Tabla 1: Análisis ontosemiótico de la primera práctica elemental de las resoluciones R1, R2, R3, R4.

Anticipar si las integrales siguientes convergen o divergen.

a. $\int_{-\infty}^{+\infty} e^x dx$ b. $\int_{-\infty}^{+\infty} (t^4 + 2t^2) dt$ c. $\int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt[3]{x^2}\, dx$

Figura 2: Tarea/problema seleccionado.

6. CONFLICTOS IDENTIFICADOS

- **C1. Conflicto Interaccional (Cálculo vs. Anticipación):** Realizar un cálculo de límites algebraicos extenso (tipo R3/R4) ignorando la palabra 'Anticipen'. Disparidad con la intención del docente.
- **C2. Conflicto Interaccional (Análisis de sumandos):** No reconocer la no-negatividad de los monomios de grado par ($t^4, 2t^2$) ni de su suma, sustento de R1. *Este conflicto no necesariamente conduce a un error matemático.*
- **C3. Conflicto Epistémico y Cognitivo (Área siempre finita). Epistémico:** Responder que la integral converge apoyado en la concepción errónea de que la integral definida siempre representa un área (González-Martín, 2005). **Cognitivo:** Obtener una respuesta correcta (R1 o R3/R4) que contradice la concepción errónea. *Este último conflicto no necesariamente conduce a un error matemático.*
- **C4. Conflicto Epistémico (Proposiciones y extensiones algebraicas no esperadas):** Resolver mediante límites (R3/R4). No usar la proposición clave de R3 y R4. Aplicar intuitivamente proposiciones analítico-algebraicas no esperadas (Valor Principal de Cauchy) o resultados de extensiones de integrales Tipo I. *Este conflicto no necesariamente conduce a un error matemático.*

7. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Los hallazgos de este estudio ilustran el valor del Enfoque Ontosemiótico (EOS) como un instrumento riguroso para desvelar la complejidad epistémica y anticipar conflictos en el aula de cálculo superior.

Un aporte fundamental reside en la separación entre conflicto semiótico y error matemático. La mayoría de los conflictos identificados revelan procesos de generalización matemática novedosos, que no necesariamente conducen a un resultado erróneo.

El reconocimiento de estas discrepancias interpretativas proporciona un conocimiento didáctico-matemático relevante para planificar intervenciones fundamentadas, orientadas al logro de los significados institucionales.

REFERENCIAS

- Godino, J. D. (2024). *Enfoque ontosemiótico en educación matemática. Fundamentos, herramientas y aplicaciones*. McGraw Hill-Aula Magna.
- González-Martín, A. S. (2005). *La generalización de la integral definida desde las perspectivas numérica, gráfica y simbólica*. Tesis doctoral, Universidad de La Laguna.
- Hanke, E. y Martínez-Planell, R. (2024). TWG1: Teaching and learning of analysis and calculus. Proceedings of 15th INDRUM (pp. 59-63). https://hal.science/hal-04944264v1
- Krippendorff, K. (2019). *Content analysis: An introduction to its methodology*. Sage Publications.
- Mateus-Nieves, E., y Font-Moll, V. (2021). Epistemic complexity of the mathematical object "Integral". Mathematics, 9(19), 2453. https://doi.org/10.3390/math9192453.