ROL DE EJEMPLOS Y CONTRAEJEMPLOS AL ANALIZAR LA VALIDEZ DE ENUNCIADO POR DOCENTES EN FORMACIÓN

Matías Arce y Laura Conejo (Universidad de Valladolid

INTRODUCCIÓN y OBJETIVO

- Procesos de razonamiento y prueba: uno de los procesos matemáticos clave, también en Ed. Primaria.
- Necesidad de tareas formativas para **revisar y desarrollar un adecuado conocimiento matemático y didáctico sobre estos procesos** en docentes en formación inicial.
- **Objetivo (a largo plazo):** Este póster se enmarca en un estudio longitudinal que busca **determinar la trayectoria de desarrollo de este conocimiento durante la formación inicial,** centrándose este póster en un **análisis de la situación inicial.**

METODOLOGÍA

- **Participantes:** 31 docentes de Educación Primaria en formación inicial (DFI), de primer curso.
- Toma de datos de situación inicial: 1.er día de clase en 1.ª asignatura de didáctica de la matemática del grado.
- **Tarea (enunciado falso):** Indica si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: *Si n es un número natural, cualquier número de la forma n^2+n+41 es un número primo*.
  - Grado de convencimiento de su respuesta.
  - Si queda ya probado / refutado el enunciado o no.

MARCO TEÓRICO

KoT (Conocimiento de los temas)

Categorías: definiciones, propiedades y fundamentos matemáticos; procedimientos; registros de representación; fenomenología y aplicaciones.

KPM (Con. práctica matemática)

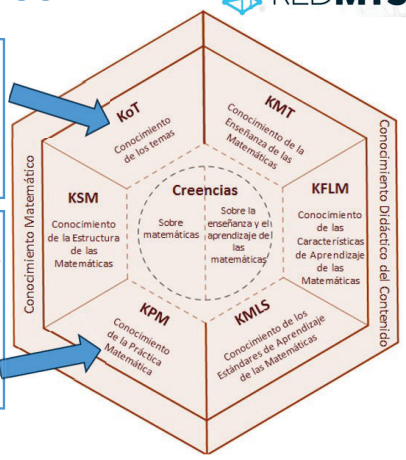
Foco en **práctica de razonar y demostrar** (Delgado-Rebolledo et al., 2022)

Subcategorías: cómo desarrollar demostraciones, métodos y tipos de demostración (y su validez), funciones de la demostración.

Esquemas de prueba (EP, Harel y Sowder, 2007)

Qué constituye certeza y persuasión sobre la veracidad de un enunciado para una persona.

Tipos: EP de convicción externa, EP empíricos (experimentales, inductivos), EP analíticos.



MTSK (Carrillo et al., 2018)

REP (Role of examples in proving, Buchbinder y Zaslavsky, 2019)

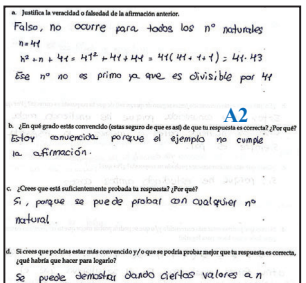
Marco que analiza el rol de ejemplos y contraejemplos al justificar enunciados.

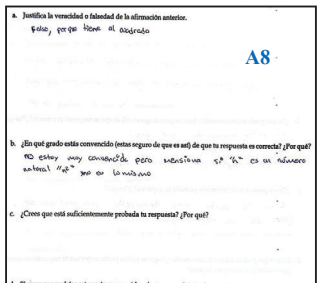
En enunciados de tipo "Todo X es Y" hay ejemplos de apoyo (satisfacen enunciado, no prueban validez) y contraejemplos (refutan validez de enunciado).

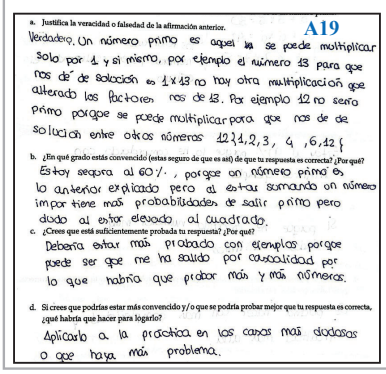
RESULTADOS

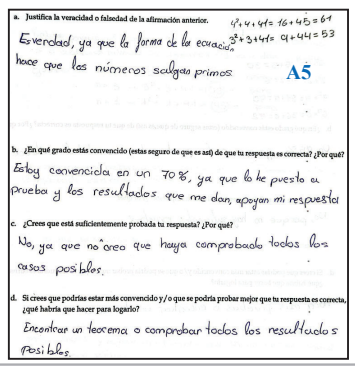
Verdadero (18)
- 13 ejemplos (KoT: procedimientos)
  - 11 lo dan por probado (**EP inductivo**): **A18**
  - 2 necesitan algo más: **A5**
- 5 No ejemplos (Debilidad KoT): **A19**

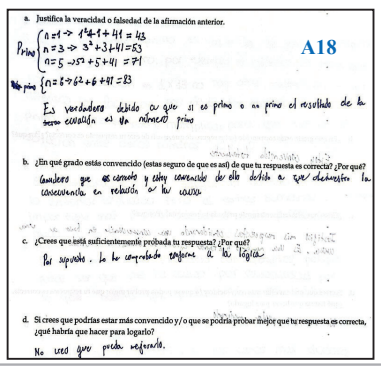
Falso (13)
- 10 contraejemplo ($n = 40$ o $n=41$)
  - 6 necesitan hacer más cosas (Debilidad KPM: rol de contraejemplos): **A2**
  - **4 consideran que ya está refutado (KPM: rol del contraejemplo)**: **A11**
- 3 usan otros razonamientos (Debilidad KoT): **A8**

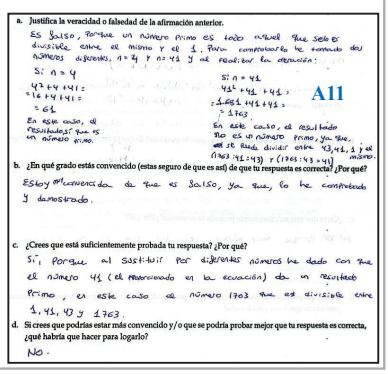

a. Justifica la veracidad o falsedad de la afirmación anterior.
Falso, no ocurre para todos los nº naturales
$n=41$
$n^2+n+41 = 41^2+41+41 = 41(41+1+1) = 41\cdot 43$
Ese nº no es primo ya que es divisible por 41
A2
b. ¿En qué grado estás convencido (estas seguro de que es así) de que tu respuesta es correcta? ¿Por qué?
Estoy convencida porque el ejemplo no cumple la afirmación.
c. ¿Crees que está suficientemente probada tu respuesta? ¿Por qué?
Sí, porque se puede probar con cualquier nº natural
d. Si crees que podrías estar más convencido y/o que se podría probar mejor que tu respuesta es correcta, ¿qué habría que hacer para lograrlo?
Se puede demostrar dando ciertos valores a n o analizar algebraicamente cuando la expresión es divisible por algún nº distinto de 1 y de sí misma.


a. Justifica la veracidad o falsedad de la afirmación anterior.
Falso, porque tiene el cuadrado
A8
b. ¿En qué grado estás convencido (estas seguro de que es así) de que tu respuesta es correcta? ¿Por qué?
no estoy muy convencida pero necesitaría n^2 "n" es un número natural "n" no es lo mismo
c. ¿Crees que está suficientemente probada tu respuesta? ¿Por qué?
d. Si crees que podrías estar más convencido y/o que se podría probar mejor que tu respuesta es correcta, ¿qué habría que hacer para lograrlo?
Hacer que realizar el ejercicio teniendo en cuenta "n" como un número natural


a. Justifica la veracidad o falsedad de la afirmación anterior.
A19
Verdadero. Un número primo es aquel que se puede multiplicar solo por 1 y sí mismo, por ejemplo el número 13 para que nos dé de solución es 1x13 no hay otra multiplicación que alterando los factores nos de 13. Por ejemplo 12 no sería primo porque se puede multiplicar para que nos de de solución entre otros números 12 {1,2,3, 4 ,6,12 }
b. ¿En qué grado estás convencido (estas seguro de que es así) de que tu respuesta es correcta? ¿Por qué?
Estoy segura al 60%., porque un número primo es lo anterior explicado pero al estar sumando un número importe más probabilidades de salir primo pero dudo al estar elevado al cuadrado.
c. ¿Crees que está suficientemente probada tu respuesta? ¿Por qué?
Debería estar más probado con ejemplos porque puede ser que me ha salido por casualidad por lo que habría que probar más y más números.
d. Si crees que podrías estar más convencido y/o que se podría probar mejor que tu respuesta es correcta, ¿qué habría que hacer para lograrlo?
Aplicarlo a la practica en las cajas más difíciles o que haya más problema.


a. Justifica la veracidad o falsedad de la afirmación anterior.
$41+41+41 = 16+45 = 64$
Es verdad, ya que la forma de la ecuación $n^2+n+41 = 53$ hace que los números salgan primos
A5
b. ¿En qué grado estás convencido (estas seguro de que es así) de que tu respuesta es correcta? ¿Por qué?
Estoy convencida en un 70%, ya que lo he puesto a prueba y los resultados que me dan, apoyan mi respuesta
c. ¿Crees que está suficientemente probada tu respuesta? ¿Por qué?
No, ya que no creo que haya comprobado todas las cosas posibles.
d. Si crees que podrías estar más convencido y/o que se podría probar mejor que tu respuesta es correcta, ¿qué habría que hacer para lograrlo?
Encontrar un teorema o comprobar todos los resultados posibles


a. Justifica la veracidad o falsedad de la afirmación anterior.
Primo $\begin{cases} n=1 \to 1^2+1+41 = 43 \\ n=3 \to 3^2+3+41=53 \\ n=5 \to 5^2+5+41 = 71 \end{cases}$
No primo $\{n=6 \to 6^2+6+41=83$
A18
Es verdadero debido a que si es primo o no primo el resultado de la ecuación es un número primo
b. ¿En qué grado estás convencido (estas seguro de que es así) de que tu respuesta es correcta? ¿Por qué?
También que es cierto y estoy convencido de ello debido a que demuestra la inconsistencia en refutar a la regla
c. ¿Crees que está suficientemente probada tu respuesta? ¿Por qué?
Por supuesto. Lo he comprobado conforme a la lógica
d. Si crees que podrías estar más convencido y/o que se podría probar mejor que tu respuesta es correcta, ¿qué habría que hacer para lograrlo?
No creo que pueda mejorarlo.


a. Justifica la veracidad o falsedad de la afirmación anterior.
Es falso, porque un número primo es todo natural que solo es divisible entre el mismo y el 1. Para comprobarlo he tomado dos números diferentes, $n=4$ y $n=41$ y he realizado la ecuación:
Si $n=4$
$4^2+4+41 = 16+4+41 = 61$
En este caso, el resultado no es un número primo.
Si $n=41$
$41^2+41+41 = 1763$
En este caso, el resultado no es un número primo ya que, además de poder dividir entre 1, 41, 1763 y él mismo, también se puede dividir entre 43 y 41.
A11
b. ¿En qué grado estás convencido (estas seguro de que es así) de que tu respuesta es correcta? ¿Por qué?
Estoy convencido de que es falso, ya que lo he comprobado y demostrado.
c. ¿Crees que está suficientemente probada tu respuesta? ¿Por qué?
Sí, porque al sustituir por diferentes números he dado con que el número 41 (el mencionado en la ecuación) da un resultado primo, en este caso el número 1763 que es divisible entre 1, 41, 43 y 1763.
d. Si crees que podrías estar más convencido y/o que se podría probar mejor que tu respuesta es correcta, ¿qué habría que hacer para lograrlo?
No.

BIBLIOGRAFÍA

Buchbinder, O. y Zaslavsky, O. (2019). Strengths and inconsistencies in students' understanding of the roles of examples in proving. *The Journal of Mathematical Behavior, 53*, 129-147. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.06.010

Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M. y Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education, 20*(3), 236–253. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981

Delgado-Rebolledo, R., Zakaryan, D. y Alfaro-Carvajal, C. (2022). El conocimiento de la práctica matemática. En J. Carrillo, M. Á. Montes y N. Climent (Eds.), *Investigación sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK): 10 años de camino* (pp. 57–69). Dykinson. http://doi.org/10.14679/1454

Harel, G. y Sowder, L. (2007). Toward comprehensive perspectives on the learning and teaching of proof. En F. K. Lester (Ed.), Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (pp. 805– 842). Information Age.

AGRADECIMIENTOS

- Trabajo vinculado a la **red MTSK.**
- Financiado por Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades (**Referencia PID2024-158877NB-100**).
- PIP: "Investigación sobre diversidad e inclusión en educación matemática" (Universidad de Valladolid)