

DEL RECURSO A LA TAREA: QUÉ PUEDE APORTAR LA INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA A LA EQUIDAD DE PROA+

From resources to tasks: the contribution of research in mathematics education to equity in PROA+

Moreno, A.

Universidad de Granada

Resumen

Los grandes programas de equidad educativa, como PROA+, han desplegado en los centros de especial complejidad medidas muy valoradas (codocencia, refuerzo, tutorías individualizadas, acompañamiento socioemocional) centradas sobre todo en la dimensión organizativa de la inclusión: más tiempo, más adultos, más cercanía. El trabajo sostiene que esa mirada, aunque necesaria, resulta insuficiente y, en el caso de las matemáticas, potencialmente contraproducente, porque tiende a reproducir un modelo remedial y deficitario. Desde la voz de un miembro del comité científico de PROA+ y dirigiéndose a la comunidad investigadora, defiende la inclusión en el aula de matemáticas como un problema didáctico antes que organizativo, y propone desplazar el foco del recurso a la tarea: qué matemáticas se enseñan, con qué tareas y para quién. A partir de la evidencia del programa, examina tres ámbitos: el diseño de tareas ricas, la codocencia y el pensamiento algebraico como ejercicio crítico del conocimiento profesional docente, y concluye que el reto organizativo y el didáctico son, en realidad, el mismo problema, proponiendo una agenda compartida entre la política de equidad y la investigación.

Palabras clave: educación matemática, equidad, inclusión, pensamiento algebraico, formación del profesorado, PROA+.

Abstract

Large-scale educational equity programs, such as PROA+, have deployed a set of measures in highly complex schools that are widely valued—co-teaching, academic support, individualised tutoring, socio-emotional accompaniment—focused above all on the organisational dimension of inclusion: more time, more adults, more closeness. This work argues that such an approach, while necessary, is insufficient and, in the specific case of mathematics, potentially counterproductive, because it tends to reproduce a remedial, deficit-based model. Speaking from the perspective of a member of the PROA+ scientific committee and addressing the research community, it defends inclusion in the mathematics classroom as a didactic problem before an organisational one, and proposes shifting the focus from the resource to the task: what mathematics is taught, through which tasks, and for whom. Drawing on evidence from the program, it examines three areas—the design of rich tasks, co-teaching, and algebraic thinking as a critical exercise of teachers' professional knowledge—and concludes that the organisational challenge and the didactic one are, in fact, the same problem, proposing a shared agenda between equity policy and the research community.

Keywords: Mathematics education, equity, inclusion, algebraic thinking, teacher education, PROA+

INTRODUCCIÓN

En la última década los sistemas educativos han apostado por programas de equidad a gran escala, orientados a compensar las desigualdades de origen y a reducir el abandono escolar temprano (Donlevy et al., 2019). En España, el Programa para la Orientación, Avance y Enriquecimiento Educativo (PROA+) es la iniciativa más ambiciosa en esta línea, dirigida a los centros de especial complejidad educativa. El debate sobre estos programas se ha centrado sobre todo en su diseño normativo, su financiación y su gobernanza. Mucho menos se ha discutido qué significa la inclusión cuando se observa dentro de un aula concreta, en una disciplina concreta: las matemáticas. De eso trata este trabajo.

La reflexión se formula desde una doble posición: la de quien participa en el comité científico del programa y la de quien investiga en didáctica de la matemática. Sostengo que la inclusión en el aula de matemáticas no depende, en lo fundamental, de los recursos disponibles. Es un problema didáctico, y su resolución depende del conocimiento que produce la investigación en educación matemática. A la inversa, PROA+ ofrece a esta comunidad un campo empírico de escala inusual para estudiar la equidad matemática en condiciones reales. El texto examina el marco del programa, los límites de su enfoque organizativo dominante, el desplazamiento conceptual hacia la tarea, tres contribuciones de la investigación, el caso crítico de la Educación Secundaria y cierra con una agenda de trabajo compartida.

PROA+: MARCO, FINALIDADES Y EVIDENCIA

PROA+ es un programa de cooperación territorial dirigido a centros que concentran un porcentaje elevado de alumnado en situación de vulnerabilidad socioeducativa, así como a centros rurales e insulares en zonas desfavorecidas. Su finalidad es ofrecer apoyo y orientación a este alumnado y reducir el fracaso y el abandono escolar temprano, adecuando el proyecto educativo del centro a las necesidades de todo el alumnado. El programa se articula mediante un contrato-programa por el que cada centro elabora un Plan Estratégico de Mejora y pone en juego un conjunto de actividades palanca, organizadas en cinco líneas que abarcan desde las condiciones de educabilidad hasta el refuerzo de las competencias clave, entre ellas la matemática, y la transformación organizativa del centro.

La trayectoria del programa se ha desarrollado en dos fases. La primera (2021-2024), enmarcada en el Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia, estableció como criterio de acceso la concentración de al menos un 30% de alumnado en situación de vulnerabilidad. La segunda (2024-2028), cofinanciada por el Fondo Social Europeo Plus, asume de manera explícita que PROA+ va más allá de un conjunto de actuaciones: se trata de un proceso de transformación institucional, y refuerza el acompañamiento territorial y la cogobernanza entre el Ministerio de Educación, Formación Profesional y Deportes (MEFPD) y las comunidades autónomas. El instrumento pedagógico central del programa es el catálogo de actividades palanca, cuya actualización más reciente reúne 67 actividades a disposición de los centros (MEFPD, 2025b). Dicho catálogo constituye el principal dispositivo mediante el cual el programa orienta lo que sucede en las aulas, y por ello será revisado en las secciones siguientes.

La revisión de informes internacionales y literatura sobre evaluaciones de programas internacionales de equidad aportan una lección que conviene retener: los recursos adicionales solo tienen impacto cuando transforman la experiencia de aula. En el caso de las *zones d'éducation prioritaire* francesas, Bénabou et al. (2009) documentaron efectos muy modestos sobre los resultados del alumnado: los recursos adicionales, diluidos entre numerosos centros y no traducidos en cambios sustantivos de la práctica de aula, apenas alteraron las trayectorias escolares. La literatura internacional converge en que la dotación de recursos es condición necesaria pero no suficiente, y en que el efecto de estos programas depende de manera crítica de que los recursos lleguen a modificar la experiencia de

aprendizaje del alumnado en el aula (OECD, 2012). Esta lección, obtenida a gran escala y con décadas de perspectiva, anticipa el argumento central de este trabajo.

La magnitud del programa es considerable: en su primera fase participaron más de 3.700 centros. La evaluación nacional de esa fase realizada en 2025 sobre 484 centros con diseño de diferencias en diferencias identificó mejoras en la tasa de titulación (+4,3%) y en la idoneidad (+3,2%), junto con una reducción del absentismo (-1,4%) (Ministerio de Educación, Formación Profesional y Deportes, 2025a). Estos resultados aportan evidencia favorable sobre el alcance general del programa. Sin embargo, este tipo de indicadores no permite conocer con suficiente detalle cómo se concretan sus efectos en las prácticas de aula. En el caso de las matemáticas, es precisamente en este nivel donde se generan las oportunidades de participación, razonamiento y desarrollo del pensamiento matemático, así como las experiencias que contribuyen a configurar la relación del alumnado con la disciplina. Por ello, el presente trabajo desplaza el foco desde los resultados agregados hacia el análisis de lo que ocurre en el aula de matemáticas.

LA INCLUSIÓN COMO PROBLEMA ORGANIZATIVO: ALCANCE Y LÍMITES

El examen de cómo se ha interpretado la inclusión dentro de PROA+ nos revela una concepción predominantemente organizativa. Según el Ministerio de Educación, Formación Profesional y Deportes (MEFPD, 2025a), las actividades palanca mejor valoradas por los agentes del programa son, de manera consistente, la codocencia, las tutorías individualizadas y afectivas, el refuerzo educativo y el acompañamiento socioemocional. Se trata de medidas potentes, que mejoran el clima escolar y la vinculación del alumnado con el centro, y cuya valoración positiva está bien documentada en el estudio cualitativo de implementación del programa.

El propio catálogo de actividades palanca ofrece indicios en la misma dirección. Un examen de su estructura (y conviene subrayar que se trata de una interpretación analítica de quien escribe, no de una conclusión de los documentos del programa) revela que las actividades se describen y clasifican fundamentalmente por su formato organizativo: qué agrupamiento requieren, qué agentes intervienen, en qué horario se desarrollan y qué documentación generan. Los criterios relativos a la calidad disciplinar de lo que ocurre dentro de la actividad, como las tareas matemáticas que se proponen, la demanda cognitiva que sostienen o las oportunidades de generalización y argumentación que abren, están, en cambio, prácticamente ausentes. El estudio de implementación apunta en un sentido convergente cuando señala la amplitud y fragmentación del catálogo, la falta de jerarquización que dificulta una selección estratégica y la elevada carga documental que resta tiempo a la reflexión pedagógica (MEFPD, 2025a).

Sin embargo, todas estas medidas comparten un rasgo: responden a las preguntas sobre el quién, el cuándo y el con quién del aprendizaje (más adultos, más tiempo, más cercanía) y apenas inciden sobre el qué: sobre qué matemáticas se enseñan, mediante qué tareas y para quién. Esta mirada organizativa es necesaria, pero insuficiente; y en el caso de las matemáticas resulta, además, potencialmente contraproducente. Cuando el refuerzo matemático se concibe únicamente como prolongación temporal y dotación de recursos humanos, tiende a derivar hacia un modelo remedial y deficitario: la misma matemática, impartida más despacio y al margen del aula ordinaria, dirigida a un alumnado que queda señalado como destinatario del refuerzo. Se sustituye así la pregunta sobre por qué una determinada tarea excluye por la pregunta sobre cómo ayudar a quien no la resuelve; dos formulaciones que orientan la intervención en direcciones opuestas, pues la primera interroga el diseño didáctico y la segunda sitúa el déficit en el estudiante. El propio estudio de implementación señala que las actividades palanca pierden su sentido cuando no se traducen en cambios visibles en la práctica de aula y pasan entonces a vivirse como una carga añadida.

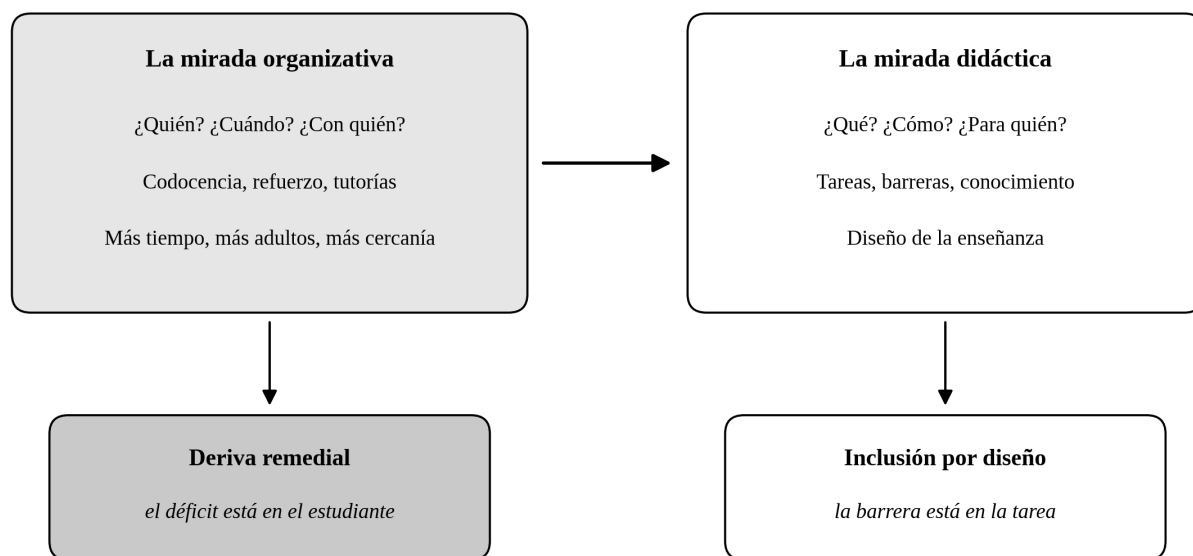
DEL RECURSO A LA TAREA: UN DESPLAZAMIENTO CONCEPTUAL

De lo anterior se sigue la necesidad de un desplazamiento conceptual sencillo de enunciar y exigente de implementar: trasladar el foco desde la cantidad de recursos hacia la calidad de la tarea matemática; es decir, dejar de contar cuántos medios se aportan para preguntar qué se enseña, mediante qué actividades y a quién van dirigidas. Este desplazamiento no resta valor a las medidas organizativas, pero las subordina a una condición: solo se convierten en inclusión efectiva cuando operan sobre tareas matemáticamente ricas y sostenidas por conocimiento didáctico. Las siguientes secciones concretan tres ámbitos en los que la investigación en educación matemática puede aportar ese conocimiento, pero no son los únicos posibles.

El desplazamiento puede formularse, de manera más sintética, como un cambio de pregunta: de las preguntas organizativas sobre el quién, el cuándo y el con quién a las preguntas didácticas sobre qué se enseña, cómo se enseña y a quién se dirige la enseñanza. Cada mirada, cuando se absolutiza, conduce a una deriva distinta: la organizativa, hacia el modelo remedial que localiza el déficit en el estudiante; la didáctica, hacia una inclusión por diseño que localiza la barrera en la tarea y la sitúa dentro del margen de actuación del profesorado. La Figura 1 sintetiza este desplazamiento, que estructura el resto del trabajo.

Figura 1

El desplazamiento conceptual: del recurso a la tarea



TRES CONTRIBUCIONES DE LA INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Del refuerzo remedial a la tarea rica

La noción de tarea rica ya tiene un largo recorrido en la investigación: su relevancia no es nueva (Grootenboer, 2009) y se remonta al menos a los trabajos de Ahmed (1987). Para el problema que aquí nos ocupa, interesa destacar tres rasgos de las tareas ricas. En primer lugar, deben permitir que el alumnado haga matemáticas, y no limitarse a reproducir procedimientos previamente enseñados. En segundo lugar, han de sostener una demanda cognitiva suficiente para promover la exploración, la generalización y la justificación. Finalmente, su diseño debe prever la diversidad del aula mediante distintos puntos de entrada, vías de resolución y formas de representación. Estos rasgos, presentes en distintas caracterizaciones de la literatura sobre tareas ricas (Ahmed, 1987; Good, 2013; Grootenboer, 2009; Stein et al., 2000), resultan especialmente relevantes desde una perspectiva de equidad, porque desplazan la inclusión desde la adaptación posterior hacia el propio diseño de la tarea. La cuestión

pendiente, como ya señalaron Stein et al. (2000), no es tanto identificar qué caracteriza a una tarea rica como comprender mejor cómo ayudar al profesorado a diseñarla y sostenerla en el aula.

El marco de la demanda cognitiva permite precisar esta caracterización. Stein et al. (2000) distinguen cuatro niveles de demanda en las tareas matemáticas: la memorización, los procedimientos sin conexiones, los procedimientos con conexiones y el hacer matemáticas propiamente dicho, que implica explorar, conjeturar, generalizar y justificar. Dos hallazgos de esta línea de investigación resultan especialmente pertinentes para un programa de equidad. El primero es que la demanda cognitiva de una tarea puede variar considerablemente durante la clase: tiende a degradarse durante su implementación cuando el docente, con la intención legítima de ayudar, descompone la tarea en pasos, anticipa la estrategia o valida prematuramente las respuestas, convirtiendo un problema en un ejercicio. El segundo es que las oportunidades de enfrentarse a tareas matemáticas exigentes se distribuyen socialmente de manera que, en lugar de ser neutra, tienden a ser menores para el alumnado de entornos desfavorecidos (OECD, 2012, 2018). El refuerzo remedial constituye el escenario perfecto para la confluencia de ambos fenómenos: la presión por resultados inmediatos, grupos señalados y expectativas rebajadas. Sostener la demanda cognitiva precisamente allí donde más tiende a caer es, en consecuencia, una definición operativa de equidad matemática tan exigente como precisa.

La inclusión comienza desde el diseño de la actividad no cuando un estudiante fracasa. La investigación ha caracterizado las llamadas tareas de suelo bajo y techo alto: actividades accesibles para todo el alumnado, con múltiples puntos de entrada y diversas vías de resolución, que a la vez admiten un elevado desarrollo matemático para quien puede avanzar más. El trabajo de Boaler (2020) sobre las mentalidades matemáticas y la tradición de las tareas ricas converge en esta idea. Una tarea concebida de este modo no requiere adaptación posterior para el alumnado vulnerable, pues es inclusiva por diseño (Bruno et al., 2022).

Esta orientación tiene, además, respaldo empírico. García-Alegre (García-Alegre, 2011) documenta la experiencia de diez centros que siguieron el Programa de Autonomía de Centros. Este trabajo recoge el caso de un centro que diseñó actividades matemáticas contextualizadas en los proyectos de aula (situaciones de numeración, cálculo, resolución de problemas y estadística surgidas del propio proyecto) resueltas en grupos heterogéneos formados explícitamente bajo una mirada inclusiva, con itinerarios ajustados al ritmo de cada estudiante y con énfasis en la resolución de problemas y en la comunicación y representación de los procesos. La adaptación de las estrategias de resolución de problemas para hacerlas accesibles al alumnado con necesidades educativas específicas constituye, de hecho, una línea de investigación consolidada (Fernández-Cobos et al., 2024). Se trata, realmente, de enseñanza matemática inclusiva desarrollada dentro del programa. La limitación es que tales prácticas emergen de la intuición y la voluntad de equipos concretos, sin que el programa disponga aún de marcos para nombrarlas, sistematizarlas y evaluarlas como tales. Es ahí donde la investigación resulta necesaria.

El pensamiento algebraico como caso crítico de inclusión

El álgebra ha operado históricamente como un filtro de la trayectoria matemática: un punto en el que se decide la continuidad o el descuelgue del alumnado, con una distribución social marcadamente desigual (Kaput, 2008; Gutierrez, 2002; Moses y Cobb, 2001; Stinson, 2004). Si existe un lugar en el que la exclusión matemática adquiere carácter estructural, ese es el tránsito de la aritmética al álgebra (Kieran, 2007; Filloy y Rojano, 1989).

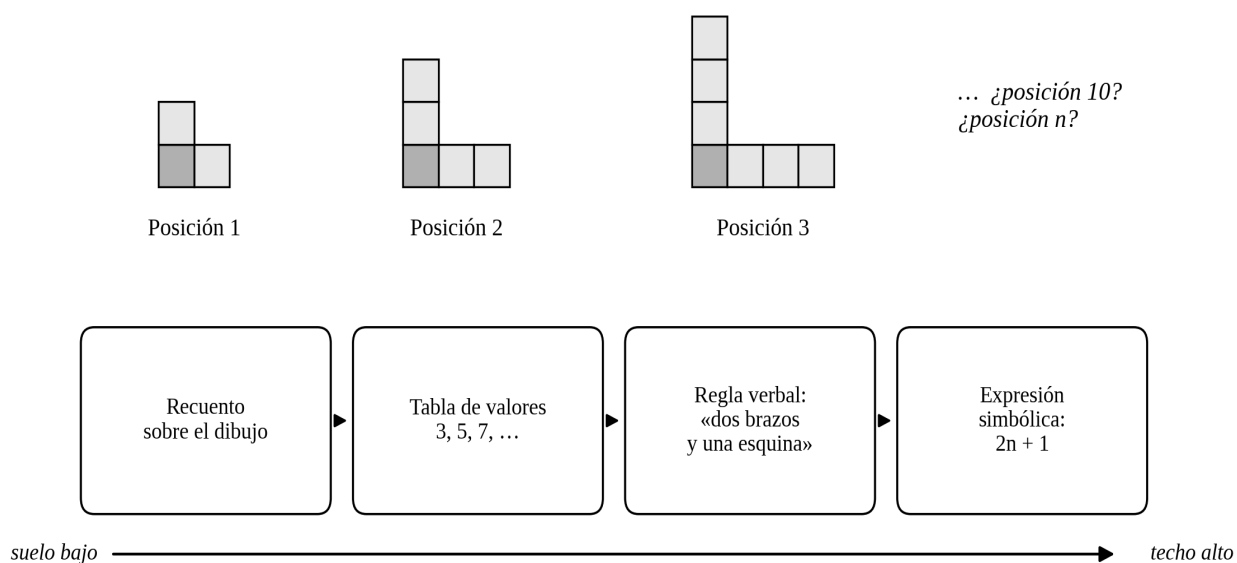
La investigación en early algebra ha mostrado que determinadas formas de pensamiento algebraico pueden desarrollarse desde la educación primaria, mucho antes de la introducción formal del álgebra simbólica. La generalización de patrones, el pensamiento relacional y el uso progresivo de representaciones simbólicas ofrecen vías de acceso al razonamiento algebraico que no dependen de dominar previamente los procedimientos tradicionales del álgebra escolar (Carraher y Schliemann,

2007; Kaput, 2008; Radford, 2010). En esta línea, distintos estudios han documentado que el alumnado de primaria puede identificar regularidades, expresar relaciones y avanzar hacia formas cada vez más generales de representación (Cañadas et al., 2024; Moreno, 2024; Torres et al., 2024). Desde una perspectiva de equidad, este resultado es especialmente relevante porque permite concebir el pensamiento algebraico como un contenido que puede construirse de forma gradual y temprana, y no como un filtro que aparece de manera abrupta al inicio de la Educación Secundaria.

Un ejemplo permite concretar qué significa, en este dominio, una tarea inclusiva por diseño. Considérese una secuencia de figuras en forma de L construidas con cuadrados, en la que cada posición añade un cuadrado a cada uno de los dos brazos (Figura 2). La pregunta «¿Cuántos cuadrados tendrá la figura que ocupe la posición 10?, ¿y una posición cualquiera?» admite vías de acceso de naturaleza muy distinta: el recuento directo sobre el dibujo, la construcción de una tabla de valores y la identificación del patrón recursivo, la formulación verbal de la estructura («dos brazos iguales y una esquina») y, finalmente, su expresión simbólica ($2n + 1$). Todo el alumnado puede entrar en la tarea, pues su suelo es bajo, pero esta no se agota en el recuento, sino que impulsa hacia la generalización, donde reside su riqueza algebraica y, por tanto, su techo alto. Los niveles de generalización que la investigación ha caracterizado, desde la generalización factual ligada a casos concretos hasta la generalización simbólica (Radford, 2010), ofrecen además al docente un mapa para leer las producciones de su alumnado y decidir cómo hacerlas avanzar, en la línea de la transición de la generalización aritmética a la algebraica documentada en estudiantes de primaria (Torres et al., 2024).

Figura 2

Secuencia de figuras en L: una tarea de suelo bajo y techo alto



El interés de este tipo de tareas para un programa como PROA+ es doble. En primer lugar, no requieren materiales ni agrupamientos extraordinarios: la inclusión reside en la arquitectura de la tarea, no en el dispositivo organizativo que la rodea. Además, sitúan el trabajo algebraico en la educación primaria, es decir, antes de que el filtro actúe, lo que lo convierte en una herramienta genuinamente preventiva y no remedial.

Esta evidencia permite reconceptualizar la noción de barrera. PROA+ incorpora, como actuación obligatoria, la evaluación de barreras al aprendizaje, concepto procedente del Diseño Universal para el Aprendizaje (CAST, 2018; Meyer et al., 2014; Rose et al., 2002) y de la tradición del *Index for Inclusion* (Booth y Ainscow, 2015). Dicha evaluación, sin embargo, suele aplicarse en clave genérica:

barreras de acceso, de motivación o de organización. Se propone aquí la pertinencia de identificar barreras matemáticas específicas, entre las cuales el tránsito a lo algebraico constituye una de las más críticas. Desde esta perspectiva, la barrera pasa de centrarse en el estudiante, a poner el foco en una secuencia didáctica que introduce lo simbólico de manera tardía y abrupta, sin un cultivo previo del pensamiento relacional. Reencuadrar la barrera como propiedad del diseño didáctico y no como déficit del alumnado, constituye una de las aportaciones más valiosas que la disciplina puede ofrecer a un programa de equidad.

Codocencia y formación: el recurso no basta sin conocimiento

La codocencia constituye un recurso organizativo, no una medida didáctica. Esta puede transformarse en didáctica o permanecer como mera presencia. La presencia de dos docentes en el aula de matemáticas habilita prácticas que un solo profesional difícilmente puede sostener: anticipar las respuestas previsibles del alumnado, seleccionar y secuenciar sus producciones para orquestar una discusión matemática productiva, atender simultáneamente a distintas representaciones y hacer visible el pensamiento de quienes habitualmente no participan. Estas prácticas han sido conceptualizadas con precisión por la investigación: las cinco prácticas para orquestar discusiones de Smith y Stein (2011), el conocimiento especializado para la enseñanza de las matemáticas propuesto por Ball et al. (2008) y en el contexto español la propuesta de Carrillo et al. (2018), o la mirada profesional, noticing, desarrollada en el contexto español por Llinares y su grupo (Llinares, 2013; Moreno et al., 2026).

Ahora bien, no toda configuración de codocencia habilita por igual esas prácticas. La literatura ha descrito distintos modelos de organización de dos docentes en el aula: uno enseña y otro apoya, enseñanza por estaciones, enseñanza paralela, enseñanza alternativa a un grupo reducido y enseñanza en equipo (Cook y Friend, 1995), que distan de ser didácticamente equivalentes. El modelo que tiende a instalarse por defecto en los contextos de refuerzo es el primero: un docente conduce la clase habitual mientras que el segundo asiste individualmente al alumnado señalado. Esta configuración reproduce, dentro del aula ordinaria, la misma lógica remedial que el desdoble externo: no modifica la tarea ni la participación y marca a sus destinatarios. Las configuraciones con mayor potencial inclusivo son precisamente las que exigen una planificación didáctica conjunta: qué tarea se propone, qué respuestas se anticipan, quién observa qué producciones y cómo se orquesta la puesta en común. Es decir, son aquellas que presuponen el conocimiento profesional compartido del que se ocupa este epígrafe.

El estudio de implementación del programa aporta, en este punto, un hallazgo decisivo: el factor limitante no está en el recurso disponible, sino en el conocimiento profesional para emplearlo bien (Ball y Cohen, 1999). La formación con impacto real es la formación situada, diseñada a partir de demandas concretas y vinculada a la práctica de aula, mientras que la formación genérica apenas produce efectos (MEFPD, 2025a). De ello se desprende que la dotación de codocencia, sin un conocimiento didáctico compartido sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, tiende a duplicar la docencia tradicional en lugar de transformarla. La variable crítica de la equidad matemática no es la dotación de recursos: es la formación del profesorado de matemáticas, ámbito que corresponde específicamente a la comunidad investigadora. A este conocimiento didáctico se añade una dimensión afectiva: la ansiedad matemática del propio profesorado puede operar como una barrera que se transmite al alumnado, de modo que su reducción desde la formación constituye también una cuestión de equidad (Fernández Cézar et al., 2022).

EL CASO CRÍTICO DE LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

El estudio de implementación muestra de forma consistente que PROA+ produce mejores resultados en Educación Primaria que en Educación Secundaria, por razones en buena medida estructurales. La organización departamental de los institutos tiende a encapsular el programa: cuando se asigna un recurso de codocencia, este pertenece a un departamento concreto, con frecuencia el ámbito científico

o la propia materia de matemáticas, y no al centro en su conjunto. La codocencia se aplica entonces de manera circunscrita y separada del resto de la actividad del centro, de modo que el programa no llega a permear la cultura organizativa como sí ocurre en los centros de Primaria, y queda limitado a un número reducido de materias y docentes.

Este fenómeno presenta una doble naturaleza. Es un problema organizativo, en cuanto la estructura departamental fragmenta la intervención; pero es, simultáneamente, un problema profundamente didáctico, pues la Educación Secundaria es justamente la etapa en la que el álgebra ejerce su función de filtro y en la que el refuerzo de matemáticas corre el mayor riesgo de adoptar un formato remedial. El reto organizativo y el reto didáctico no son dos problemas distintos: son dos manifestaciones del mismo problema. Su resolución no puede confiarse únicamente a la flexibilidad horaria, sino que requiere un conocimiento didáctico compartido que otorgue sentido matemático a esa flexibilidad.

A la estructura departamental se añade un factor menos visible: la identidad profesional del profesorado de secundaria, formado prioritariamente en la disciplina y, en menor medida, en su didáctica. Desde la perspectiva de la cognición situada, el conocimiento profesional se construye y se transforma en los contextos de práctica en los que se utiliza (Putnam y Borko, 2000); un instituto organizado en departamentos estancos ofrece pocos contextos en los que el profesorado de matemáticas pueda examinar su práctica junto a otros, y el programa, encapsulado en un departamento, no los crea. De ahí que la formación situada que reclama este trabajo tenga en la Educación Secundaria su banco de pruebas más difícil y, a la vez, el más necesario.

UNA AGENDA DE INVESTIGACIÓN COMPARTIDA

El diagnóstico anterior conduce a una relación de reciprocidad entre el programa y la investigación en educación matemática. Por una parte, PROA+ ofrece a la comunidad investigadora un campo empírico sin precedentes: miles de centros, actuaciones documentadas, datos longitudinales sobre aprendizaje, absentismo y clima escolar, y un mandato explícito de equidad. Para una disciplina que con frecuencia investiga en contextos reducidos y controlados, este escenario representa la oportunidad para estudiar la inclusión matemática a escala real.

Por otra parte, el programa requiere de la investigación aportaciones concretas: criterios de calidad matemática para las actividades palanca cuyo catálogo prioriza hoy el formato organizativo y apenas atiende a la calidad matemática de lo que ocurre en el aula; instrumentos para detectar barreras matemáticas específicas, y no solo genéricas; modelos de formación situada del profesorado de matemáticas; y rúbricas y materiales con sentido didáctico, más allá de su función en la rendición de cuentas, necesidad que el propio estudio de implementación señala. En coherencia con lo anterior, se proponen cuatro preguntas de investigación abiertas:

- ¿Qué características hacen que una actividad palanca de matemáticas sea matemáticamente rica y no solamente correcta en su formato organizativo?
- ¿Es posible elaborar, a partir de la investigación, un mapa de barreras matemáticas específicas, como por ejemplo el tránsito a lo algebraico, que oriente la intervención de los centros?
- ¿Qué conocimiento didáctico deben compartir dos docentes para que una sesión de codocencia en matemáticas resulte inclusiva y no meramente duplicada?
- ¿Cómo evaluar la equidad matemática de un centro más allá de las tasas de titulación, mediante indicadores que capten que todo el alumnado desarrolla pensamiento matemático?

Estas cuatro preguntas no son meramente programáticas: admiten diseños de investigación concretos. La primera puede abordarse mediante el análisis didáctico sistemático de las actividades del catálogo, aplicando marcos como el de la demanda cognitiva a un corpus documental ya disponible. La segunda requiere estudios de diagnóstico a gran escala sobre el tránsito de la aritmética al álgebra en centros PROA+, para los que la disciplina dispone de instrumentos contrastados. La tercera invita a estudios

de caso y a ciclos de investigación de diseño sobre parejas de codocencia en matemáticas, en los que la unidad de análisis no sea el recurso, sino el conocimiento compartido que se moviliza. La cuarta, quizá la más ambiciosa, exige construir indicadores de equidad matemática: distribución de la demanda cognitiva de las tareas, participación en la discusión matemática y acceso a la generalización, que complementen los indicadores de resultados con los que el programa ya cuenta. En todos los casos, la infraestructura del programa (centros identificados, datos longitudinales, estructuras de acompañamiento territorial) reduce notablemente el coste de entrada para los equipos de investigación.

CONSIDERACIONES FINALES

Proveer recursos no basta para lograr la equidad en matemáticas. Esta se construye en el diseño de las tareas y se sostiene con el conocimiento didáctico del profesorado. Programas como PROA+ ponen sobre la mesa la oportunidad, la escala y el mandato de equidad; a la investigación en educación matemática le corresponde el conocimiento sobre cómo se enseña y se aprende esta disciplina para que nadie quede excluido por su diseño. Creo que ahí está la vía más prometedora: que la política de equidad y la comunidad investigadora trabajen juntas, para que la inclusión en el aula de matemáticas deje de ser solo un propósito organizativo y se convierta en una realidad didáctica.

Referencias

- Ahmed, A. (1987). *Better Mathematics*. HMSO.
- Ball, D. L. y Cohen, D. K. (1999). Developing practice, developing practitioners: Toward a practice-based theory of professional education. En L. Darling-Hammond y G. Sykes (Eds.), *Teaching as the learning profession* (pp. 3–32). Jossey-Bass.
- Ball, D. L., Thames, M. H. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Bénabou, R., Kramarz, F. y Prost, C. (2009). The French zones d'éducation prioritaire: Much ado about nothing? *Economics of Education Review*, 28(3), 345–356. <https://doi.org/10.1016/j.econedurev.2008.04.005>
- Boaler, J. (2020). *Mentalidades matemáticas: cómo liberar el potencial de los estudiantes mediante las matemáticas creativas, mensajes inspiradores y una enseñanza innovadora*. Editorial Sirio Sa.
- Booth, T. y Ainscow, M. (2015). *Guía para la educación inclusiva: Desarrollando el aprendizaje y la participación en los centros escolares* (G. Echeita, Y. Muñoz, C. Simón y M. Sandoval, trads. y adapt.). OEI/FUHEM.
- Bruno, A., Gil-Clemente, E., Gutiérrez, A., Jaime, A. y Polo-Blanco, I. (2022). Pensemos en unas matemáticas para todo el alumnado. En L. J. Blanco, N. Climent, M. T. González, A. Moreno, G. Sánchez-Matamoros, C. de Castro y C. Jiménez (Eds.), *Aportaciones al desarrollo del currículo desde la investigación en educación matemática* (pp. 323–347). Editorial Universidad de Granada.
- Cañadas, M.C., Moreno, A. y Torres, M.D. (2024). First encounter with constructing graphs in the functional thinking approach to school algebra in 3rd and 4th grades. *ZDM Mathematics Education* 56, 1059–1078. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01627-2>
- Carraher, D. W. y Schliemann, A. D. (2007). Early algebra and algebraic reasoning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. 2, pp. 669–705). Information Age Publishing.
- Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M. y Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236–253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>

- Carrillo-Yáñez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M. y Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236–253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- CAST. (2018). *Universal design for learning guidelines version 2.2*. <https://udlguidelines.cast.org>
- Comisión Europea (2011). *Abordar el abandono escolar prematuro: una contribución clave a la agenda Europa 2020*. Comisión Europea.
- Consejo de la Unión Europea (2011). Recomendación del Consejo, de 28 de junio de 2011, relativa a las políticas para reducir el abandono escolar prematuro (2011/C 191/01). *Diario Oficial de la Unión Europea*, C 191, 1–6.
- Cook, L. y Friend, M. (1995). Co-teaching: Guidelines for creating effective practices. *Focus on Exceptional Children*, 28(3), 1-16.
- Donlevy, V., Day, L. y Andriescu, M. (2019). *Assessment of the implementation of the 2011 Council Recommendation on policies to reduce early school leaving*. Oficina de Publicaciones de la Unión Europea.
- Fernández Cézar, R., Marbán, J. M., García Monge, A. y Rabelo Procópio, M. V. (2022). Dominio afectivo y ansiedad matemática: Rompiendo barreras por la equidad en educación matemática. En T. Fernández Blanco, C. Núñez García, M. C. Cañadas y J. A. González-Calero (Coords.), *Investigación en educación matemática XXV* (p. 602). SEIEM.
- Fernández-Cobos, R., Polo-Blanco, I. y Bruno, A. (2024). Adaptaciones metodológicas para la enseñanza de resolución de problemas aritméticos a alumnado con autismo. *Epsilon*, (116), 53–62.
- Filloy, E. y Rojano, T. (1989). Solving equations: The transition from arithmetic to algebra. *For the Learning of Mathematics*, 9(2), 19–25.
- García-Alegre, E. (coord.) (2021). *¿Qué hemos aprendido de diez centros PAC? Lo difícil hecho fácil*. MEFPD. <https://www.educacionfpydeportes.gob.es/mc/sgctie/cooperacion-territorial/programas-cooperacion/proa/recursos.html>
- Good, S. (2013). *What is a rich task?* Greater Cleveland Council of Teachers of Mathematics. http://mygcctmonline.org/resources/19sept2013/Rich_Tasks-What_Where_Why_How.pdf
- Grootenboer, P. (2009). Rich mathematical tasks in the Maths in the Kimberley (MITK) Project. En R. Hunter, B. Bicknell y T. Burgess (Eds.), *Crossing divides, Proceedings of the 32nd annual conference of the MERGA*, 1 (pp. 696-699). MERGA.
- Gutierrez, R. (2002). Enabling the Practice of Mathematics Teachers in Context: Toward a New Equity Research Agenda. *Mathematical Thinking and Learning*, 4(2–3), 145–187. https://doi.org/10.1207/S15327833MTL04023_4
- Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? In J. J. Kaput, D. W. Carraher, y M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 5–17). Routledge.
- Kieran, C. (2007). Learning and teaching of algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. 2, pp. 707–762). Information Age Publishing.
- Lingard, R. Ladwig, J., Mills, M., Bahr, M., Chant, D., Warry, M., Allwood, J., Capeness, R., Christie, P., Gore, J., Haydes, D. y Luke, A. (2001). *The Queensland school reform longitudinal study*. Education Queensland.
- Llinares, S. (2013). Professional noticing: A component of the mathematics teacher's professional practice. *Sisyphus — Journal of Education*, 1(3), 76–93.
- Meyer, A., Rose, D. H. y Gordon, D. (2014). *Universal design for learning: Theory and practice*. CAST Professional Publishing.

- Ministerio de Educación, Formación Profesional y Deportes. (2025a). *Estudio sobre la implementación y mejora del PROA+*. MEFPD. <https://www.educacionfpydeportes.gob.es/mc/sgetie/cooperacion-territorial/programas-cooperacion/proa/recursos.html>
- Ministerio de Educación, Formación Profesional y Deportes. (2025b). *Catálogo de actividades palanca PROA+*. Actualización agosto 2025. Subdirección General de Cooperación Territorial e Innovación Educativa. https://www.libreria.educacion.gob.es/libro/catalogo-de-actividades-palanca-proa+_185899/
- Moreno, A. (2024). Generalization processes of 5th grade elementary school students using graphs. In A. Twohill, I. I. Baykal, J. Miller, E. Knuth, y A. Ribeiro (Eds), *Proceedings from ICME 15, Topic Study Group 1.2: Teaching and learning of early algebra*. <https://helvia.uco.es/bitstream/handle/10396/30971/2024%20ICME15%20Sydney.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Moreno, M., Santonja, P. y Llinares, S. (2026). Levels of articulation in prospective mathematics teacher noticing. *Educational Studies in Mathematics*, 121(1), 51-71. <https://doi.org/10.1007/s10649-025-10442-9>
- Moses, R. P. y Cobb, C. E. (2001). *Radical equations: Math literacy and civil rights*. Beacon Press.
- OECD (2012), *Equity and Quality in Education: Supporting Disadvantaged Students and Schools*, OECD Publishing, Paris, <https://doi.org/10.1787/9789264130852-en>.
- OECD (2018), *Equity in Education: Breaking Down Barriers to Social Mobility*, PISA, OECD Publishing, Paris, <https://doi.org/10.1787/9789264073234-en>.
- Putnam, R. T. y Borko, H. (2000). What do new views of knowledge and thinking have to say about research on teacher learning? *Educational Researcher*, 29(1), 4-15.
- Radford, L. (2010). Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. *Research in Mathematics Education*, 12(1), 1-19. <https://doi.org/10.1080/14794800903569741>
- Rose, D. H. y Meyer, A. (2002). *Teaching every student in the digital age: Universal design for learning*. ASCD.
- Smith, M. S. y Stein, M. K. (2011). *5 practices for orchestrating productive mathematics discussions*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Stein, M. K., Smith, M., Henningsen, M. y Silver, E. (2000). *Implementing Standards-Based Mathematics Instruction*. Teachers College Press.
- Stinson, D. W. (2004). Mathematics as "gate-keeper" (?): Three theoretical perspectives that aim toward empowering all children with a key to the gate. *The Mathematics Educator*, 14(1), 8-18.
- Torres, M. D., Moreno, A., Vergel, R. y Cañadas, M. C. (2024). The Evolution from "I think it plus three" Towards "I think it is always plus three." Transition from Arithmetic Generalization to Algebraic Generalization. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 22(5), 971-991. <https://doi.org/10.1007/S10763-023-10414-6>

ⁱ Cabe citar el programa Title I en Estados Unidos (desde 1965), las *Education Priority Areas* y, más tarde, las *Education Action Zones* en el Reino Unido, o las *Zones d'Éducation Prioritaire* en Francia (desde 1982), entre otros (Bénabou, Kramarz y Prost, 2009). En el plano europeo, situar el abandono escolar temprano por debajo del 10 % fue un objetivo explícito de la Estrategia Europa 2020 y de la Recomendación del Consejo de 2011 (Consejo de la Unión Europea, 2011; Comisión Europea, 2011). La OCDE ha consolidado, además, la equidad como prioridad sistémica de política educativa (OECD, 2012, 2018).