# EXPLORANDO LA ESPERANZA MATEMÁTICA EN JUEGOS EQUITATIVOS CON JUGADORES NO EQUIPROBABLES

# Exploring the expected value in fair games with non-equiprobable players

**Zulema Oval Trujillo e Israel García Alonso**

**Universidad de La Laguna**

## Antecedentes

La calidad en la **toma de decisiones** bajo incertidumbre se articula mediante la noción de **esperanza matemática**, entendida como la relación multiplicativa y compensatoria entre la probabilidad de un suceso y su recompensa (Schlottmann, 2001).

Los juegos de azar constituyen un entorno idóneo para el estudio de estos conceptos, sin embargo, aún existe un **vacío en el conocimiento** sobre las intuiciones del alumnado respecto a la **noción de juego equitativo** (Hernández-Solís et al., 2021) y acerca de su **comprensión** sobre **estrategias basadas en la proporcionalidad para analizar dichos escenarios** (Batista et al., 2022).

Además, Batista et al. (2022) señalan una **tendencia a asociar la equidad del juego con la equiprobabilidad**.

## Objetivo

**Analizar la comprensión y aplicación de una estrategia basada en el razonamiento proporcional por estudiantes de 1º de Bachillerato al evaluar juegos equitativos con probabilidades de éxito no equiprobables entre sus jugadores.**

## Metodología

Este trabajo presenta un **estudio exploratorio** sobre cómo **28 estudiantes de 1º de Bachillerato** (16 años), organizados en **parejas**, **aplican una estrategia basada en el razonamiento proporcional para analizar la equitatividad de un juego con condiciones iniciales no equiprobables.** Además, el alumnado cuentan con conocimientos previos acerca del cálculo de probabilidades de sucesos elementales. La implementación se dividió en **dos fases**, definidas como **fase de aprendizaje** y **fase de aplicación**.

## Fase 1. Fase de aprendizaje

### Caso 1. Juego equiprobable

#### Fase 1.1. Comprobación de la equitatividad del juego

Comprobamos la suma del valor de las fichas

- Si el valor de la suma es igual en ambos jugadores → E[J1] = E[J2] → El juego es equitativo
- Si el valor de la suma es distinto en ambos jugadores → E[J1]≠E[J2] → El juego no es equitativo

#### Fase 1.2. Conversión a juego equitativo

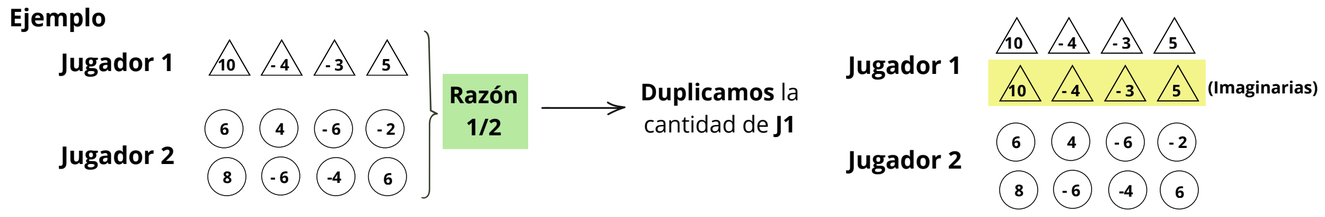
Modificamos el valor de las fichas de juego de manera que la suma de sus valores sea igual en ambos jugadores.

### Caso 2. Juego no equiprobable

#### Fase 1.1. Comprobación de la equitatividad del juego

Transformamos el juego en un juego equiprobable, para ello ampliamos la cantidad de fichas atendiendo a la razón entre de la cantidad de fichas inicial, denominándolas “fichas imaginarias”.

**Ejemplo**

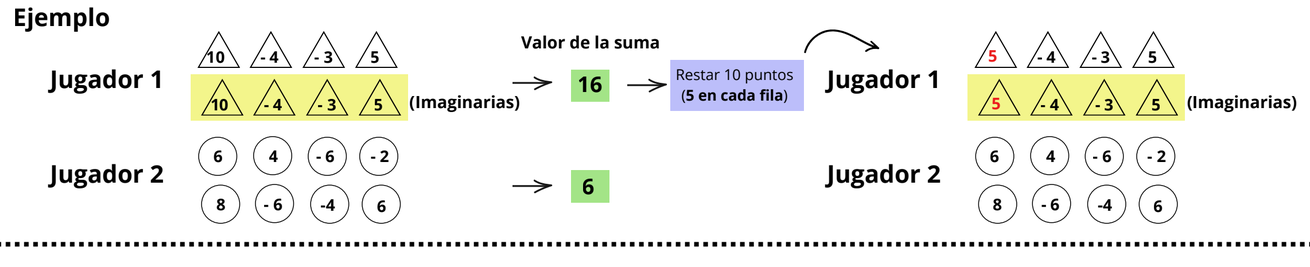



Una vez transformado en un juego equiprobable comprobamos la equitatividad como en el caso 1.

#### Fase 1.2. Conversión a juego equitativo

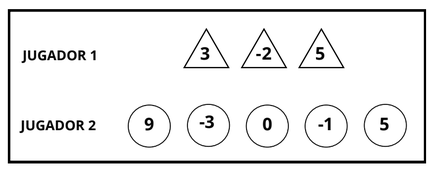
Buscamos que la suma del valor de las fichas de juego sea igual en ambos jugadores teniendo en cuenta que todas las modificaciones realizadas en la ficha inicial le afecta a sus réplicas (fichas imaginarias). Las fichas de juego serán las que, una vez finalizado, no pertenecen a las imaginarias

**Ejemplo**




## Fase 2. Fase de aplicación

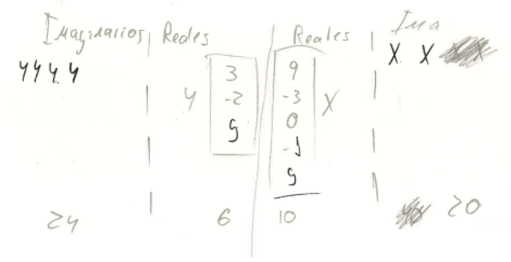
Se le pide al alumnado comprobar la equitatividad del siguiente juego y que, en el caso de que no serlo, convertirlo en uno que sí lo sea:



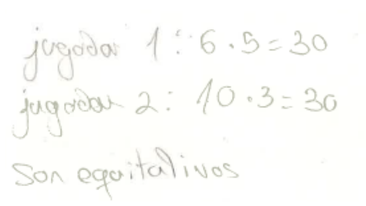

## Resultados

La mayoría de los estudiantes resolvió correctamente la tarea (9 de 14 parejas).

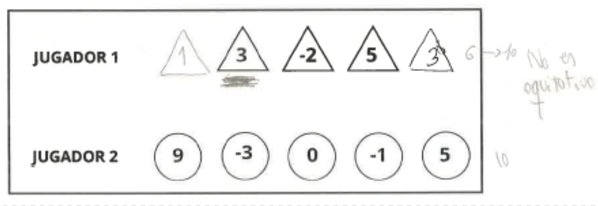
- **Tres** parejas representaron la **estrategia de equilibrio**.




- **Seis** parejas sólo mostraron los **cálculos de la suma** de las puntuaciones de las fichas y comprobaron que se podían **compensar** para indicar que el juego es equitativo.




- **Una** pareja trató de **equilibrar** el juego **añadiendo fichas**.




## Conclusiones

- La implementación de esta actividad ha permitido **mostrar una estrategia para abordar el estudio de la equitatividad del juego**.
- El alumnado ha demostrado **capacidad para realizar el análisis**, incluso **ante un juego no evidente**, caracterizado por presentar una cantidad de fichas diferente y no proporcional entre sí.
- Sigue persistiendo la **necesidad**, por parte **del alumnado**, de trabajar con **distribuciones equiprobables** para poder hablar de **equitatividad del juego**.
- Es necesario **seguir ampliando la muestra para conocer el alcance de esta estrategia de cara a abordar el estudio de la esperanza matemática y de los juegos equitativos en el aula de matemáticas.**

## Referencias

- Batista, R., Borba, R. y Henriques, A. (2022). Fairness in games: A study on children’s and adults’ understanding of probability. Statistics Education Research Journal, 21(1), Article 13. https://doi.org/10.52041/serj.v21i1.79
- Hernández-Solís, L. A., Batanero, C., Gea, M. M. y Álvarez-Arroyo, R. (2021). Comparación de probabilidades en urnas: Un estudio con estudiantes de Educación Primaria. Uniciencia 35(2), 1-18.
- Schlottmann, A. (2001). Children's Probability Intuitions: Understanding the Expected Value of Complex Gambles. Child Development 72, no. 1: 103–122. https://doi.org/10.1111/1467-8624.00268.